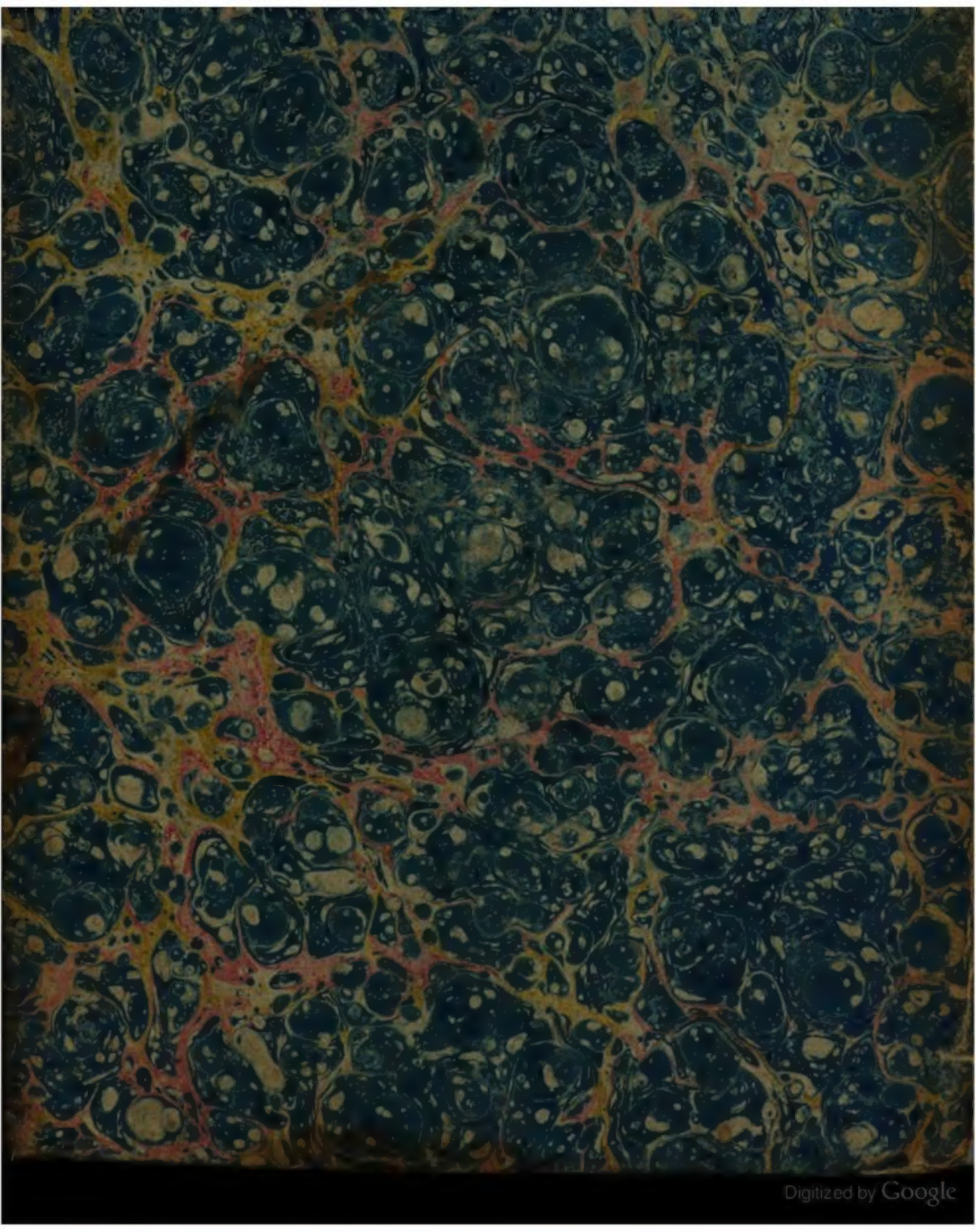

Digitized by Google

FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XXVII

Palchetto

Num.° d' ordine 29

NAZIONALE
B. Prov.
I
2082
R. BIBLIOTECA VITT. EM. III
NAPOLI

Digitized by Google

B. Prob. II. 2nd Sec.

Digitized by Google

Digitized by Google

G111352

PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA

REDACTA

AD UNICAM LEGEM VIRIUM

IN NATURA EXISTENTIUM.

AUCTORE

P. ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH

SOCIETATIS JESU

PUBLICO MATHESEOS PROFESSORE

IN COLLEGIO ROMANO.

ANNO M. DCC. LVIII.

BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE
NAPOLI

PROSTAT VIENNÆ AUSTRIÆ,

IN OFFICINA LIBRARIA KALIWODIANA.

Digitized by Google

Digitized by Google

CELSISSIMO,
AC
REVERENDISSIMO
S.R.I. PRINCIPI
CHRISTOPHORO
DEI, ET APOSTOLICÆ SEDIS GRATIA
METROPOLEOS VIENNENSIS
ARCHI-EPISCOPO,
CANONICO CAPITULARI
CATHEDRALIUM ECCLESIARUM TRIDENTINÆ, ET BRIXIENSIS,
PRIORI
AD SS. ÆGIDIUM, ET LEONARDUM,
E COMITIBUS
DE MIGAZZI, DE VAL, ET SONNENTHURN,
SACRARUM CÆSAREARUM MAJESTATUM
ACTUALI CONSILIARIO INTIMO,
ROGERIUS JOSEPHUS BOSCOVICH SOC. JESU
FELICITATEM.

838

Dabis veniam, PRINCEPS CELSISSIME, *ſi forte inter aſſiduas ſacri regiminis curas importunus interpellator advenio, & libellum* TIBI *offero mole tenuem, nec arcana Religionis myſteria, quam in iſto tanto conſtitutus faſtigio adminiſtras, ſed Naturalis Philoſophiæ principia continentem. Novi ego quidem, quam totus in eo ſis, ut, quam geris, perſonam ſuſtineas, ac vigilantiſſimi ſacrorum Antiſtitis partes agas. Videt utique Imperialis*

Digitized by Google

hæc Aula, videt universa Regalis Urbs, & ingenti admiratione defixa obstupescit, qua diligentia, quo labore tanti Sacerdotii munus obire pergas. Vetus nimirum illud celeberrimum age, quod agis, *quod ab ipsa* TIBI *juventute, cum primum, ut* TE *Romæ dantem operam studiis cognoscerem, mihi sors obtigit, altissime jam insederat animo, id in omni reliquo amplissimorum munerum* TIBI *commissorum cursu hæsit firmissime, atque id ipsum inprimis adjectum tam multis & dotibus, quas a Natura uberrime congestas habes, & virtutibus, quas tute diuturna* TIBI *exercitatione, atque assiduo labore comparasti, sanctissime observatum inter tam varias forenses, Aulicas, Sacerdotales occupationes, istos* TIBI *tam celeres dignitatum gradus quodammodo veluti coacervavit, & omnium una tam populorum, quam Principum admirationem excitavit ubique, conciliavit amorem; unde illud est factum, ut ab aliis alia* TE, *sublimiora semper, atque honorificentiora munera quodammodo velut avulsum, atque abstractum rapuerint. Dum Romæ in celeberrimo illo, quod Auditorum Rotæ appellant, collegio toti Christiano orbi jus diceres, accesserat Hetrusca Imperialis Legatio apud Romanum Pontificem exercenda; cum repente Mechlinienſi Archi-Episcopo in amplissima illa administranda Ecclesia Adjutor datus, & destinatus Successor, possessione præstantissimi muneris vixdum capta, ad Hispanicum Regem ab Augustissima Romanorum Imperatrice ad gravissima tractanda negotia Legatus es missus, in quibus cum summa utriusque Aulæ approbatione versatum per annos quinque ditissima Vacienſis Ecclesia adepta est; atque ibi dum post tantos Aularum strepitus ea, qua Christianum Antistitem decet, & animi moderatione, & demissione quadam, atque in omne hominum genus charitate, & singulari cura, ac diligentia Religionem administras, & sacrorum exercees curam; non ea tantum urbs, atque ditio, sed universum Hungariæ Regnum, quanquam exte-*

Digitized by Google

terum hominem, non ut civem ſuum tantummodo, ſed ut Parentem amantiſſimum habuit, quem adhuc ereptum ſibi dolet, & angitur; dum ſcilicet minore, quam unius anni intervallo ab Ipſa Auguſtiſſima Imperatrice ad Regalem hanc Urbem, tot Imperatorum ſedem, ac Auſtriacæ Dominationis caput, dignum tantis dotibus explicandis theatrum, evocatum videt, atque in hac Celſiſſima Archi-Epiſcopali Sede, accedente Romani Pontificis Auctoritate collocatum; in qua TU *quidem perſonam itidem, quam agis, diligentiſſime ſuſtinens, totus es in graviſſimis Sacerdotii* TUI *expediendis negotiis, in iis omnibus, quæ ad ſacra pertinent, curandis vel per* TE *ipſum usque adeo, ut ſæpe, raro admodum per hæc noſtra tempora exemplo, & publice operatum, ac ipſa etiam Sacramenta adminiſtrantem videamus in templis, &* TUA *ipſius voce populos e ſuperiore loco docentem audiamus, atque ad omne virtutum genus inflammantem.*

Novi ego quidem hæc omnia; novi hanc indolem, hanc animi conſtitutionem; nec ſum tamen inde abſterritus, ne inter graviſſimas iſtas TUAS *Sacerdotales curas Philoſophicas hasce meditationes meas* TIBI *ſiſterem, ac tantulæ libellum molis homini ad tantum culmen evecto porrigerem, ac* TUO *vellem Nomine inſignitum. Quod enim ad primum pertinet caput, non Theologicas tantum, ſed Philoſophicas etiam perquiſitiones Chriſtiano Antiſtite ego quidem digniſſimas eſſe cenſeo, & univerſam Naturæ contemplationem omnino arbitror cum Sacerdotii ſanctitate penitus conſentire. Mirum enim, quam belle ab ipſa conſideratione Naturæ ad cæleſtium rerum contemplationem disponitur animus, & ad ipſum Divinum tantæ molis conditorem aſſurgit, infinitam ejus Potentiam, Sapientiam, Providentiam admiratus, quæ erumpunt undique, & ubique ſe produnt.*

Eſt autem & illud, quod ad ſupremi ſacrorum Moderatoris curam pertinet providere, ne in prima ingenuæ juventutis inſtitutione,

Digitized by Google

quæ ſemper a naturalibus ſtudiis exordium ducit, prava teneris mentibus irrepant, ac perniciosa principia, quæ ſenſim Religionem corrumpant, & vero etiam evertant penitus, ac eruant a fundamentis; quod quidem jam dudum triſti quodam Europæ fato paſſim evenire cernimus, gliſcente in dies malo, ut fucatis quibusdam, profecto perniciosiſſimis, imbuti principiis juvenes, tum demum ſibi ſapere videantur, cum & omnem animo religionem, & DEUM ipſum ſapientiſſimum Mundi Fabricatorem, atque Moderatorem ſibi mente excuſſerint. Quamobrem qui veluti ad tribunal tanti Sacerdotum Principis Univerſæ Phyſicæ Theoriam, & novam potiſſimum Theoriam ſiſtat, rem is quidem præſtet æquiſſimam, nec alienum quidpiam ab ejus munere Sacerdotali offerat, ſed cum eodem apprime conſentiens.

Nec vero exigua libelli moles deterrere me debuit, ne cum eo ad tantum Principem accederem. Eſt ille quidem ſatis tenuis libellus, at non tenuem quoque rem continet. Argumentum pertractat ſublime admodum & nobile, in quo illuſtrando omnem ego quidem induſtriam collocavi, ubi ſi quid præſtitero, ſi minus infeliciter me geſſero, nemo ſane me impudentiæ arguat, quaſi vilem aliquam, & tanto indignam faſtigio rem offeram. Habetur in eo novum quoddam Univerſæ Naturalis Philoſophiæ genus a receptis huc usque, uſitatisque plurimum diſcrepans, quanquam etiam ex iis, quæ maxime omnium per hæc tempora celebrantur, caſu quodam præcipua quæque mirum ſane in modum compacta, atque inter ſe veluti coagmentata conjunguntur ibidem, uti ſunt ſimplicia atque inextenſa Leibnitianorum elementa, cum Newtoni viribus inducentibus in aliis diſtantiis acceſſum mutuum, in aliis mutuum receſſum, quas vulgo attractiones & repulſiones appellant: caſu, inquam; neque enim ego conciliandi ſtudio hinc & inde decerpſi quædam ad arbitrium ſelecta, quæ utcunque inter ſe componerem, atque compaginarem; ſed omni præjudicio ſepoſito, a principiis

Digitized by Google

piis exorſus inconcuſſis, & vero etiam receptis communiter, legitima ratiocinatione uſus, & continuo concluſionum nexu deveni ad legem virium in Natura exiſtentium unicam, ſimplicem, continuam, quæ mihi & conſtitutionem elementorum materiæ, & Mechanicæ leges, & generales materiæ ipſius proprietates, & præcipua corporum diſcrimina ſua applicatione ita exhibuit, ut eadem in iis omnibus ubique ſe prodat uniformis agendi ratio, non ex arbitrariis hypotheſibus, & fictitiis commentationibus, ſed ex ſola continua ratiocinatione deducta. Ejusmodi autem eſt omnis, ut eas ubique vel definiat, vel adumbret combinationes elementorum, quæ ad diverſa præſtanda phænomena ſunt adhibendæ, ad quas combinationes Conditoris ſupremi conſilium, & immenſa Mentis Divinæ vis ubique requiritur, quæ infinitos caſus perſpiciat, & ad rem aptiſſimos ſeligat, ac in Naturam inducat.

Id mihi quidem argumentum eſt operis, in quo Theoriam meam expono, comprobo, vindico; tum ad Mechanicam primum, deinde ad Phyſicam applico, & uberrimos uſus expono, ubi brevi quidem libello, ſed admodum diuturnas annorum jam tredecim meditationes complector meas, eo plerumque tantummodo rem deducens, ubi demum cum communibus Philoſophorum conſentio placitis; & ubi ea, quæ habemus jam pro compertis, ex meis etiam deductionibus ſponte fluunt, quod usque adeo voluminis molem contraxit. Dederam ego quidem diſperſa Diſſertatiunculis variis Theoriæ meæ quædam velut ſpecimina, quæ inde & in Italia Profeſſores publicos nonnullos adſtipulatores eſt nacta, & jam ad exteras quoque gentes pervaſit; ſed ea nunc primum tota in unum compacta, & vero etiam plusquam duplo aucta, prodit in publicum, quem laborem poſtremo hoc menſe, moleſtioribus negotiis, quæ me Viennam adduxerant, & curis omnibus exolutus ſuſcepi, dum in Italiam rediturus opportunum itineri tempus inter aſſiduas nives opperior, ſed omnem in eodem adornando, & ad commu-

Digitized by Google

munem mediocrium etiam Philoſophorum captum accommodando diligentiam adhibui.

Inde vero jam facile intelliges, cur ipſum laborem meum ad TE *deferre, &* TUO *nuncupare Nomini non dubitaverim. Ratio ex iis, quæ propoſui, eſt duplex: primo quidem ipſum argumenti genus, quod Chriſtianum Antiſtitem non modo non dedecet, ſed etiam apprime decet; tum ipſius argumenti vis atque dignitas, quæ nimirum confirmat & erigit nimium fortaſſe impares, ſed quantum fieri per me potuit, intentos conatus meos; nam quidquid eo in genere meditando aſſequi poſſum, totum ibidem adhibui, ut idcirco nihil arbitrer a mea tenuitate proferri te minus dignum, cui ut aliquem offerrem laborum meorum fructum quantumcunque, expoſcebat ſane, ac ingenti clamore quodam efflagitabat tanta erga me humanitas* TUA, *qua jam olim immerentem complexus Romæ, hic etiam fovere pergis, nec in tanto dedignatus faſtigio, omni benevolentiæ ſignificatione proſequeris. Accedit autem & illud, quod in hisce terris vix adhuc nota, vel etiam ignota penitus Theoria mea Patrocinio indiget, quod, ſi* TUO *Nomine inſignita prodeat in publicum, obtinebit ſane validiſſimum, & ſecura vagabitur:* TU *enim illam, parente velut hic orbatam ſuo, in dies nimirum diſceſſuro, & quodammodo veluti poſthumam poſt ipſum ejus diſceſſum typis impreſſam, & in publicum prodeuntem tueberis, fovebisque.*

Hæc ſunt, quæ meum TIBI *conſilium probent,* PRINCEPS CELSISSIME: TU, *qua ſoles humanitate authorem excipere, opus excipe; & ſi forte adhuc conſilium ipſum* TIBI *viſum fuerit improbandum, animum ſaltem æquus reſpice obſequentiſſimum* TIBI, *ac devinctiſſimum. Vale.*

Dabam Viennæ in Collegio Academico Soc. JESU
Idibus Febr. CIↃ IↃCC LVIII.

Digitized by Google

AD LECTOREM.

HAbes, amice Lector, Philoſophiæ Naturalis Theoriam, ex unica lege virium deductam, quam & ubi jam olim adumbraverim, vel etiam ex parte explicaverim, & qua occaſione nunc uberius pertractandam, atque augendam etiam, ſuſceperim, invenies in ipſo primæ partis exordio. Libuit autem hoc opus dividere in partes tres, quarum prima continet explicationem Theoriæ ipſius, ac ejus analyticam deductionem, & vindicationem; ſecunda applicationem ſatis uberem ad Mechanicam; tertia applicationem ad Phyſicam.

Porro illud inprimis curandum duxi, ut omnia, quam liceret, dilucide exponerentur, nec ſublimiore Geometria, aut Calculo indigerent. Et quidem in prima, ac tertia parte non tantum nullæ analyticæ, ſed nec Geometricæ demonſtrationes occurrunt, pauciſſimis quibusdam, quibus indigeo, rejectis in adnotatiunculas, quas in fine paginarum quarundam invenies. Quædam autem admodum pauca, quæ majorem Algebræ, & Geometriæ cognitionem requirebant, vel erant complicatiora aliquanto, & alibi a me jam edita, in fine operis appoſui, quæ *Supplementorum* appellavi nomine, ubi & ea addidi, quæ ſentio de ſpatio, ac tempore, Theoriæ meæ conſentanea, ac edita itidem jam alibi. In ſecunda parte, ubi ad Mechanicam applicatur Theoria, a Geometricis, & aliquando etiam ab Algebraicis demonſtrationibus abſtinere omnino non potui; ſed eæ ejusmodi ſunt, ut vix unquam requirant aliud, quam Euclideam Geometriam, & primas Trigonometriæ notiones maxime ſimplices, ac ſimplicem algorithmum.

In prima quidem parte occurrunt Figuræ Geometricæ complures, quæ prima fronte videbuntur etiam complicatæ rem ipſam intimius non perſpectanti; verum eæ nihil aliud exhibent, niſi imaginem quandam rerum, quæ ipſis oculis per ejusmodi figuras ſiſtuntur contemplandæ. Ejusmodi eſt ipſa illa curva, quæ legem virium exhibet. Invenio ego quidem inter omnia materiæ puncta vim quandam mutuam, quæ a diſtantiis pendet, & mutatis diſtantiis muta-

Digitized by Googl

tur ita, ut in aliis attractiva ſit, in aliis repulſiva, ſed certa quadam, & continua lege. Leges ejusmodi variationis binarum quantitatum a ſe invicem pendentium, uti hic ſunt diſtantia, & vis, exprimi poſſunt vel per analyticam formulam, vel per Geometricam curvam; ſed illa prior expreſſio & multo plures cognitiones requirit ad Algebram pertinentes, & imaginationem non ita adjuvat, ut hæc poſterior, qua idcirco ſum uſus in ipſa prima operis parte, rejecta in Supplementa formula analytica, quæ & curvam, & legem virium ab illa expreſſam exhibeat.

Porro huc res omnis reducitur. Habetur in recta indefinita, quæ axis dicitur, punctum quoddam, a quo abſciſſa ipſius rectæ ſegmenta referunt diſtantias. Curva linea protenditur ſecundum rectam ipſam, circa quam etiam ſerpit, & eandem in pluribus ſecat punctis: rectæ a fine ſegmentorum erectæ perpendiculariter usque ad curvam, exprimunt vires, quæ majores ſunt, vel minores, prout ejusmodi rectæ ſunt itidem majores, vel minores; ac eædem ex attractivis migrant in repulſivas, vel vice verſa, ubi illæ ipſæ perpendiculares rectæ directionem mutant, curva ab altera axis indefiniti plaga migrante ad alteram. Id quidem nullas requirit Geometricas demonſtrationes, ſed meram cognitionem vocum quarundam, quæ vel ad prima pertinent Geometriæ elementa, & notiſſimæ ſunt, vel ibi explicantur, ubi adhibentur. Notiſſima autem etiam eſt ſignificatio vocis *Aſymptotus*, unde & crus aſymptoticum curvæ appellatur: dicitur nimirum recta aſymptotus cruris cujuspiam curvæ, cum ipſa recta in infinitum producta, quæ ad curvilineum arcum productum itidem in infinitum ſemper accedit magis, ita, ut diſtantia minuatur in infinitum, ſed nusquam penitus evaneſcat, illis idcirco nunquam invicem convenientibus.

Conſideratio porro attenta curvæ propoſitæ in Fig. 1, & rationis, qua per illam exprimitur nexus inter vires, & diſtantias, eſt utique admodum neceſſaria ad intelligendam Theoriam ipſam, cujus ea eſt præcipua quædam veluti clavis, ſine qua omnino incaſſum tentarentur cetera; ſed & ejusmodi eſt, ut tironum, & ſane etiam mediocrium, immo etiam longe infra mediocritatem collocatorum, captum non excedat, potiſſimum ſi viva accedat Profeſſoris vox medio-

Digitized by Google

diocriter etiam verſati in Mechanica, cujus ope, pro certo habeo, rem ita patentem omnibus reddi poſſe, ut ii etiam, qui Geometriæ penitus ignari ſunt, paucorum admodum explicatione vocabulorum accedente, eam ipſis oculis intueantur omnino perſpicuam.

In tertia parte ſupponuntur utique non nulla, quæ demonſtrantur in ſecunda, ſed ea ipſa ſunt admodum pauca; & iis, qui Geometricas demonſtrationes faſtidiunt, facile admodum exponi poſſunt res ipſæ ita, ut penitus etiam ſine ullo Geometriæ adjumento percipiantur, quanquam ſine iis ipſa demonſtratio haberi non poterit; ut idcirco in eo differre debeat is, qui ſecundam partem attente legerit, & Geometriam calleat, ab eo, qui eam omittat, quod ille primus veritates in tertia parte adhibitas, ac ex ſecunda erutas, ad explicationem Phyſicæ, intuebitur per evidentiam ex ipſis demonſtrationibus hauſtam; hic ſecundus easdem quodammodo per fidem Geometris adhibitam credet. • Hujusmodi inprimis eſt illud, particulam compoſitam ex punctis etiam homogeneis, præditis lege virium propoſita, poſſe per ſolam diverſam ipſorum punctorum diſpoſitionem aliam particulam per certum intervallum vel perpetuo attrahere, vel perpetuo repellere, vel nihil in eam agere, atque id ipſum viribus admodum diverſis, & quæ reſpectu diverſarum particularum diverſæ ſint, & diverſæ reſpectu partium diverſarum ejusdem particulæ, ac aliam particulam alicubi etiam urgeant in latus, unde plurium phænomenorum explicatio in Phyſica ſponte fluit.

Verum qui omnem Theoriæ, & deductionum compagem aliquanto altius inſpexerit, ac diligentius perpenderit, videbit, ut ſpero, me in hoc perquiſitionis genere multo ulterius progreſſum eſſe, quam olim Newtonus ipſe deſideraverit. Is enim in poſtrema Opticæ quæſtione prolatis iis, quæ per vim attractivam, & vim repulſivam, mutata diſtantia ipſi attractivæ ſuccedentem, explicari poterant, hæc addidit: „ Atque hæc quidem omnia ſi ita ſint, jam Natura univerſa „ valde erit ſimplex, & conſimilis ſui, perficiens nimirum magnos „ omnes corporum cæleſtium motus attractione gravitatis, quæ eſt „ mutua inter corpora illa omnia; & minores fere omnes particularum ſuarum motus alia aliqua vi attrahente, & repellente, quæ „ eſt inter particulas illas mutua. „ Aliquanto autem inferius de

Digitized by Googl

primigeniis particulis agens ſic habet: „ Porro videntur mihi hæ par-
„ ticulæ primigeniæ non modo in ſe vim inertiæ habere, motusque
„ leges paſſivas illas, quæ ex vi iſta neceſſario oriuntur; verum etiam
„ motum perpetuo accipere a certis principiis actuoſis, qualia nimi-
„ rum ſunt gravitas, & cauſa fermentationis, & cohærentia cor-
„ porum. Atque hæc quidem principia conſidero non ut occultas
„ qualitates, quæ ex ſpecificis rerum formis oriri fingantur, ſed ut
„ univerſales Naturæ leges, quibus res ipſæ ſunt formatæ. Nam
„ principia quidem talia revera exiſtere oſtendunt phænomena Na-
„ turæ, licet ipſorum cauſæ quæ ſint, nondum fuerit explicatum.
„ Affirmare, ſingulas rerum ſpecies ſpecificis præditas eſſe qualita-
„ tibus occultis, per quas eæ vim certam in agendo habeant, hoc
„ utique eſt nihil dicere; at ex phænomenis Naturæ duo, vel tria
„ derivare generalia motus principia, & deinde explicare, quemad-
„ modum proprietates, & actiones rerum corporearum omnium ex
„ iſtis principiis conſequantur, id vero magnus eſſet factus in Phi-
„ loſophia progreſſus, etiamſi principiorum iſtorum cauſæ nondum
„ eſſent cognitæ. Quare motus principia ſupradicta proponere non
„ dubito, cum per Naturam univerſam latiſſime pateant. „

Hæc ibi Newtonus, ubi is quidem magnos in Philoſophia progreſſus facturum arbitratus eſt eum, qui ad duo, vel tria generalia motus principia ex Naturæ phænomenis derivata phænomenorum explicationem reduxerit, & ſua principia protulit, ex quibus inter ſe diverſis eorum aliqua tantummodo explicari poſſe cenſuit. Quid igitur, ubi & ea ipſa tria, & alia præcipua quæque, ut ipſa etiam impenetrabilitas, & impulſio reducantur ad principium unicum legitima ratiocinatione deductum? At id per meam unicam, & ſimplicem virium legem præſtari, patebit ſane conſideranti operis totius Synopſin quandam, quam hic ſubjicio; ſed multo magis opus ipſum diligentius pervolventi.

SY-

SYNOPSIS
TOTIUS OPERIS.

PARS I.

PRimis ſeptem Numeris exhibeo, quando, & qua occaſione Theoriam meam invenerim, ac ubi hucusque de ea egerim in Diſſertationibus jam editis; quid ea commune habeat cum Leibnitiana, quid cum Newtoniana Theoria; in quo ab utraque diſcrepet, & vero etiam utrique præſtet: addo, quid alibi promiſerim pertinens ad æquilibrium, & oſcillationis centrum, & quemadmodum iis nunc inventis, ac ex unico ſimpliciſſimo, ac elegantiſſimo theoremate profluentibus omnino ſponte, cum diſſertatiunculam brevem meditarer, jam eo conſilio rem aggreſſus; repente mihi in opus integrum juſtæ molis evaſerit tractatio.

Tum usque ad Num. 11 expono Theoriam ipſam: materiam conſtantem punctis prorſus ſimplicibus, indiviſibilibus, & inextenſis, ac a ſe invicem diſtantibus, quæ puncta habeant ſingula vim inertiæ, & præterea vim activam mutuam pendentem a diſtantiis, ut nimirum data diſtantia detur & magnitudo, & directio vis ipſius, mutata autem diſtantia, mutetur vis ipſa, quæ imminuta diſtantia in infinitum ſit repulſiva, & quidem excreſcens in infinitum; aucta autem diſtantia minuatur, evaneſcat, mutetur in attractivam creſcentem primo, tum decreſcentem, evaneſcentem, abeuntem iterum in repulſivam, idque per multas vices, donec demum in majoribus diſtantiis abeat in attractivam decreſcentem ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; quem nexum virium cum diſtantiis, & vero etiam earum tranſitum a poſitivis ad negativas, ſive a repulſivis ad attractivas, vel vice verſa, oculis ipſis propono in vi, qua binæ elaſtri cuſpides conantur ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, prout ſunt plus juſto diſtractæ, vel contractæ.

Inde ad Num. 16 oſtendo, quo pacto id non ſit aggregatum quoddam virium temere coaleſcentium, ſed per unicam curvam continuam exponatur ope abſciſſarum exprimentium diſtantias, & ordinatarum exprimentium vires, cujus curvæ ductum, & naturam expono, ac oſtendo, in quo differat ab hyperbola illa gradus tertii, quæ Newtonianam gravitatem

Digitized by Google

exprimit: ac demum ibidem & argumentum, & diviſionem propono operis totius.

Hisce expoſitis gradum facio ad exponendam totam illam analyſin, qua ego ad ejusmodi Theoriam deveni, & ex qua ipſam arbitror directa, & ſolidiſſima ratiocinatione deduci totam. Contendo nimirum usque ad Numerum 20 illud, in colliſione corporum debere vel haberi compenetrationem, vel violari legem continuitatis, velocitate mutata per ſaltum, ſi cum inæqualibus velocitatibus deveniant ad immediatum contactum, quæ continuitatis lex cum (ut evinco) debeat omnino obſervari, illud infero, antequam ad contactum deveniant corpora, debere mutari eorum velocitates per vim quandam, quæ ſit par extinguendæ velocitati, vel velocitatum differentiæ, cuivis utcunque magnæ.

A Num. 19 ad 28 expendo effugium, quo ad eludendam argumenti mei vim uruntur ii, qui negant corpora dura, qua quidem reſponſione uti non poſſunt Newtoniani, & Corpuſculares generaliter, qui elementares corporum particulas aſſumunt prorſus duras; qui autem omnes utcunque parvas corporum particulas molles admittunt, vel elaſticas, difficultatem non effugiunt, ſed transferunt ad primas ſuperficies, vel puncta, in quibus committeretur omnino ſaltus, & lex continuitatis violaretur; ubi quemdam verborum luſum evolvo, fruſtra adhibitum ad eludendam argumenti mei vim.

Sequentibus Num. 28 & 29 binas alias reſponſiones rejicio aliorum, quarum altera, ut mei argumenti vis elidatur, affirmat quispiam, prima materiæ elementa compenetrari; altera dicuntur materiæ puncta adhuc moveri ad ſe invicem, ubi localiter omnino quieſcunt: & contra primum effugium evinco impenetrabilitatem ex inductione; contra ſecundum expono æquivocationem quandam in ſignificatione vocis *motus*, cui æquivocationi totum innititur.

Hinc Num. 30 & 31 oſtendo, in quo a Mac-Laurino diſſentiam, qui conſiderata eadem, quam ego contemplatus ſum, colliſione corporum, concluſit, continuitatis legem violari, cum ego eandem illæſam eſſe debere ratus ad totam devenerim Theoriam meam.

Hic igitur, ut meæ deductionis vim exponam, in ipſam continuitatis legem inquiro, ac a Num. 32 ad 38 expono, quid ipſa ſit, quid mutatio continua per gradus omnes intermedios, quæ nimirum excludat

omnem

Digitized by Google

omnem ſaltum ab una magnitudine ad aliam ſine tranſitu per intermedias, ac Geometriam etiam ad explicationem rei in ſubſidium advoco; tum eam probo primum ex inductione, ac in ipſum inductionis principium inquirens usque ad Num. 43, exhibeo, unde habeatur ejusdem principii vis, ac ubi id adhiberi poſſit, rem ipſam illuſtrans exemplo impenetrabilitatis erutæ paſſim per inductionem, donec demum ejus vim applicem ad legem continuitatis demonſtrandam: ac ſequentibus binis Numeris caſus evolvo quosdam binarum claſſium, in quibus continuitatis lex videtur lædi, nec tamen læditur.

Poſt probationem principii continuitatis petitam ab inductione, aliam Num. 46 ejus probationem aggredior Metaphyſicam quandam, ex neceſſitate utriusque limitis in quantitatibus realibus, vel ſeriebus quantitatum realium finitis, quæ nimirum nec ſuo principio, nec ſuo fine carere poſſunt. Ejus rationis vim oſtendo in motu locali, & in Geometria ſequentibus duobus Numeris; tum Num. 63 expono difficultatem quandam, quæ petitur ex eo, quod in momento temporis, in quo transitur a *non eſſe* ad *eſſe*, videatur juxta ejusmodi Theoriam debere ſimul haberi ipſum *eſſe* & *non eſſe*, quorum alterum ad finem præcedentis ſeriei ſtatuum pertinet, alterum ad ſequentis initium, ac ſolutionem ipſius fuſe evolvo, Geometria etiam ad rem oculo ipſi ſiſtendam vocata in auxilium.

Ipſo Num. 63, poſt epilogum eorum omnium, quæ de lege continuitatis ſunt dicta, id principium applico ad excludendum ſaltum immediatum ab una velocitate ad aliam, ſine tranſitu per intermedias, quod & inductionem læderet pro continuitate ampliſſimam, & induceret pro ipſo momento temporis, in quo fieret ſaltus, binas velocitates, ultimam nimirum ſeriei præcedentis, & primam novæ, cum tamen duas ſimul velocitates idem mobile habere omnino non poſſit. Id autem ut illuſtrem, & evincam, usque ad Num. 72 conſidero velocitatem ipſam, ubi potentialem quandam, ut appello, velocitatem ab actuali ſecerno, & multa, quæ ad ipſarum naturam, ac mutationes pertinent, diligenter evolvo, non nullis etiam, quæ inde contra meæ Theoriæ probationem objici poſſunt, diſſolutis.

His expoſitis concludo jam illud ex ipſa continuitate, ubi corpus quodpiam velocius movetur poſt aliud lentius, ad contactum immediatum cum illa velocitatum inæqualitate deveniri non poſſe, in quo ſcilicet con-

ta-

Digitized by Google

tactu primo mutaretur vel utriusque velocitas, vel alterius, per saltum; sed debere mutationem velocitatis incipere ante contactum ipsum. Hinc Num. 73 infero, debere haberi mutationis causam, quæ nimirum appellatur vis; tum Num. 74 hanc vim debere esse mutuam, & agere in partes contrarias, quod per inductionem evinco; & inde infero Num. 75, debere esse repulsivam ejusmodi vim mutuam, ac ejus legem exquirendam propono. In ejusmodi autem perquisitione usque ad Num. 80 invenio illud, debere vim ipsam imminutis distantiis crescere in infinitum ita, ut par sit extinguendæ velocitati utcunque magnæ; tum & illud, imminutis in infinitum etiam distantiis, debere in infinitum augeri, in maximis autem debere esse e contrario attractivam, uti est gravitas: inde vero colligo limitem inter attractionem, & repulsionem; tum sensim plures, ac etiam plurimos ejusmodi limites invenio, sive transitus ab attractione ad repulsionem, & vice versa, ac formam totius curvæ per ordinatas suas exprimentis virium legem determino.

Eo usque virium legem deduco, ac definio; tum Num. 81 eruo ex ipsa lege constitutionem elementorum materiæ, quæ debent esse simplicia, ob repulsionem in minimis distantiis in immensum auctam; nam ea, si forte ipsa elementa partibus constarent, nexum omnem dissolveret. Usque ad Num. 87 inquiro in illud, an hæc elementa, ut simplicia esse debent, ita etiam inextensa esse debeant; ac exposita illa, quam virtualem extensionem appellant, eandem excludo inductionis principio, & difficultatem evolvo tum eam, quæ peti possit ab exemplo ejus generis extensionis, quam in anima indivisibili, & simplice per aliquam corporis partem divisibilem, & extensam passim admittunt; vel omnipræsentiæ DEI: tum eam, quæ peti possit ab analogia cum quiete, in qua nimirum conjungi debeat unicum spatii punctum cum serie continua momentorum temporis, uti in extensione virtuali unicum momentum temporis cum serie continua punctorum spatii conjungeretur; ubi ostendo, nec quietem omnimodam in Natura haberi usquam, nec adesse semper omnimodam inter tempus, & spatium analogiam. Hic autem ingentem colligo ejusmodi determinationis fructum, ostendens usque ad Num. 90, quantum prosit simplicitas, indivisibilitas, inextensio elementorum materiæ, ob submotum transitum a vacuo continuo per saltum ad materiam continuam, ac ob sublatum limitem densitatis, quæ in ejusmodi Theoria ut minui in infinitum potest, ita potest in

in-

infinitum etiam augeri, dum in communi, ubi ad contactum deventum est, augeri ultra densitas nequaquam potest; potissimum vero ob sublatum omne continuum coexistens, quo sublato & gravissimæ difficultates plurimæ evanescunt, & infinitum actu existens habetur nullum, sed in possibilibus tantummodo remanet series finitorum in infinitum producta.

His definitis, inquiro usque ad Num. 99 in illud, an ejusmodi elementa sint censenda homogenea, an heterogenea; ac primo quidem argumentum pro homogeneitate saltem in eo, quod pertinet ad totam virium legem, invenio in homogeneitate tanta primi cruris repulsivi in minimis distantiis, ex quo pendet impenetrabilitas, & postremi attractivi, quo gravitas exhibetur, in quibus omnis materia est penitus homogenea. Ostendo autem, nihil contra ejusmodi homogeneitatem evinci ex principio Leibnitiano indiscernibilium, nihil ex inductione; & ostendo, unde tantum proveniat discrimen in compositis massulis, ut in frondibus, & foliis; ac per inductionem, & analogiam demonstro, naturam nos ad homogeneitatem elementorum, non ad heterogeneitatem deducere.

Ea ad probationem Theoriæ pertinent; qua absoluta, antequam inde fructus colligantur multiplices, gradum hic facio ad evolvendas difficultates, quæ vel objectæ jam sunt, vel objici posse videntur mihi; primo quidem contra vires in genere; tum contra meam hanc expositam, comprobatamque virium legem, ac demum contra puncta illa indivisibilia, & inextensa, quæ ex ipsa ejusmodi virium lege deducuntur.

Primo quidem, ut iis etiam faciam satis, qui inani vocabulorum quorundam sono perturbantur, a Num. 100 ad 103 ostendo, vires hasce non esse quoddam occultarum qualitatum genus, sed patentem sane Mechanismum, cum & idea earum sit admodum distincta, & existentia, ac lex positive comprobata; ad Mechanicam vero pertineat omnis tractatio de Motibus, qui a datis viribus etiam sine immediato impulsu oriuntur. A Num. 103 ad 105 ostendo, nullum committi saltum in transitu a repulsionibus ad attractiones, & vice versa, cum nimirum per omnes intermedias quantitates is transitus fiat. Inde vero ad objectiones gradum facio, quæ totam curvæ formam impetunt. Ostendo nimirum usque ad Num. 120, non posse omnes repulsiones a minore attractione desumi; repulsiones ejusdem esse seriei cum attractionibus, a quibus differant tantummodo ut minus a majore, sive ut negativum a positivo; ex ipsa curva-

Digitized by Google

rum natura, quæ, quo altioris ſunt gradus, eo in pluribus punctis rectam ſecare poſſunt, & eo in immenſum plures ſunt numero; haberi potius, ubi curva quæritur, quæ vires exprimat, indicium pro curva ejus naturæ, ut rectam in plurimis punctis ſecet, adeoque plurimos ſecum afferat virium tranſitus a repulſivis ad attractivas, quam pro curva, quæ nusquam axem ſecans attractiones ſolas, vel ſolas pro diſtantiis omnibus repulſiones exhibeat: ſed vires repulſivas, & multiplicitatem tranſituum eſſe poſitive probatam, & deductam totam curvæ formam, quam itidem oſtendo, non eſſe ex arcubus natura diverſis temere coaleſcentem, ſed omnino ſimplicem, atque eam ipſam ſimplicitatem in Supplementis evidentiſſime demonſtro, exhibens methodum, qua deveniri poſſit ad æquationem ejusmodi curvæ ſimplicem, & uniformem, licet, ut hic oſtendo, ipſa illa lex virium poſſit mente reſolvi in plures, quæ per plures curvas exponantur, a quibus tamen omnibus illa reapſe unica lex, per unicam illam continuam, & in ſe ſimplicem curvam componatur.

A Num. 120 refello, quæ objici poſſunt a lege gravitatis decreſcentis in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ nimirum in minimis diſtantiis attractionem requirit creſcentem in infinitum. Oſtendo autem, ipſam non eſſe uspiam accurate in ejusmodi ratione, niſi imaginarias reſolutiones exhibeamus; nec vero ex Aſtronomia deduci ejusmodi legem prorſus accurate ſervatam in ipſis Planetarum, & Cometarum diſtantiis, ſed ad ſummum ita proxime, ut differentia ab ea lege ſit perquam exigua: ac a Num. 123 expendo argumentum, quod pro ejusmodi lege deſumi poſſit ex eo, quod cuipiam viſa ſit omnium optima, & idcirco electa ab Authore Naturæ, ubi ipſum Optimiſmi principium ad trutinam revoco, ac excludo, & vero illud etiam evinco, non eſſe, cur omnium optima ejusmodi lex cenſeatur: in Supplementis vero oſtendo, ad quæ potius abſurda deducat ejusmodi lex, & vero etiam leges aliæ plures attractionis, quæ imminutis in infinitum diſtantiis excreſcat in infinitum.

Num. 130 a viribus tranſeo ad elementa, & primum oſtendo, cur punctorum inextenſorum ideam non habeamus, quod nimirum eam haurire non poſſumus per ſenſus, quos ſolæ maſſæ, & quidem grandiores, afficiunt, atque idcirco eandem nos ipſi debemus per reflexionem efformare, quod quidem facile poſſumus. Ceterum illud oſtendo, me non inducere primum in Phyſicam puncta indiviſibilia, & inextenſa, cum

eo

Digitized by Google

eo etiam Leibnitianæ monades recidant, ſed ſublata extenſione continua difficultatem auferre illam omnem, quæ jam olim contra Zenonicos objecta, nunquam eſt ſatis ſoluta, qua fit, ut extenſio continua ab inextenſis effici omnino non poſſit.

Num. 139 oſtendo, inductionis principium contra ipſa nullam habere vim, ipſorum autem exiſtentiam vel inde probari, quod continuitas ſe ſe ipſam deſtruat, & ex ea aſſumpta probetur argumentis a me inſtitutis hoc ipſum, prima elementa eſſe indiviſibilia, & inextenſa, nec ullum haberi extenſum continuum. A Num. 141 oſtendo, ubi continuitatem admittam, nimirum in ſolis motibus; ac illud explico, quid mihi ſit ſpatium, quid tempus, quorum naturam in Supplementis multo uberius expono. Porro continuitatem ipſam oſtendo a natura in ſolis motibus obtineri accurate, in reliquis affectari quodammodo; ubi & exempla quædam evolvo continuitatis primo aſpectu violatæ, in quibusdam proprietatibus luminis, ac in aliis quibusdam caſibus, in quibus quædam creſcunt per additionem partium, non (ut ajunt) per interruptionem.

A Num. 152 oſtendo, quantum hæc mea puncta a ſpiritibus differant; ac illud etiam evolvo, unde fiat, ut in ipſa idea corporis videatur includi extenſio continua, ubi in ipſam idearum noſtrarum originem inquiro, & quæ inde præjudicia profluant, expono. Poſtremo autem loco Num. 164 innuo, qui fieri poſſit, ut puncta inextenſa, & a ſe invicem diſtantia, in maſſam coaleſcant, quantum libet, cohærentem, & iis proprietatibus præditam, quas in corporibus experimur, quod tamen ad tertiam partem pertinet, ibi multo uberius pertractandum: ac ibi quidem primam hanc partem abſolvo.

PARS II.

NUm. 165 hujus partis argumentum propono; ſequenti vero 166, quæ potiſſimum in curva virium conſideranda ſint, enuncio. Eorum conſiderationem aggreſſus, primo quidem usque ad Num. 171 in ipſos arcus inquiro, quorum alii attractivi, alii repulſivi, alii aſymptotici, ubi caſuum occurrit mira multitudo, & in quibusdam conſectaria notatu digna, ut & illud, cum ejus formæ curvæ plurium aſymptotorum eſſe poſſit, Mundorum prorſus ſimilium ſeriem poſſe oriri, quorum alter reſpectu

alterius vices agat unius, & indiſſolubilis elementi. Ad Num. 175 arcas contemplor arcubus clauſas, quæ, reſpondentes ſegmento axis cuicunque, eſſe poſſunt magnitudine utcunque magnæ vel parvæ, ſunt autem menſura incrementi, vel decrementi quadrati velocitatum. Ad Num. 187 inquiro in appulſus curvæ ad axem, ſive is ibi ſecetur ab eadem (quo caſu habentur tranſitus vel a repulſione ad attractionem, vel ab attractione ad repulſionem, quos dico limites, & quorum maximus eſt in tota mea Theoria uſus); ſive tangatur, & curva retro redeat; ubi etiam pro appulſibus conſidero receſſus in infinitum per arcus aſymptoticos, & qui tranſitus, ſive limites, oriantur inde, vel in Natura admitti poſſint, evolvo.

Num. 188 a conſideratione curvæ ad punctorum combinationem gradum facio, ac primo quidem usque ad Num. 202 ago de ſyſtemate duorum punctorum, ea pertractans, quæ pertinent ad eorum vires mutuas, & motus, ſive ſibi relinquantur, ſive projiciantur utcunque; ubi & conjunctione ipſorum expoſita in diſtantiis limitum, & oſcillationibus variis, ſive nullam externam punctorum aliorum actionem ſentiant, ſive perturbentur ab eadem, illud innuo in anteceſſum, quanto id uſui futurum ſit in parte tertia ad exponenda cohæſionis varia genera, fermentationes, conflagrationes, emiſſiones vaporum, proprietates luminis, elaſticitatem, mollitiem.

Succedit a Num. 203 ad 236 multo uberior conſideratio trium punctorum, quorum vires generaliter facile definiuntur data ipſorum poſitione quacunque; verum utcunque data poſitione, & celeritate, nondum a Geometris inventi ſunt motus ita, ut generaliter pro caſibus omnibus abſolvi calculus poſſit. Vires igitur, & variationem ingentem, quam diverſæ pariunt combinationes punctorum, ut ut tantummodo numero trium, perſequor usque ad Num. 208. Hinc usque ad Num. 212 quædam evolvo, quæ pertinent ad vires ortas in ſingulis ex actione compoſita reliquorum duorum, & quæ tertium punctum non ad acceſſum urgeant, vel receſſum tantummodo reſpectu eorundem, ſed & in latus; ubi & ſoliditatis imago prodit, & ingens ſane diſcrimen in diſtantiis particularum perquam exiguis, ac ſumma in maximis, in quibus gravitas agit, conformitas, quod quanto itidem ad Naturæ explicationem futurum ſit uſui, ſignifico. Usque ad Num. 218 ipſis etiam oculis contemplandum propono ingens diſcrimen in legibus virium, quibus bina puncta agunt

in

Digitized by Google

in tertium, ſive id jaceat in recta, qua junguntur, ſive in recta ipſi perpendiculari, & eorum intervallum ſecante bifariam, conſtructis ex data primigenia curva curvis vires compoſitas exhibentibus; tum ſequentibus binis numeris caſum evolvo notatu digniſſimum, in quo mutata ſola poſitione binorum punctorum, punctum tertium per idem quoddam intervallum, ſitum in eadem diſtantia a medio eorum intervallo, vel perpetuo attrahitur, vel perpetuo repellitur, vel nec attrahitur, nec repellitur; cujusmodi diſcrimen cum in maſſis haberi debeat multo majus, illud indico Num. 221, quantus inde itidem in Phyſicam uſus proveniat.

Hic jam Num. 221 a viribus binorum punctorum tranſeo ad conſiderandum totum ipſorum ſyſtema, & usque ad Num. 227 contemplor tria puncta in directum ſita, ex quorum mutuis viribus relationes quædam exurgunt, quæ multo generaliores redduntur inferius, ubi in tribus etiam punctis tantummodo adumbrantur, quæ pertinent ad virgas rigidas, flexiles, elaſticas, ac ad vectem, & ad alia plura, quæ itidem inferius, ubi de maſſis, multo generaliora fiunt. Demum usque ad Num. 235 contemplor tria puncta poſita non in directum, ſive in æquilibrio ſint, ſive in perimetro ellipſium quarundam, vel curvarum aliarum, in quibus mira occurrit analogia limitum quorundam cum limitibus, quos habent bina puncta in axe curvæ primigeniæ ad ſe invicem, atque ibidem multo major varietas caſuum indicatur pro maſſis, & ſpecimen applicationis exhibetur ad ſoliditatem, & liquationem per celerem inteſtinum motum punctis impreſſum. Sequentibus autem binis Numeris generalia quædam expono de ſyſtemate punctorum quatuor cum applicatione ad virgas ſolidas, rigidas, flexiles, ac ordines particularum varios exhibeo per pyramides, quarum infimæ ex punctis quatuor, ſuperiores ex quatuor pyramidibus ſingulæ coaleſcant.

A Num. 239 ad maſſas gradu facto usque ad Num 262 conſidero, quæ ad centrum gravitatis pertinent, ac demonſtro generaliter, in quavis maſſa eſſe aliquod, & eſſe unicum; oſtendo, quo pacto determinari generaliter poſſit; & quid in methodo, quæ communiter adhibetur, deſit ad habendam demonſtrationis vim, luculenter expono, & ſuppleo, ac exemplum profero quoddam ejusdem generis, quod ad numerorum pertinet multiplicationem, & ad virium compoſitionem per parallelogramma, quam alia methodo generaliore exhibeo analoga illi ipſi, qua gene-

Digitized by Google

raliter in centrum gravitatis inquiro: tum vero ejusdem ope demonſtro admodum expedite, & accuratiſſime celebre illud Newtoni theorema de ſtatu centri gravitatis per mutuas internas vires nunquam turbato.

Ejus tractationis fructus colligo plures; conſervationem ejusdem quantitatis motus in Mundo in eandem plagam Num. 263; æqualitatem actionis, & reactionis in maſſis Num. 264; colliſionem corporum, & communicationem motus in congreſſibus directis cum eorum legibus inde ad Num. 274; congreſſus obliquos, quorum Theoriam a reſolutione motuum reduco ad compoſitionem, inde usque ad Num. 276, quod ſequenti Numero 277 transfero ad incurſum etiam in planum immobile; ac a Num. 278 ad 287 oſtendo, nullam haberi in Natura veram virium, aut motum reſolutionem, ſed imaginariam tantummodo, ubi omnia evolvo, & explico caſuum genera, quæ prima fronte virium reſolutionem requirere videntur.

A Num. 288. ad 294 leges expono compoſitionis virium, & reſolutionis, ubi & illud notiſſimum, quo pacto in compoſitione decreſcat vis, in reſolutione creſcat, ſed in illa priore conſpirantium ſumma ſemper maneat, contrariis eliſis; in hac poſteriore concipiantur tantummodo binæ vires contrariæ adjectæ, quæ conſideratio nihil turbet phænomena; unde fiat, ut nihil inde pro virium vivarum Theoria deduci poſſit, cum ſine iis explicentur omnia, ubi plura ibidem explico ex iis phænomenis, quæ pro ipſis viribus vivis afferri ſolent.

A Num. 295 occaſione inde arrepta aggredior quædam, quæ ad leges continuitatis pertinent, ubique in motibus ſancte ſervatam, ac oſtendo illud, idcirco in colliſionibus corporum, ac in motu reflexo, leges vulgo definitas, non niſi proxime tantummodo obſervari; & usque ad Num. 305 relationes varias perſequor angulorum incidentiæ, & reflexionis, ſive vires conſtanter in acceſſu attrahant, vel repellant conſtanter, ſive jam attrahant, jam repellant: ubi & illud conſidero, quid accidat, ſi ſcabrities ſuperficiei agentis exigua ſit, quid, ſi ingens; ac elementa profero, quæ ad luminis reflexionem, & refractionem explicandam, definiendamque ex Mechanica requiruntur; relationem itidem vis abſolutæ ad relativam in obliquo gravium deſcenſu, & non nulla, quæ ad oſcillationum accuratiorem Theoriam neceſſaria ſunt, prorſus elementaria, diligenter expono.

A Num. 306 inquiro in trium maſſarum ſyſtema, ubi usque ad Num. 311 theoremata evolvo plura, quæ pertinent ad directionem vi-ium in ſingulis compoſitarum e binis reliquarum actionibus; ut illud, :as directiones vel eſſe inter ſe parallelas, vel, ſi utrinque indefinite pro-lucantur, per quoddam commune punctum trafire omnes: tum usque ad 119 theoremata alia plura, quæ pertinent ad earundem compoſitarum vi-ium rationem ad ſe invicem, ut illud & ſimplex, & elegans, binarum naſſarum vires acceleratrices eſſe ſemper in ratione compoſita ex tribus eciprocis rationibus, diſtantiæ ipſarum a maſſa tertia, ſinus anguli, uem ſingularum directio continet cum ſua ejusmodi diſtantia, & maſſæ ɔſius eam habentis compoſitam vim, ad diſtantiam, ſinum, maſſam al-:ram; vires autem motrices habere tantummodo priores rationes duas liſa tertia.

Eorum theorematum fructum colligo deducens inde usque ad ſum. 326, quæ ad æquilibrium pertinent divergentium utcunque vi-um, & ipſius æquilibrii centrum, ac niſum centri in fulcrum, & quæ l præponderantiam; Theoriam extendens ad caſum etiam, quo maſſæ ɔn in ſe invicem agant mutuo immediate, ſed per intermedias alias, ıæ nexum conciliant, & virgarum nectentium ſuppleant vices; ac ad aſſas etiam quotcunque, quarum ſingulas cum centro converſionis, & a quavis aſſumpta maſſa connexas concipio, unde principium momenti duco pro machinis omnibus; tum omnium vectium genera evolvo, ut illud, facta ſuſpenſione per centrum gravitatis haberi æquilibrium, ſed ipſo centro debere ſentiri vim a fulcro, vel ſuſtinente puncto, æqua-n ſummæ ponderum totius ſyſtematis; unde demum pateat ejus ratio, ɔd paſſim ſine demonſtratione aſſumitur, nimirum ſyſtemate quieſcente, impedito omni partium motu per æquilibrium, totam maſſam concipi ſſe ut in centro gravitatis collectam.

A Num. 327 ad 341 deduco ex iisdem theorematis, quæ perti-ıt ad centrum oſcillationis quotcunque maſſarum, ſive ſint in eadem ta, ſive in plano perpendiculari ad axem rotationis ubicunque, quæ eoria per ſyſtema 4 maſſarum, excolendum aliquanto diligentius, uberius ɔmoveri deberet & extendi ad generalem habendum ſolidorum nexum; re indicata, centrum itidem percuſſionis inde evolvo, & ejus analo-n cum centro oſcillationis exhibeo.

Col-

Digitized by Google

Collecto ejusmodi fructu ex theorematis pertinentibus ad maſſas tres, innuo Num. 345, quæ mihi communia ſint cum ceteris omnibus, & cum Newtonianis potiſſimum, pertinentia ad ſummas virium, quas habet punctum, vel maſſa attracta, vel repulſa a punctis ſingulis alterius maſſæ; tum a Num. 347 ad finem hujus partis, ſive ad Num. 357, expono quædam, quæ pertinent ad fluidorum Theoriam, & primo quidem ad preſſionem, ubi illud innuo demonſtratum a Newtono, ſi compreſſio fluidi ſit proportionalis vi comprimenti, vires repulſivas punctorum eſſe in ratione reciproca diſtantiarum, ac vice verſa; oſtendo autem illud, ſi eadem vis ſit inſenſibilis, rem, præter alias curvas, exponi poſſe per Logiſticam, & in fluidis gravitate noſtra terreſtri præditis preſſiones haberi debere ut altitudines; deinde vero attingo illa etiam, quæ pertinent ad velocitatem fluidi erumpentis e vaſe, & expono, quid requiratur, ut ea ſit æqualis velocitati, quæ acquireretur cadendo per altitudinem ipſam, quemadmodum videtur res obtingere in aquæ effluxu: quibus partim expoſitis, partim indicatis, hanc ſecundam partem concludo.

PARS III.

NUm. 357 propono argumentum hujus tertiæ partis, in qua omnes e Theoria mea generales materiæ proprietates deduco, & particulares plerasque: tum usque ad Num. 365 ago aliquanto fuſius de impenetrabilitate, quam duplicis generis agnoſco in meis punctorum inextenſorum maſſis, ubi etiam de ea apparenti quadam compenetratione ago, ac de luminis tranſitu per ſubſtantias intimas ſine vera compenetratione, & mira quædam phænomena huc pertinentia explico admodum expedite. Inde ad Num. 369 de extenſione ago, quæ mihi quidem in materia, & coroporibus non eſt continua, ſed adhuc eadem præbet phænomena ſenſibus, ac in communi ſententia; ubi etiam de Geometria ago, quæ vim ſuam in mea Theoria retinet omnem: tum ad Num. 377 figurabilitatem perſequor, ac molem, maſſam, denſitatem ſingillatim, in quibus omnibus ſunt quædam Theoriæ meæ propria ſcitu non indigna. De Mobilitate, & Motuum Continuitate, usque ad Num. 383 notatu digna continentur; tum usque ad Num. 385 ago de æqualitate actionis, & reactionis, cujus conſectaria vires ipſas, quibus Theoria mea innititur, mirum in

mo-

modum confirmant. Succedit usque ad Num. 392 divisibilitas, quam ego ita admitto, ut quævis massa existens numerum punctorum realium habeat finitum tantummodo, sed qui in data quavis mole possit esse utcunque magnus; quamobrem divisibilitati in infinitum vulgo admissæ substituo componibilitatem in infinitum, ipsi, quod ad naturæ phænomena explicanda pertinet, prorsus æquivalentem. Iis evolutis addo immutabilitatem primorum materiæ elementorum, quæ cum mihi sint simplicia prorsus, & inextensa, sunt utique immutabilia, & ad exhibendam perennem phænomenorum seriem aptissima.

A Num. 394 ad 400 gravitatem deduco ex mea virium Theoria, anquam ramum quendam e communi trunco, ubi & illud expono, qui ieri possit, ut Fixæ in unicam massam non coalescant, quod gravitas generalis requirere videretur. Inde ad Num. 413 ago de cohæsione, qui st itidem veluti alter quidam ramus, quam ostendo, nec in quiete consistere, nec in motu conspirante, nec in pressione fluidi cujuspiam, nec n attractione maxima in contactu, sed in limitibus inter repulsionem, & ttractionem; ubi & problema generale propono quoddam huc pertinens, & illud explico, cur massa fracta non iterum coalescat; cur fibræ ante tractionem distendantur, vel contrahantur; & innuo, quæ ad cohæsionem pertinentia mihi cum reliquis Philosophis communia sint.

A cohæsione gradum facio Num. 414 ad particulas, quæ ex unctis cohærentibus efformantur, de quibus ago usque ad Num. 421, varia persequor earum discrimina: ostendo nimirum, quo pacto varias induere possint figuras quascunque, quarum tenacissimæ sint; possint autem data quavis figura discrepare plurimum in numero, & distributione unctorum, unde & oriantur admodum inter se diversæ vires unius particulæ in aliam, ac itidem diversæ in diversis partibus ejusdem particulæ respectu diversarum partium, vel etiam respectu ejusdem partis particulæ uterius, cum a solo numero, & distributione punctorum pendeat illud, data particula datam aliam in datis earum distantiis, & superficierum ecis, vel attrahat, vel repellat, vel respectu ipsius sit prorsus iners: m illud addo, particulas eo difficilius dissolubiles esse, quo minores nt; debere autem in gravitate esse penitus uniformes, quæcunque punctorum dispositio habeatur, & in aliis proprietatibus plerisque debere esse ad-

Digitized by Google

admodum (uti obſervamus) diverſas, quæ diverſitas multo major in majoribus maſſis eſſe debeat.

A Num. 421 ad 440 de ſolidis, & fluidis, quod diſcrimen itidem pertinet ad varia cohæſionum genera; & diſcrimen inter ſolida, & fluida diligenter expono, horum naturam potiſſimum repetens ex motu faciliori particularum in gyrum circa alias, atque id ipſum ex viribus circumquaque æqualibus; illorum vero ex inæqualitate virium, & viribus quibusdam in latus, quibus certam poſitionem ad ſe invicem ſervare debeant. Varia autem diſtinguo fluidorum genera, & diſcrimen profero inter virgas rigidas, flexiles, elaſticas, fragiles; ut & de viſcoſitate, & humiditate ago, ac de organicis, & ad certas figuras determinatis corporibus, quorum efformatio nullam habet difficultatem, ubi una particula unam aliam poſſit in certis tantummodo ſuperficiei partibus attrahere, & proinde cogere ad certam quandam poſitionem acquirendam reſpectu ipſius, & retinendam. Demonſtro autem & illud, poſſe admodum facile ex certis particularum figuris, quarum ipſæ tenaciſſimæ ſint, totum etiam Atomiſtarum, & Corpuſcularium ſyſtema a mea Theoria repeti ita, ut id nihil ſit aliud, niſi unicus itidem hujus veluti trunci fœcundiſſimi ramus e diverſa cohæſionis ratione prorumpens. Demum oſtendo, cur non quævis maſſa, ut ut conſtans ex homogeneis punctis, & circa ſe maxime in gyrum mobilibus, fluida ſit; & fluidorum reſiſtentiam quoque attingo, in ejus leges inquirens.

A Num. 437 ad 444 ago de iis, quæ itidem ad diverſa pertinent ſoliditatis genera, nimirum de elaſticis, & mollibus, illa repetens a magna inter limites proximos diſtantia, qua fiat, ut puncta longe dimota a locis ſuis, idem ubique genus virium ſentiant, & proinde ſe ad priorem reſtituant locum; hæc a limitum frequentia, atque ingenti vicinia, qua fiat, ut ex uno ad alium delata limitem puncta, ibi quieſcant itidem reſpective, ut prius. Tum vero de ductilibus, & malleabilibus ago, oſtendens, in quo a fragilibus diſcrepent; oſtendo autem, hæc omnia diſcrimina a denſitate nullo modo pendere, ut nimirum corpus, qud multo ſit altero denſius, poſſit tam multo majorem, quam multo minorem ſoliditatem, & cohæſionem habere, & quævis ex proprietatibus expoſitis æque poſſit cum quavis vel majore, vel minore denſitate componi.

Num.

Digitized by Google

Num. 445 inquiro in vulgaria quatuor elementa; tum a Num. 446 ad Num. 461 perſequor chemicas operationes; Num. 447 explicans diſſolutionem, 448 præcipitationem, 449 & 450 commixtionem plurium ſubſtantiarum in unam; tum Num. 451, & 452 liquationem binis methodis, 453 volatilizationem, & effervescentiam; 456 emiſſionem effluviorum, quæ e maſſa conſtanti debeat eſſe ad ſenſum conſtans; 457 ebullitionem cum variis evaporationum generibus; 458 deflagrationem, & generationem aeris; 459 cryſtallizationem cum certis figuris; ac demum oſtendo illud Num. 460, quo pacto poſſit fermentatio deſinere; & Num. 461, quo pacto non omnia fermenteſcant cum omnibus.

A fermentatione Num. 462 gradum facio ad ignem, qui mihi eſt fermentatio quædam ſubſtantiæ lucis cum ſulphurea quadam ſubſtantia, ac plura inde conſectaria deduco usque ad Num. 465; tum ab igne ad lumen ibidem tranſeo, cujus proprietates præcipuas, ex quibus omnia lucis phænomena oriuntur, propono Num. 467, ac ſingulas a Theoria mea deduco, & fuſe explico usque ad Num. 497; nimirum emiſſionem Num. 468; celeritatem 469; propagationem rectilineam per media homogenea, & apparentem tantummodo compenetrationem a Num. 470 ad 467; pellucidıtatem, & opacitatem Num. 477; reflexionem ad angulos æquales inde ad 479; refractionem ad 481; tenuitatem Num. 482; calorem, & ingentes inteſtinos motus allapſu tenuiſſimæ lucis genitos, Num. 483; actionem majorem corporum oleoſorum, & ſulphuroſorum in lumen Num. 484; tum Num. 485 oſtendo, nullam reſiſtentiam veram pati; ac Num. 486 explico, unde ſint phoſphora; Num. 487 cur lumen cum majore obliquitate incidens reflectatur magis; Num. 488 & 489 unde diverſa refrangibilitas ortum ducat; ac Num. 490, & 491 deduco duas diverſas diſpoſitiones ad æqualia redeuntes intervalla; unde Num. 492 vices illas a Newtono detectas facilioris reflexionis, & facilioris transmiſſus eruo; & Num. 493 illud, radios alios debere reflecti, alios transmitti in appulſu ad novum medium, & eo plures reflecti, quo obliquitas incidentiæ ſit major; ac Num. 494 & 495 expono, unde diſcrimen in intervallis vicium, ex quo uno omnis naturalium colorum pendet Newtoniana Theoria. Demum Num. 495 miram attingo cryſtalli Islandicæ proprietatem, & ejusdem cauſam, ac Num. 496 diffractionem expono, quæ eſt quædam inchoata refractio, ſive reflexio.

Poſt

Digitized by Google

Poſt lucem ex igne derivatam, quæ ad oculos pertinet, ago breviſſime Num. 498 de ſapore, & odore, ac ſequentibus tribus Numeris de ſono; tum Num. 502, 503, 504 de tactu, ubi etiam de frigore, & calore; deinde vero usque ad Num. 508 de electricitate, ubi totam Franklinianam Theoriam ex meis principiis explico, eandem ad bina tantummodo reducens principia, quæ ex mea generali virium Theoria eodem fere pacto deducuntur, quo præcipitationes, atque diſſolutiones. Demum Num 509, ac 510 magnetiſmum perſequor, tam directionem explicans, quam attractionem magneticam.

Hisce expoſitis, quæ ad particulares etiam proprietates pertinent, iterum a Num. 511 ad finem usque generalem corporum complector naturam, & quid materia ſit, quid forma, quæ cenſeri debeant eſſentialia, quæ accidentalia attributa, adeoque quid transformatio ſit, quid alteratio, ſingillatim perſequor, & partem hanc tertiam Theoriæ meæ abſolvo.

De Appendice ad Metaphyſicam pertinente innuam hic illud tantummodo, me ibi exponere de anima illud inprimis, quantum ſpiritus a materia differat, quem nexum anima habeat cum corpore, & quomodo in ipſum agat; tum de DEO, ipſius & exiſtentiam me pluribus evincere, quæ nexum habeant cum ipſa Theoria mea, & Sapientiam inprimis, ac Providentiam, ex qua gradum ad revelationem faciendum innuo tantummodo. Sed hæc in anteceſſum veluti delibaſſe ſit ſatis.

PHI-

Digitized by Google

PHILOSOPHIÆ NATURALIS THEORIA.

PARS I.

Theoriæ expoſitio, analytica deductio, & vindicatio.

VIrium mutuarum Theoria, in quam incidi jam ab Anno 1745., dum e notiſſimis principiis alia ex aliis conſectaria eruerem, & ex qua ipſam ſimplicium materiæ elementorum conſtitutionem deduxi, ſyſtema exhibet medium inter Leibnitianum, & wtonianum, quod nimirum & ex utroque habet plurimum, & ab oque plurimum diſſidet; at utroque in immenſum ſimplicius, proetatibus corporum generalibus ſane omnibus, & peculiaribus quique præcipuis per accuratiſſimas demonſtrationes deducendis eſt fecto mirum in modum idoneum.

II. Habet id quidem ex Leibnitii Theoria elementa prima ſimia ac prorſus inextenſa; habet ex Newtoniano ſyſtemate vires mu, quæ pro aliis punctorum diſtantiis a ſe invicem aliæ ſint; & lem ex ipſo itidem Newtono non ejusmodi vires tantummodo, ipſa puncta determinent ad acceſſum, quas vulgo attractiones inant; ſed etiam ejusmodi, quæ determinent ad receſſum, & appel-

pellantur repulſiones: atque id ipſum ita, ut ubi attractio deſinat, ibi, mutata diſtantia, incipiat repulſio, & vice verſa, quod nimirum Newtonus idem in poſtrema Opticæ Quæſtione propoſuit, ac exemplo tranſitus a poſitivis ad negativa, qui habetur in Algebraicis formulis, illuſtravit. Illud autem utrique ſyſtemati commune eſt cum hoc meo, quod particula materiæ quæcunque cum aliis quibuscunque, utcunque remotis, ita connectitur, ut ad mutationem utcunque exiguam in poſitione uniuscujusque, determinationes ad motum in omnibus reliquis immutentur, & niſi forte elidantur omnes oppoſitæ, qui caſus eſt infinities improbabilis, motus in iis omnibus aliquis inde ortus habeatur.

III. Diſtat autem a Leibnitiana Theoria longiſſime, tum quia nullam extenſionem continuam admittit, quæ ex contiguis, & ſe contingentibus inextenſis oriatur; in quo quidem difficultas jam olim contra Zenonem propoſita, & nunquam ſane aut ſoluta ſatis, aut ſolvenda, de compenetratione omnimoda inextenſorum contiguorum, eandem vim adhuc habet contra Leibnitianum ſyſtema: tum quia homogeneitatem admittit in elementis, omni maſſarum diſcrimine a ſola diſpoſitione, & diverſa combinatione derivato, ad quam homogeneitatem in elementis, & diſcriminis rationem in maſſis, ipſa nos naturæ analogia ducit, ac Chemicæ reſolutiones inprimis, in quibus cum ad adeo pauciora numero, & adeo minus inter ſe diverſa principiorum genera, in compoſitorum corporum analyſi deveniatur, id ipſum indicio eſt, quo ulterius promoveri poſſit analyſis, eo ad majorem ſimplicitatem, & homogeneitatem deveniri debere, adeoque in ultima demum reſolutione ad homogeneitatem, & ſimplicitatem ſummam, contra quam quidem indiſcernibilium principium, & principium rationis ſufficientis, usque adeo a Leibnitianis deprædicata, meo quidem judicio, nihil omnino poſſunt.

IV. Diſtat itidem a Newtoniano ſyſtemate quam plurimum, tum in eo, quod ea, quæ Newtonus in ipſa poſtrema quæſtione Opticæ conatus eſt explicare per tria principia, gravitatis, cohæſionis, fermentationis; immo & reliqua quamplurima, quæ ab iis tribus principiis omnino non pendent, per unicam explicat legem virium, expreſſam unica, & ex pluribus inter ſe commixtis non compoſita algebraica formula, vel unica continua Geometrica curva: tum in eo, quod in minimis diſtantiis vires admittat non poſitivas, ſive attractivas, uti Newtonus; ſed negativas, repulſivasque, quamvis itidem eo majores in infinitum, quo diſtantiæ in infinitum decreſcant. Unde illud

Digitized by Google

illud neceſſario conſequitur, ut nec cohæſio a contactu immediato oriatur, quam ego quidem longe aliunde deſumo; nec ullus immediatus, &, ut illum appellare ſoleo, Mathematicus materiæ contactus habeatur, quod ſimplicitatem, & inextenſionem inducit elementorum, quæ ipſe variarum figurarum voluit, & partibus a ſe invicem diſtinctis compoſita, quamvis ita cohærentia, ut nulla naturæ vi diſſolvi poſſit compages, & adhæſio labefactari, quæ adhæſio ipſi, reſpectu virium nobis cognitarum eſt abſolute infinita.

V. Quæ ad ejusmodi Theoriam pertinentia hucusque ſunt edita, continentur diſſertationibus meis, *De viribus vivis*, edita An. 1745. *De Lumine* A. 1748. *De Lege Continuitatis* A. 1754. *De Lege virium in natura exiſtentium* A. 1755. *De diviſibilitate materiæ, & principiis corporum* A. 1757. ac in meis Stayanæ Philoſophiæ verſibus traditæ (cujus primus Tomus prodiit A. 1755.) ſupplementis: eandem autem ſatis dilucide propoſuit, & ampliſſimum ipſius per omnem Phyſicam demonſtravit uſum vir e noſtra Societate doctiſſimus Carolus Benvenutus in ſua *Phyſicæ Generalis Synopſi* edita Anno 1754. In ea Synopſi propoſuit idem & meam deductionem æquilibrii binarum maſſarum, viribus parallelis animatarum, quæ ex ipſa mea Theoria per notiſſimam legem compoſitionis virium, & æqualitatis inter actionem, & reactionem, fere ſponte conſequitur, cujus quidem in ſupplementis illis §. 4. ad Lib. 3. mentionem feci, ubi & quæ in diſſertatione *De Centro Gravitatis* edideram, paucis propoſui; & de centro oſcillationis agens, protuli aliorum methodos præcipuas quasque, quæ ipſius determinationem a ſubſidiariis tantummodo principiis quibusdam repetunt. Ibidem autem de æquilibrii centro agens illud affirmavi: *In natura nullæ ſunt rigidæ virgæ, inflexiles, & omni gravitate, ac inertia carentes, adeoque nec revera ullæ leges pro iis conditæ; & ſi ad genuina, & ſimpliciſſima naturæ principia res exigatur, invenietur, omnia pendere a compoſitione virium, quibus in ſe invicem agunt particulæ materiæ; a quibus nimirum viribus omnia naturæ phænomena proficiſcuntur.* Ibidem autem exhibitis aliorum methodis ad centrum oſcillationis pertinentibus, promiſi, me in quarto ejusdem Philoſophiæ Tomo ex genuinis principiis inveſtigaturum ut æquilibrii, ſic itidem oſcillationis centrum.

VI. Porro cum nuper occaſio ſe mihi præbuiſſet inquirendi in ipſum oſcillationis centrum ex meis principiis, urgente Scherffero noſtro, caſu incidi in Theorema ſimpliciſſimum ſane, & admodum elegans, quo trium maſſarum in ſe mutuo agentium comparantur vires,

Digitized by Google

quod quidem ipſa fortaſſe tanta ſua ſimplicitate effugit hucusque Mechanicorum oculos; niſi forte ne effugerit quidem, ſed alicubi jam ab alio quopiam inventum, & editum, me; quod admodum facile fieri poteſt, adhuc latuerit, ex quo Theoremate & æquilibrium, ac omne vectium genus, & momentorum menſura pro machinis, & oſcillationis centrum etiam pro caſu, quo oſcillatio fit in latus in plano ad axem oſcillationis perpendiculari, & centrum percuſſionis ſponte fluunt, & quod ad ſublimiores alias perquiſitiones viam aperit admodum patentem. Cogitaveram ego quidem initio brevi diſſertatiuncula hoc Theorema tantummodo edere cum conſectariis, ac breve Theoriæ meæ ſpecimen quoddam exponere; ſed paullatim excrevit opuſculum, ut demum & Theoriam omnem expoſuerim ordine ſuo, & vindicarim, & ad Mechanicam prius, tum ad Phyſicam fere univerſam applicaverim, ubi & quæ maxime notatu digna erant, in memoratis diſſertationibus ordine ſuo digeſſi omnia, & alia adjeci quamplurima, quæ vel olim animo conceperam, vel modo ſeſe obtulerunt ſcribenti, & omnem hanc rerum farraginem animo pervolventi.

VII. Prima elementa materiæ mihi ſunt puncta prorſus indiviſibilia, & inextenſa, quæ in immenſo vacuo ita diſperſa ſunt, ut bina quævis a ſe invicem diſtent per aliquod intervallum, quod quidem indefinite augeri poteſt, & minui, ſed penitus evaneſcere non poteſt ſine compenetratione ipſorum punctorum: eorum enim contiguitatem nullam admitto poſſibilem; ſed illud arbitror omnino certum, ſi diſtantia duorum materiæ punctorum ſit nulla, idem prorſus ſpatii vulgo concepti punctum indiviſibile occupari ab utroque debere, & haberi veram, ac omnimodam compenetrationem. Quamobrem non vacuum ego quidem admitto diſſeminatum in materia, ſed materiam in vacuo diſſeminatam, atque innatantem.

VIII. In hisce punctis admitto determinationem perſeverandi in eodem ſtatu quietis vel motus uniformis in directum (a) in quo ſemel ſint poſita, ſi ſeorſum ſingula in natura exiſtant; vel ſi alia alibi exi-

(a) *Id quidem reſpectu ejus ſpatii, in quo continemur nos, & omnia, quæ noſtris obverſari ſenſibus poſſunt, corpora; quod quidem ſpatium ſi quieſcat, nihil ego in ea re a reliquis differo; ſi forte moveatur motu quopiam, quem motum ex ejusmodi determinatione ſequi debeant ipſa materiæ puncta; tum hæc mea erit quædam non abſoluta, ſed reſpectiva inertiæ vis, quam ego quidem expoſui & in* Diſſertatione de Maris æſtu, *& in ſupplementis Stayanis Lib. 1. §. 13.; ubi etiam illud occurrit, quam ob cauſam ejusmodi reſpectivam inertiam excogitarim, & quibus rationibus evinci putem, abſolutam omnino demonſtrari non poſſe; ſed ea huc non pertinent.*

Digitized by Google

exiſtant puncta, componendi per notam, & communem methodum compoſitionis virium, & motuum, parallelogrammorum ope, præcedentem motum cum motu, quem determinant vires mutuæ, quas inter bina quævis puncta agnoſco a diſtantiis pendentes, & iis mutatis mutatas, juxta generalem quandam omnibus communem Legem. In ea determinatione ſtat illa, quam dicimus, inertiæ vis, quæ, an a libera pendeat Supremi Conditoris Lege, an ab ipſa punctorum natura, an ab aliquo iis adjecto, quodcunque iſtud ſit, ego quidem non quaro; nec vero, ſi velim quærere, inveniendi ſpem habeo; quod idem ſane cenſeo de ea virium lege, ad quam gradum jam facio.

IX. Cenſeo igitur bina quæcunque materiæ puncta determinari æque in aliis diſtantiis ad mutuum acceſſum, in aliis ad receſſum mutuum, quam ipſam determinationem appello vim, in priore caſu attractivam, in poſteriore repulſivam, eo nomine non agendi modum, ſed ipſam determinationem exprimens, undecunque proveniat; cujus vero magnitudo mutatis diſtantiis mutetur & ipſa ſecundum certam legem quandam, quæ per Geometricam ſineam curvam, vel Algebraicam formulam exponi poſſit, & oculis ipſis, uti moris eſt apud Mechanicos, repræſentari. Vis mutuæ a diſtantia pendentis, & ea variata itidem variatæ, atque ad omnes in immenſum & magnas, & parvas diſtantias pertinentis, habemus exemplum in ipſa Newtoniana Generali Gravitate mutata in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ idcirco nunquam e poſitiva in negativam migrare poteſt, adeoque ab attractiva ad repulſivam, ſive a determinatione ad acceſſum ad determinationem ad receſſum nuſquam migrat. Verum in elaſtris inflexis habemus etiam imaginem ejusmodi vis mutuæ variatæ ſecundum diſtantias, & a determinatione ad receſſum migrantis in determinationem ad acceſſum, & vice verſa. Ibi enim ſi duæ cuſpides, compreſſo elaſtro, ad ſe invicem accedant, acquirunt determinationem ad receſſum, eo majorem, quo magis, compreſſo elaſtro, diſtantia decreſcit; aucta diſtantia cuſpidum, vis ad receſſum minuitur, donec in quadam diſtantia evaneſcat, & fiat prorſus nulla; tum diſtantia adhuc aucta, incipit determinatio ad acceſſum, quæ perpetuo eo magis creſcit, quo magis cuſpides a ſe invicem recedunt; ac ſi e contrario cuſpidum diſtantia minuatur perpetuo, determinatio ad acceſſum itidem minuetur, evaneſcet, & in determinationem ad receſſum mutabitur. Ea determinatio oritur utique non ab immediata cuſpidum actione in ſe invicem, ſed a natura, & forma totius intermediæ laminæ plicatæ; ſed hic phyſicam rei cauſam non

Digitized by Google

moror, & ſolum perſequor exemplum determinationis ad acceſſum, & receſſum, quæ determinatio in aliis diſtantiis alium habeat niſum, & migret etiam ab altera in alteram.

X. Lex autem virium eſt ejusmodi, ut in minimis diſtantiis ſint repulſivæ, atque eo majores in infinitum, quo diſtantiæ ipſæ minuuntur in infinitum, ita, ut pares ſint extinguendæ cuivis velocitati utcunque magnæ, cum qua punctum alterum ad alterum poſſit accedere, antequam eorum diſtantia evaneſcat; diſtantiis vero auctis minuuntur ita, ut in quadam diſtantia perquam exigua evadat vis nulla: tum adhuc aucta diſtantia mutentur in attractivas, primo quidem creſcentes, tum decreſcentes, evaneſcentes, abeuntes in repulſivas, eodem pacto creſcentes, deinde decreſcentes, evaneſcentes, migrantes iterum in attractivas, atque id per vices in diſtantiis plurimis, ſed adhuc perquam exiguis, donec, ubi ad aliquanto majores diſtantias ventum ſit, incipiant eſſe perpetuo attractivæ, & ad ſenſum reciproce proportionales quadratis diſtantiarum, atque id vel utcunque augeantur diſtantiæ etiam in infinitum, vel ſaltem donec ad diſtantias deveniatur omnibus Planetarum, & Cometarum diſtantiis longe majores.

XI. Hujusmodi lex primo aſpectu videtur admodum complicata, & ex diverſis legibus temere inter ſe coagmentatis coaleſcens; at ſimpliciſſima, & prorſus incompoſita eſſe poteſt, expreſſa videlicet per unicam continuam curvam, vel ſimplicem Algebraicam formulam, uti innui ſuperius. Hujusmodi curva linea eſt admodum apta ad ſiſtendam oculis ipſis ejusmodi legem, nec requirit Geometram, ut id præſtare poſſit: ſatis eſt, ut quis eam intueatur tantummodo, & in ipſa, ut in imagine quadam ſolemus intueri depictus res qualescunque, virium illarum indolem contempletur. In ejusmodi curva eæ, quas Geometræ abſciſſas dicunt, & ſunt ſegmenta axis, ad quem ipſa refertur curva, exprimunt diſtantias binorum punctorum a ſe invicem; illæ vero, quæ dicuntur ordinatæ, ac ſunt perpendiculares lineæ ab axe ad curvam ductæ, referunt vires; quæ quidem, ubi ad alteram jacent axis partem, exhibent vires attractivas; ubi jacent ad alteram, repulſivas, & prout curva accedit ad axem, vel recedit, minuuntur ipſæ etiam, vel augentur: ubi curva axem ſecat, & ab altera ejus parte tranſit ad alteram, mutantibus directionem ordinatis, abeunt ex attractivis in negativas, vel vice verſa: ubi autem arcus curvæ aliquis ad rectam quampiam axi perpendicularem in infinitum productam ſemper magis accedit ita ultra quos-

Digitized by Google

quoscunque limites, ut in eam recidat nunquam, quem arcum aſymptoticum appellant Geometræ, ibi vires ipſæ in infinitum excreſcunt.

XII. Ejusmodi curvam exhibui, & expoſui in Diſſertationibus de Viribus vivis a Num. 51. De Lumine a Num. 5. De Lege virium in natura exiſtentium a Num. 68. & in ſua Synopſi Phyſicæ Generalis P. Benvenutus eandem protulit a Num. 108. En brevem quamdam ejus ideam in Fig. 1. Axis C A C habet in puncto A aſym- Fig. 1. ptotum curvæ rectilineam A B indefinitam, circa quam habentur bini curvæ rami hinc & inde æquales, & ſimiles, quorum alter D E F G H I K L M N O P Q R S T V habet inprimis arcum E D aſymptoticum, qui nimirum ad partes B D ſi indefinite producatur ultra quoscunque limites, ſemper magis accedit ad rectam A B itidem ultra quoscunque limites, quin unquam ad eandem deveniat; hinc vero verſus D E perpetuo recedit ab eadem recta, immo etiam perpetuo verſus V ab eadem recedunt arcus reliqui omnes, quin uſpiam receſſus mutetur in acceſſum. Ad axem autem C C perpetuo primum accedit, donec ad ipſum deveniat alicubi in E; tum eodem ibi ſecto progreditur, & ab ipſo perpetuo recedit usque ad quandam diſtantiam F, poſt quam receſſum in acceſſum mutat, & iterum ipſum axem ſecat in G, ac flexibus continuis contorquetur circa ipſum, quem pariter ſecat in punctis quamplurimis, ſed paucas admodum ejusmodi ſectiones figura exhibet, uti I, L, N, P, R. Demum is arcus deſinit in alterum crus T *p s* V, jacens ex parte oppoſita axis reſpectu primi cruris, quod alterum crus ipſum habet axem pro aſymptoto, & ad ipſum accedit ad ſenſum ita, ut diſtantiæ ab ipſo ſint in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a recta B A.

XIII. Si ex quovis axis puncto *a*, *b*, *d*, erigatur usque ad curvam recta ipſi perpendicularis *ag*, *bt*, *db*, ſegmentum axis *A a*, *A b*, *A d*, dicitur abſciſſa, & refert diſtantiam duorum materiæ punctorum quorumcunque a ſe invicem; perpendicularis *a g*, *bt*, *db*, dicitur ordinata, & exhibet vim repulſivam, vel attractivam, prout jacet reſpectu axis ad partes D, vel oppoſitas.

XIV. Patet autem, in ea curvæ forma ordinatam *ag* augeri ultra quoscunque limites; ſi abſciſſa A *a*, minuatur pariter ultra quoscunque limites; quæ ſi augeatur, ut abeat in A *b*, ordinata minuetur, & abibit in *b t*, perpetuo imminutam in acceſſu *b* ad E, ubi evaneſcet: tum aucta abſciſſa in A *d*, mutabit ordinata directionem in *db*, ac ex parte oppoſita augebitur prius usque ad F, tum decreſcet per *i l* usque ad G, ubi evaneſcet, & iterum mutabit directionem re-

greſſa

Digitized by Google

greſſa in *mn* ad illam priorem, donec poſt evaneſcentiam, & directionis mutationem factam in omnibus ſectionibus I, L, N, P, R, fiant ordinatæ *op*, *vs*, directionis conſtantis, & decreſcentes ad ſenſum in ratione reciproca duplicata abſciſſarum A*o*, A*v*. Quamobrem illud eſt manifeſtum, per ejusmodi curvam exprimi eas ipſas vires, initio repulſivas, & imminutis in infinitum diſtantiis auctas in infinitum, auctis imminutas, tum evaneſcentes, abeuntes mutata directione in attractivas, ac iterum evaneſcentes, mutatasque per vices, donec demum in ſatis magna diſtantia evadant attractivæ ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

XV. Hæc virium lex a Newtoniana Gravitate differt in ductu, & progreſſu curvæ eam exprimentis, quæ nimirum, ut in Fig. 2., apud Newtonum eſt hyperbola D V gradus tertii, jacens tota citra axem, quem nuſpiam ſecat, jacentibus omnibus ordinatis *vs*, *op*, *bt*, *ag* ex parte attractiva, ut idcirco nulla habeatur mutatio e poſitivo in negativum, ex attractione in repulſionem, vel vice verſa; cæterum utraque per ductum exponitur curvæ continuæ habentis duo crura infinita aſymptotica in ramis ſingulis utrinque in infinitum productis. Ex hujusmodi autem virium lege, & ex ſolis principiis Mechanicis notiſſimis, nimirum quod ex pluribus viribus, vel motibus, componatur vis, vel motus quidam ope parallelogrammorum, quorum latera exprimant vires, vel motus componentes, & quod vires ejusmodi in punctis ſingulis, tempuſculis ſingulis æqualibus, inducant velocitates, vel motus proportionales ſibi, omnes mihi profluunt generales, & præcipuæ quæque particulares proprietates corporum, uti etiam ſuperius innui, nec ad ſingulares proprietates derivandas in genere affirmo, eas haberi per diverſam combinationem, ſed combinationes ipſas evolvo, & Geometrice demonſtro, quæ e quibus combinationibus phænomena, & corporum ſpecies oriri debeant. Verum antequam ea evolvo in parte ſecunda, & tertia, oſtendam in hac prima, qua via, & quibus poſitivis rationibus ad eam virium legem devenerim, & qua ratione illam elementorum materiæ ſimplicitatem eruerim, tum, quæ difficultatem aliquam videantur habere poſſe, diſſolvam.

Fig. 2.

XVI. Cum An. 1745. *De Viribus vivis* Diſſertationem conſcriberem, & omnia, quæ a viribus vivis repetunt, qui Leibnitianam tuentur ſententiam, & vero etiam plerique ex iis, qui per ſolam velocitatem vires vivas metiuntur, repeterem immediate a ſola velocitate genita per potentiarum vires, quæ juxta communem omnium Mecha-

nico-

Digitized by Google

nicorum ſententiam velocitates vel generant, vel utcunque inducunt proportionales ſibi, & tempuſculis, quibus agunt, uti eſt gravitas, elaſticitas, atque aliæ vires ejusmodi; cæpi aliquanto diligentius inquirere in eam productionem velocitatis, quæ per impulſum cenſetur fieri, ubi tota velocitas momento temporis produci creditur ab iis, qui idcirco percuſſionis vim infinities majorem eſſe cenſent viribus omnibus, quæ preſſionem ſolam momentis ſingulis exercent. Statim illud mihi ſeſe obtulit, alias pro percuſſionibus ejusmodi, quæ nimirum momento temporis finitam velocitatem inducant, actionum leges haberi debere.

XVII. Verum re altius conſiderata, mihi illud incidit, ſi recta utamur ratiocinandi methodo, eum agendi modum ſubmovendum eſſe a Natura, quæ nimirum eandem ubique virium legem, ac eandem agendi rationem adhibeat: impulſum nimirum immediatum alterius corporis in alterum, & immediatam percuſſionem haberi non poſſe ſine illa productione finitæ velocitatis facta momento temporis indiviſibili, & hanc ſine ſaltu quodam, & læſione illius, quam legem *Continuitatis* appellant, quam quidem legem in natura exiſtere, & quidem ſatis valida ratione evinci poſſe exiſtimabam. En autem ratiocinationem ipſam, qua tum quidem primo ſum uſus, ac deinde novis aliis, atque aliis meditationibus illuſtravi, ac confirmavi.

XVIII. Concipiantur duo corpora æqualia, quæ moveantur in directum verſus eandem plagam, & id, quod præcedit, habeat gradus velocitatis 6, id vero, quod ipſum perſequitur, gradus 12. Si hoc poſterius cum ſua illa velocitate illæſa deveniat ad immediatum contactum cum illo priore, oportebit utique, ut ipſo momento temporis, quo ad contactum devenerint, illud poſterius minuat velocitatem ſuam, & illud prius ſuam augeat, utrumque per ſaltum, abeunte hoc a 12 ad 9, illo a 6 ad 9, ſine ullo tranſitu per intermedios gradus 11, & 7; 10, & 8; 9 ½, & 8 ½ &c. Neque enim fieri poteſt, ut per aliquam utcunque exiguam continui temporis particulam ejusmodi mutatio fiat per intermedios gradus, durante contactu. Si enim aliquando alterum corpus jam habuit 7 gradus velocitatis, & alterum adhuc retinet 11, toto illo tempuſculo, quod effluxit ab initio contactus, quando velocitates erant 12 & 6, ad id tempus, quo ſunt 11 & 7, corpus ſecundum debuit moveri cum velocitate majore, quam primum, adeoque plus percurrere ſpatii, quam illud, & proinde anterior ejus ſuperficies debuit transcurrere ultra illius poſteriorem ſuperficiem, & idcirco pars aliqua corporis ſequentis

cum aliqua antecedentis corporis parte compenetrari debuit, quod cum ob impenetrabilitatem, quam in materia agnoſcunt paſſim omnes Phyſici, & quam ipſi tribuendam omnino eſſe, facile evincitur, fieri omnino non poſſit, oportuit ſane, in ipſo primo initio contactus, in ipſo indiviſibili momento temporis, quod inter tempus continuum præcedens contactum, & ſubſequens, eſt indiviſibilis limes, ut punctum apud Geometras eſt limes indiviſibilis inter duo continuæ lineæ ſegmenta, mutatio velocitatum facta fuerit per ſaltum ſine tranſitu per intermedias, læſa penitus illa continuitatis lege, quæ itum ab una magnitudine ad aliam ſine tranſitu per intermedias omnino vetat. Quod autem in corporibus æqualibus diximus de tranſitu immediato utriusque ad 9 gradus velocitatis, recurrit utique in iisdem, vel in utcunque inæqualibus de quovis alio tranſitu ad numeros quosvis. Nimirum ille poſterioris corporis exceſſus graduum 6 momento temporis auferri debet, ſive imminuta velocitate in ipſo, ſive aucta in priore, vel in altero imminuta utcunque, & aucta in altero, quod utique ſine ſaltu, qui omiſſis infinitis intermediis velocitatibus habeatur, obtineri omnino non poterit.

XIX. Sunt, qui difficultatem omnem ſubmoveri poſſe cenſeant, dicendo, id quidem ita ſe habere debere, ſi corpora dura habeantur, quæ nimirum nullam compreſſionem ſentiant, nullam mutationem figuræ; & quoniam hæc a multis excluduntur penitus a natura; dum ſe duo globi contingunt, introceſſione, & compreſſione partium fieri poſſe, ut in ipſis corporibus velocitas immutetur per omnes intermedios gradus tranſitu facto, & omnis argumenti vis eludatur.

XX. At inprimis ea reſponſione uti non poſſunt, quicunque cum Newtono, & vero etiam cum plerisque veterum Philoſophorum prima elementa materiæ omnino dura admittunt & ſolida, cum adhæſione infinita, & impoſſibilitate abſoluta mutationis figuræ. Nam in primis elementis illis ſolidis & duris, quæ in anteriore adſunt ſequentis corporis parte, & in præcedentis poſteriore, quæ nimirum ſe mutuo immediate contingunt, redit omnis argumenti vis prorſus illæſa.

XXI. Deinde vero illud omnino intelligi ſane non poteſt, quo pacto corpora omnia partes aliquas poſtremas circa ſuperficiem non habeant penitus ſolidas, quæ idcirco comprimi omnino non poſſint. In materia quidem, ſi continua ſit, diviſibilitas in infinitum haberi poteſt, & vero etiam debet; at actualis diviſio in infinitum difficultates ſecum trahit ſane inextricabiles; qua tamen diviſione in infinitum

Digitized by Google

tum indigent, qui nullam in corporibus admittunt particulam utcunque exiguam compreſſionis omnis expertem penitus, atque incapacem. Ii enim debent admittere, particulam quamcunque actu interpoſitis poris diſtinctam, diviſamque in plures pororum ipſorum velut parietes, poris tamen ipſis iterum diſtinctos. Illud ſane intelligi non poteſt, qui fiat, ut ubi e vacuo ſpatio tranſitur ad corpus, non aliquis continuus haberi debeat alicujus in ſe determinatæ craſſitudinis paries usque ad primum porum, poris utique carens; vel quomodo, quod eodem recidit, nullus ſit extimus, & ſuperficiei externæ omnium proximus porus, qui nimirum, ſi ſit aliquis, parietem habeat utique poris expertem, & compreſſionis incapacem, in quo omnis argumenti ſuperioris vis redit prorſus illæſa.

XXII. At ea etiam, utcunque penitus inintelligibili, ſententia admiſſa, redit omnis eadem argumenti vis in ipſa prima, & ultima corporum ſe immediate contingentium ſuperficie, vel ſi nullæ continuæ ſuperficies congruant, in lineis, vel punctis. Quidquid enim ſit id, in quo contactus fiat, debet utique eſſe aliquid, quod nimirum impenetrabilitati occaſionem præſtet, & cogat motum in ſequente corpore minui, in præcedente augeri: id, quidquid eſt, in quo exeritur impenetrabilitatis vis, quo fit immediatus contactus, id ſane velocitatem mutare debet per ſaltum, ſine tranſitu per intermedia, & in eo continuitatis lex abrumpi debet, atque labefactari, ſi ad ipſum immediatum contactum cum illo velocitatum diſcrimine deveniatur. Id vero eſt ſane aliquid in quacunque e ſententiis omnibus continuam extenſionem tribuentibus materiæ. Eſt nimirum realis affectio quædam corporis; videlicet ejus limes ultimus realis ſuperficies, realis ſuperficiei limes linea, realis lineæ limes punctum, quæ affectiones utcunque in iis ſententiis ſint prorſus inſeparabiles ab ipſo corpore, ſunt tamen non utique intellectu confictæ, ſed reales, quæ nimirum reales dimenſiones aliquas habent, ut ſuperficies binas, linea unam, vel realem motum, & translationem cum ipſo corpore, cujus idcirco in iis ſententiis debent eſſe affectiones quædam, vel modi.

XXIII. Eſt, qui dicat, nullum in iis commitri ſaltum idcirco, quod cenſendum ſit, nullum habere motum, ſuperficiem, lineam, punctum, quæ maſſam habeant nullam. Motus, inquit, a Mechanicis habet pro menſura maſſam in velocitatem ductam; maſſa autem eſt ſuperficies baſeos ducta in craſſitudinem, ſive altitudinem, ex. gr. in priſmatis. Quo minor eſt ejusmodi craſſitudo, eo minor

Digitized by Google

eſt maſſa, & motus, ac ipſa craſſitudine evaneſcente, evaneſcat oportet & maſſa, & motus.

XXIV. Verum qui ſic ratiocinatur, inprimis ludit in ipſis vocibus. Maſſam vulgo appellant quantitatem materiæ, & motum corporum metiuntur per maſſam ejusmodi, ac velocitatem. At quemadmodum in ipſa Geometrica quantitate tria genera ſunt quantitatum, corpus vel ſolidum, quod trinam dimenſionem habet, ſuperficies, quæ binas, linea, quæ unicam, quibus accedit lineæ limes punctum, omni dimenſione, & extenſione carens; ſic etiam in Phyſica habetur in communi ſententia corpus tribus extenſionis ſpeciebus prædituin; ſuperficies realis, extimus corporis limes, prædita binis; linea, limes realis ſuperficiei, habens unicam; & ejusdem lineæ indiviſibilis limes punctum. Utrobique alterum alterius eſt limes, non pars, & quatuor diverſa genera conſtituunt. Superficies eſt nihil corporeum, ſed non & nihil ſuperficiale, quin immo partes habet, & augeri poteſt, & minui; & eodem pacto linea in ratione quidem ſuperficiei eſt nihil, ſed aliquid in ratione lineæ; ac ipſum demum punctum eſt aliquid in ſuo genere, licet in ratione lineæ ſit nihil.

XXV. Hinc autem in iis ipſis maſſa quædam conſiderari poteſt duarum dimenſionum, vel unius, vel etiam nullius continuæ dimenſionis, ſed numeri punctorum tantummodo, uti quantitas ejus generis deſignetur; quod ſi pro iis etiam uſurpetur nomen maſſæ generaliter, motus quantitas definiri poterit per productum ex velocitate & maſſa; ſi vero maſſæ nomen tribuendum ſit ſoli corpori, tum motus quidem corporis menſura erit maſſa in velocitatem ducta; ſuperficiei, lineæ, punctorum quotcunque motus pro menſura habebit quantitatem ſuperficiei, vel lineæ, vel numerum punctorum in velocitatem ducta; ſed motus utique iis omnibus ſpeciebus tribuendus erit, eruntque quatuor motuum genera, ut quatuor ſunt quantitatum, ſolidi, ſuperficiei, lineæ, puncti; ac ut altera harum erit nihil in alterius ratione, non in ſua; ita alterius motus erit nihil in ratione alterius, ſed erit ſane aliquid in ratione ſui, non purum nihil.

XXVI. Et quidem ipſi Mechanici vulgo motum tribuunt & ſuperficiebus, & lineis, & punctis, ac centri gravitatis motum ubique nominant Phyſici, quod centrum utique punctum eſt aliquod, non corpus trina prædituin dimenſione, quam iſte ad motus rationem, & appellationem requirit, ludendo, ut ajebam, in verbis.

Porro

Digitized by Google

Porro in ejusmodi motibus extimarum saltem superficierum, vel linearum; vel punctorum, saltus omnino committi debet, si ea ad contactum immediatum deveniant cum illo velocitatum discrimine, & continuitatis lex violari.

XXVII. Verum hac omni disquisitione omissa de notione motus, & massæ, si factum ex velocitate, & massa, evanescente una e tribus dimensionibus, evanescit, remanet utique velocitas reliquarum dimensionum, quæ remanent, si eæ reapse remanent, uti quidem omnino remanent in superficie, & ejus velocitatis mutatio haberi deberet per saltum, ac in ea violari continuitatis lex jam toties memorata.

XXVIII. Hæc quidem ita evidentia sunt, ut omnino dubitari non possit, quin continuitatis lex infringi debeat, & saltus in naturam induci, ubi cum velocitatis discrimine ad se invicem accedant corpora, & ad immediatum contactum deveniant, si modo impenetrabilitas corporibus tribuenda sit, uti revera est. Eam quidem non in integris tantummodo corporibus, sed in minimis etiam quibusque corporum particulis, atque elementis agnoverunt Physici universi. Fuit sane, qui post meam editam Theoriam, ut ipsam vim mei argumenti infringeret, affirmavit, minimas corporum particulas post contactum superficierum compenetrari non nihil, & post ipsam compenetrationem mutari velocitates per gradus. At id ipsum facile demonstrari potest contrarium illi inductioni, & analogiæ, quam unam habemus in Physica, investigandis generalibus naturæ legibus idoneam, cujus inductionis vis quæ sit, & quibus in locis usum habeat, quorum locorum unus est hic ipse impenetrabilitatis ad minimas quasque particulas extendendæ, inferius sermonem faciam.

XXIX. Fuit itidem e Leibnitianorum familia, qui post evulgatam Theoriam meam censuerit, difficultatem ejusmodi amoveri posse dicendo, duas monades sibi etiam invicem occurrentes cum velocitatibus quibuscunque oppositis æqualibus, post ipsum contactum pergere moveri sine locali progressione. Eam porgressionem, ajebat, revera omnino nihil esse, si a spatio percurso æstimetur, cum spatium sit nihil; motum utique perseverare, & extingui per gradus, quia per gradus extinguatur energia illa, qua in se mutuo agunt, sese premendo invicem. Is itidem ludit in voce *motus*, quam adhibet pro mutatione quacunque, & actione, vel actionis modo. Motus localis, & velocitas motus ipsius, sunt ea, quæ ego quidem adhi-

Digitized by Google

beo, & quæ ibi abrumpuntur per ſaltum. Ea, ut evidentiſſime conſtat, erant aliqua ante contactum, & poſt contactum momento temporis in eo caſu abrumpuntur: nec vero ſunt nihil, licet ſpatium pure imaginarium ſit nihil. Sunt realis affectio rei mobilis fundata in ipſis modis localiter exiſtendi, qui modi etiam relationes inducunt diſtantiarum reales utique. Quod duo corpora magis a ſe ipſis invicem diſtent, vel minus; quod localiter celerius moveantur, vel lentius, eſt aliquid non imaginarie tantummodo, ſed realiter diverſum: & in eo per immediatum contactum ſaltus utique induceretur in eo caſu, quo ego ſuperius ſum uſus.

XXX. Et ſane ſummus noſtri ævi Geometra & Philoſophus Mac-Laurinus, cum etiam ipſe colliſionem corporum contemplatus vidiſſet, nihil eſſe, quod continuitatis legem in colliſione corporum facta per immediatum contactum conſervare, ac tueri poſſet, ipſam continuitatis legem deſerendam cenſuit, quam in eo caſu omnino violari affirmavit in eo opere, quod de Newtoni Compertis inſcripſit Lib. 1 cap. 4. Et ſane ſunt alii nonnulli, qui ipſam continuitatis legem nequaquam admiſerint, quos inter Maupertuiſius, vir celeberrimus, ac de Republica Litteraria optime meritus, abſurdam etiam cenſuit, & quodammodo inexplicabilem. Eodem nimirum in noſtris de corporum colliſione contemplationibus devenimus Mac-Laurinus, & ego, ut videremus in ipſa immediatum contactum, atque impulſionem cum continuitatis lege conciliari non poſſe. At quoniam de impulſione, & immediato corporum contactu ille ne dubitari quidem poſſe arbitrabatur (nec vero ſcio, an alius quisquam omnem omnium corporum immediatum contactum ſubducere ſit auſus antea, utcunque aliqui aeris velum corporis nimirum alterius in colliſione intermedium retinuerint) continuitatis legem deſeruit, atque infregit.

XXXI. Aſt ego cum ipſam continuitatis legem aliquanto diligentius conſiderarim, & fundamenta, quibus ea innititur, perpenderim, arbitratus ſum, ipſam omnino e Natura ſubmoveri non poſſe, qua proinde retenta contactum ipſum immediatum ſubmovendum cenſui in colliſionibus corporum, ac ea conſectaria perſecutus, quæ ex ipſa continuitate ſervata ſponte profluebant, directa ratiocinatione delatus ſum ad eam, quam ſuperius expoſui, virium mutuarum legem, quæ conſectaria ſuo quæque ordine proferam, ubi ipſa, quæ ad continuitatis legem retinendam argumenta me movent, attigero.

XXXII.

Digitized by Google

XXXII. Continuitatis lex, de qua hic agimus, in eo ſita eſt, uti ſuperius innui, ut quævis quantitas, dum ab una magnitudine ad aliam migrat, debeat tranſire per omnes intermedias ejusdem generis magnitudines. Solet etiam idem exprimi nominando tranſitum per gradus intermedios, quos quidem gradus Maupertuiſius ita accepit, quaſi vero quædam perquam exiguæ acceſſiones fierent momento temporis; in quo quidem is cenſuit violari jam neceſſario legem ipſam, quæ utcunque exiguo ſaltu utique violatur nihilo minus, quam maximo, cum nimirum magnum & parvum ſint tantummodo reſpectiva: & jure quidem id cenſuit, ſi nomine graduum incrementa magnitudinis cujuscunque momentanea intelligerentur. Verum id ita intelligendum eſt, ut ſingulis momentis ſinguli ſtatus reſpondeant, incrementa, vel decrementa non niſi continuis tempuſculis.

XXXIII. Id ſane admodum facile concipitur ope Geometriæ. Sit recta quædam AB in Fig. 3, ad quam referatur quædam alia linea CDE. Exprimat prior ex iis tempus, uti ſolet utique in ipſis horologiis circularis peripheria ab indicis cuſpide denotata tempus definire. Quemadmodum in Geometria in lineis puncta ſunt indiviſibiles limites continuarum lineæ partium, non vero partes lineæ ipſius; ita in tempore diſtinguendæ erunt partes continui temporis reſpondentes ipſis lineæ partibus, continuæ itidem & ipſæ, a momentis, quæ ſunt indiviſibiles earum partium limites, & punctis reſpondent; nec impoſterum alio ſenſu agens de tempore momenti nomen adhibebo, quam eo indiviſibilis limitis; particulam vero temporis utcunque exiguam, & habitam etiam pro infiniteſima, tempuſculum appellabo. Fig. 3.

XXXIV. Si jam a quovis puncto rectæ AB, ut F, H, erigatur ordinata perpendicularis FG, HI, usque ad lineam CD, ea poterit repræſentare quantitatem quampiam continuo variabilem. Cuicunque momento temporis F, H, reſpondebit ſua ejus quantitatis magnitudo FG, HI; momentis autem intermediis aliis K, M, aliæ magnitudines KL, MN, reſpondebunt; ac ſi a puncto G ad I continua, & finita abeat pars lineæ CDE, facile patet, & accurate demonſtrari poteſt, utcunque eadem contorqueatur, nullum fore punctum K intermedium, cui aliqua ordinata KL non reſpondeat; & e converſo nullam fore ordinatam magnitudinis intermediæ inter FG, HL, quæ alicui puncto inter F, H intermedio non reſpondeat.

XXXV.

Digitized by Google

XXXV. Quantitas illa variabilis per hanc variabilem ordinatam expreſſa mutatur juxta continuitatis legem, quia a magnitudine FG, quam habet momento temporis F, ad magnitudinem HI, quæ reſpondet momento tempor s H, tranſit per omnes intermedias magnitudines KL, MN, reſpondentes intermediis momentis K, M, & momento cuivis reſpondet determinata magnitudo. Quod ſi aſſumatur tempuſculum quoddam continuum KM utcunque exiguum, ducta LO ipſi parallela, habebitur quantitas NO, quæ in ſchemate exhibito eſt incrementum magnitudinis ejus quantitatis continuo variatæ. Quo minor eſt ibi temporis particula KM, eo minus eſt id incrementum NO, & illa evaneſcente, ubi congruant momenta K, M, hoc etiam evaneſcit. Poteſt quævis magnitudo KL, MN appellari ſtatus quidem variabilis illius quantitatis, & gradus nomine deberet potius intelligi illud incrementum NO, quanquam aliquando etiam ille ſtatus, illa magnitudo KL nomine gradus intelligi ſolet, ubi illud dicitur, quod ab una magnitudine ad aliam per omnes intermedios gradus tranſeatur; quod quidem æquivocationibus omnibus occaſionem exhibuit.

XXXVI. Sed omiſſis æquivocationibus ipſis, illud, quod ad rem facit, eſt acceſſio incrementorum facta non momento temporis, ſed tempuſculo continuo, quod eſt particula continui temporis. Utcunque exiguum ſit incrementum ON, ipſi ſemper reſpondet tempuſculum KM continuum. Nullum eſt in linea punctum M ita proximum puncto K, ut ſit primum poſt ipſum; ſed vel congruunt, vel intercipiunt lineolam continua biſectione per alia intermedia puncta perpetuo diviſibilem in infinitum. Eodem pacto nullum eſt in tempore momentum ita proximum alteri præcedenti momento, ut ſit primum poſt ipſum, ſed vel idem momentum ſunt, vel interjacet inter ipſa tempuſculum continuum per alia intermedia momenta diviſibile in infinitum: ac nullus itidem eſt quantitatis continuo variabilis ſtatus ita proximus præcedenti ſtatui, ut ſit primus poſt ipſum acceſſu aliquo momentaneo facto; ſed differentia, quæ inter ejusmodi ſtatus eſt, debetur intermedio continuo tempuſculo; ac data lege variationis, ſive natura lineæ ipſam exprimentis, & quacunque utcunque exigua acceſſione, inveniri poteſt tempuſculum continuum, quo ea acceſſio advenerit.

XXXVII. Atque ſic quidem intelligitur, quo pacto fieri poſſit tranſitus per intermedias magnitudines omnes, per intermedios ſtatus, per gradus intermedios, quin ullus habeatur ſaltus utcunque exi-

exiguus momento temporis factus. Notari illud potest, tantummodo mutationem fieri alicubi per incrementa, ut, ubi K L, abit in M N, per N O; alicubi per decrementa, ut ubi K L abeat in N M per O N; quin immo si linea C D E, quæ legem variationis exhibet, alicubi secet rectam temporis A B, potest ibidem evanescere magnitudo, ut ordinata M N, puncto M allapso ad D, evanesceret, & deinde mutari in negativam P Q, R S, habentem videlicet directionem contrariam, quæ, quo magis ex opposita parte crescit, eo minor censetur in ratione priore, quemadmodum in ratione possessionis, vel divitiarum, pergit perpetuo se habere pejus, qui iis omnibus, quæ habebat, absumptis, æs alienum contrahit perpetuo majus. Et in Geometria quidem habetur a positivo ad negativa transitus, uti etiam in Algebraicis formulis, tam transeundo per nihilum, quam per infinitum, quos ego transitus persecutus sum partim in Dissertatione adjecta meis Sectionibus Conicis, partim in Algebra §. 14, & utrumque simul in Dissertatione de lege continuitatis; sed in Physica, ubi nulla quantitas in infinitum excrescit, is casus locum non habet, & non nisi transeundo per nihilum transitus fit a positivis ad negativa, ac vice versa; quanquam, uti inferius innuam, id ipsum sit non nihilum revera in se ipso, sed realis quidam status, & habeatur pro nihilo in consideratione quadam tantummodo, in qua negativa etiam, qui sunt veri status, in se positivi, ut ut ad priorem seriem pertinentes negativo quodam modo, negativa appellentur.

XXXVIII. Exposita hoc pacto, & vindicata continuitatis lege, eam in Natura existere plerique Philosophi arbitrantur, contradicentibus nonnullis, uti supra innui. Ego, cum in eam primo inquirerem, censui, eandem omitti omnino non posse, si eam, quam habemus unicam, naturæ analogiam, & inductionis vim consulamus, ope cujus inductionis eam demonstrare conatus sum in pluribus e memoratis Dissertationibus, ac eandem probationem adhibet Benvenutus in sua Synopsi Num. 119; in quibus etiam locis, prout diversis occasionibus conscripta sunt, repetuntur non nulla.

XXXIX. Longum hic esset singula inde excerpere in ordinem redacta; satis erit exscribere Dissertationis de Lege continuitatis numerum 138. Post inductionem petitam præcedente Numero a Geometria, quæ nullum uspiam habet saltum, atque a motu locali, in quo nunquam ab uno loco ad alium devenitur, nisi ductu continuo aliquo, unde consequitur illud, distantiam a dato loco nunquam mutari in aliam, neque densitatem, quæ utique a distantiis pendet

Digitized by Google

particularum, in aliam, nisi transeundo per intermedias; fit gradus in eo numero ad motuum velocitates, & ductus, quæ magis hic ad rem faciunt, nimirum ubi de velocitate agimus non mutanda per saltum in corporum collisionibus. Sic autem habetur: „ Quin immo in „ motibus ipsis continuitas servatur etiam in eo, quod motus o- „ mnes in lineis continuis fiunt nusquam abruptis. Plurimos ejus- „ modi motus videmus. Planetæ, & Cometæ in lineis continuis „ cursum peragunt suum, & omnes retrogradationes fiunt paulla- „ tim, ac in stationibus semper exiguus quidem motus, sed tamen „ habetur semper, atque hinc etiam dies paullatim per auroram ve- „ nit, per vespertinum crepusculum abit, solis diameter non per „ saltum, sed continuo motu supra horizontem ascendit, vel descen- „ dit. Gravia itidem oblique projecta in lineis itidem pariter con- „ tinuis motus exercent suos, nimirum in Parabolis secluſa aeris re- „ sistentia, vel ea considerata, in orbibus ad hyperbolas potius ac- „ cedentibus, & quidem semper cum aliqua exigua obliquitate pro- „ jiciuntur, cum infinities infinitam improbabilitatem habeat motus „ accurate verticalis inter infinities infinitas inclinationes, licet exi- „ guas, & sub sensum non cadentes, fortuito obveniens, qui qui- „ dem motus in hypothesi Telluris motæ a Parabolicis plurimum „ distant, & curvam continuam exhibent etiam pro casu projectio- „ nis accurate verticalis, quo quiescente penitus tellure, & nulla „ ventorum vi deflectente motum, haberetur ascensus rectilineus, „ vel descensus Immo omnes alii motus a gravitate pendentes, „ omnes ab elasticitate, a vi magnetica, continuitatem itidem servant, „ cum eam servent vires illæ ipsæ, quibus gignuntur. Nam gra- „ vitas, cum decrescat in ratione reciproca duplicata distantiarum, „ & distantiæ per saltum mutari non possint, mutatur per omnes „ intermedias magnitudines. Videmus pariter vim magneticam a „ distantiis pendere lege continua; vim elasticam ab inflexione, uti „ in laminis, vel a distantia, ut in particulis aeris compressi. In „ iis, & omnibus ejusmodi viribus, & motibus, quos gignunt, con- „ tinuitas habetur semper, tam in lineis, quæ describuntur, quam „ in velocitatibus, quæ pariter per omnes intermedias magnitudines „ mutantur, ut videre est in pendulis, in ascensu corporum gravium, „ & in aliis mille ejusmodi, in quibus mutationes velocitatis fiunt „ gradatim, nec retro cursus reflectitur, nisi imminuta velocitate „ per omnes gradus. Ea diligentissime continuitatem servant o- „ mnia. Hinc nec ulli in naturalibus motibus habentur anguli, sed

„ sem-

Digitized by Google

„ ſemper mutatio directionis fit paullatim, nec vero anguli exacti
„ habentur in corporibus ipſis, in quibus utcunque videatur tenuis
„ acies, vel cuſpis, microſcopii ſaltem ope videri ſolet curvatura,
„ quam etiam habent alvei fluviorum ſemper, habent arborum fo-
„ lia, & frondes, ac rami, habent lapides quicunque, niſi forte ali-
„ cubi cuſpides continuæ occurrant, vel primi generis, quas natura
„ videtur affectare in ſpinis, vel ſecundi generis, quas videtur af-
„ fectare in avium unguibus, & roſtro, in quibus tamen manente
„ in ipſa cuſpide unica tangente continuitatem ſervari videbimus in-
„ fra. Infinitum eſſet ſingula perſequi, in quibus continuitas in
„ natura obſervatur. Satius eſt generaliter provocare ad exhiben-
„ dum caſum in natura, in quo continuitas non ſervetur, qui o-
„ mnino exhiberi non poterit.

XL. Inductio ampliſſima tum ex hisce motibus, ac velocitatibus, tum ex aliis pluribus exemplis, quæ habemus in natura, in quibus ea ubique, quantum obſervando licet deprehendere, continuitatem vel obſervat accurate, vel affectat, debet omnino id efficere, ut ab ea ne in ipſa quidem corporum colliſione recedamus. Sed de inductionis natura, & vi, ac ejusdem uſu in Phyſica, libet itidem hic inſerere partem numeri 134, & totum 135 Diſſertationis de lege continuitatis. Sic autem habent ibidem: „ Inprimis
„ ubi generales naturæ leges inveſtigantur, inductio vim habet ma-
„ ximam, & ad earum inventionem vix alia ulla ſupereſt via. Ejus
„ ope extenſionem, figurabilitatem, mobilitatem, impenetrabilita-
„ tem corporibus omnibus tribuerunt ſemper Philoſophi etiam ve-
„ teres, quibus eodem argumento inertiam, & generalem gravita-
„ tem plerique e recentioribus addunt. Inductio, ut demonſtra-
„ tionis vim habeat, debet omnes ſingulares caſus, quicunque ha-
„ beri poſſunt, percurrere. Ea in naturæ legibus ſtabiliendis lo-
„ cum habere non poteſt. Habet locum laxior quædam inductio,
„ quæ, ut adhiberi poſſit, debet eſſe ejusmodi, ut inprimis in om-
„ nibus iis caſibus, qui ad trutinam ita revocari poſſunt, ut depre-
„ hendi debeat, an ea lex obſervetur, eadem in iis omnibus inve-
„ niatur, & ii non exiguo numero ſint; in reliquis vero, ſi quid
„ prima fronte contrarium videatur, re accuratius perſpecta, cum
„ illa lege poſſint omnia conciliari, licet, an eo potiſſimum pacto
„ concilientur, immediate innoteſcere nequaquam poſſit. Si eæ
„ conditiones habeantur, inductio ad legem ſtabiliendam cenſeri de-
„ bet idonea. Sic quia videmus corpora tam multa, quæ habe-

Digitized by Google

„ mus præ manibus, aliis corporibus reſiſtere, ne in eorum locum
„ adveniant, & loco cedere, ſi reſiſtendo ſint imparia, potius,
„ quam eodem perſtare ſimul, impenetrabilitatem corporum admit-
„ timus; nec obeſt, quod quædam corpora videamus intra alia, li-
„ cet duriſſima, inſinuari, ut oleum in marmora, lumen in cry-
„ ſtalla, & gemmas. Videmus enim hoc phænomenum facile con-
„ ciliari cum ipſa impenetrabilitate, dicendo, per vacuos corporum
„ poros ea corpora permeare. (Num. 135) Præterea, quæcun-
„ que proprietates abſolutæ, nimirum quæ relationem non habent
„ ad noſtros ſenſus, deteguntur generaliter in maſſis ſenſibilibus
„ corporum, easdem ad quascunqee utcunque exiguas particulas
„ debemus transferre, niſi poſitiva aliqua ratio obſtet, & niſi ſint
„ ejusmodi, quæ pendeant a ratione totius, ſeu multitudinis, con-
„ tradiſtincta a ratione partis. Primum evincitur ex eo, quod ma-
„ gna & parva ſunt reſpectiva, ac inſenſibilia dicuntur ea, quæ re-
„ ſpectu noſtræ molis, & noſtrorum ſenſuum ſunt exigua. Quare
„ ubi agitur de proprietatibus abſolutis non reſpectivis, quæcunque
„ communia videmus in iis, quæ intra limites continentur nobis
„ ſenſibiles, ea debemus cenſere communia etiam infra eos limites:
„ nam ii limites reſpectu rerum, ut ſunt in ſe, ſunt accidentales,
„ adeoque ſiqua fuiſſet analogiæ læſio, poterat illa multa facilius ca-
„ dere intra limites nobis ſenſibiles, qui tanto laxiores ſunt, quam
„ infra eos, adeo nimirum propinquos nihilo. Quod nulla ceci-
„ derit, indicio eſt, nullam eſſe. Id indicium non eſt evidens,
„ ſed ad inveſtigationis principia pertinet, quæ ſi juxta quasdam
„ prudentes regulas fiat, ſucceſſum habere ſolet. Cum id indi-
„ cium fallere poſſit, fieri poteſt, ut committatur error, ſed con-
„ tra ipſum errorem habebitur præſumptio, ut etiam in jure ap-
„ pellant, donec poſitiva ratione evincatur oppoſitum. Hinc ad-
„ dendum fuit, *niſi ratio poſitiva obſtet.* Sic contra hasce regulas
„ peccaret, qui diceret, corpora quidem magna compenetrari, ac
„ replicari, & inertia carere non poſſe, compenetrari tamen poſſe,
„ vel replicari, vel ſine inertia eſſe exiguas eorum partes. At ſi
„ proprietas ſit reſpectiva, reſpectu noſtrorum ſenſuum; ex eo,
„ quod habeatur in majoribus maſſis, non debemus inferre, eam
„ haberi in particulis minoribus, ut eſt hoc ipſum, eſſe ſenſibile,
„ ut eſt, eſſe coloratas, quod ipſis majoribus maſſis competit, mi-
„ noribus non competit, cum ejusmodi magnitudinis diſcrimen, ac-
„ cidentale reſpectu materiæ, non ſit accidentale reſpectu ejus de-

nomi-

Digitized by Google

„ nominationis *ſenſibile*, *coloratum*. Sic etiam ſi qua proprietas ita
„ pendet a ratione aggregati, vel totius, ut ab ea ſeparari non poſ-
„ ſit, nec ea, ob rationem nimirum eandem, a toto vel aggregato
„ debet transferri ad partes. Eſt de ratione totius, ut partes ha-
„ beat, nec totum ſine partibus haberi poteſt. Eſt de ratione fi-
„ gurabilis, & extenſi, ut habeat aliquid, quod ab alio diſtet, adeo-
„ que, ut habeat partes; hinc eæ proprietates licet in quovis ag-
„ gregato particularum materiæ, ſive in quavis ſenſibili maſſa, in-
„ veniantur, non debent inductionis vi transferri ad particulas
„ quascunque.

XLI. Ex his patet, & impenetrabilitatem, & continuitatis legem per ejusmodi inductionis genus abunde probari, atque evinci, & illam quidem ad quascunque utcunque exiguas particulas corporum, hanc ad gradus utcunque exiguos momento temporis adjectos debere extendi. Requiritur autem ad hujusmodi inductionem primo, ut illa proprietas, ad quam probandam ea adhibetur, in plurimis caſibus obſervetur, aliter enim probabilitas eſſet exigua; & ut nullus ſit caſus obſervatus, in quo evinci poſſit, eam violari. Non eſt neceſſarium illud, ut in iis caſibus, in quibus primo aſpectu timeri poſſit defectus proprietatis ipſius, poſitive demonſtretur, eam non deficere; ſatis eſt, ſi pro iis caſibus haberi poſſit ratio aliqua conciliandi obſervationem cum ipſa proprietate, & id multo magis, ſi in aliis caſibus habeatur ejus conciliationis exemplum, & poſitive oſtendi poſſit, eo ipſo modo fieri aliquando conciliationem.

XLII. Id ipſum fit, ubi per inductionem impenetrabilitas corporum accipitur pro generali lege naturæ. Nam impenetrabilitatem ipſam magnorum corporum obſervamus in exemplis ſane innumeris tot corporum, quæ pertraćtamus. Habentur quidem & caſus, in quibus eam violari quis crederet, ut ubi oleum per ligna, & marmora penetrat, atque inſinuatur, & ubi lux per vitra & gemmas traducitur. At præſto eſt conciliatio phænomeni cum impenetrabilitate, petita ab eo, quod illa corpora, in quæ ſe ejusmodi ſubſtantiæ inſinuant, poros habeant, quos eæ permeent. Et quidem hæc conciliatio exemplum habet manifeſtiſſimum in ſpongia, quæ per poros ingentes aqua immiſſa imbuitur. Poros marmorum illorum, & multo magis vitrorum, non videmus, ac multo minus videre poſſumus illud, non inſinuari eas ſubſtantias niſi per poros. Hoc ſatis eſt reliquæ inductionis vi, ut dicere debeamus,

Digitized by Google

eo potiſſimum pacto ſe rem habere, & ne ibi quidem violari generalem utique impenetrabilitatis legem.

XLIII. Eodem igitur pacto in lege ipſa continuitatis agendum eſt. Illa tam ampla inductio, quam habemus, debet nos movere ad illam generaliter admittendam etiam pro iis caſibus, in quibus determinare immediate per obſervationes non poſſumus, an eadem habeatur, uti eſt colliſio corporum; ac ſi ſunt caſus nonnulli, in quibus eadem prima fronte violari videatur, ineunda eſt ratio aliqua, qua ipſum phænomenum cum ea lege conciliari poſſit, uti revera poteſt. Non nullos ejusmodi caſus protuli in memoratis diſſertationibus, quorum alii ad Geometricam continuitatem pertinent, alii ad Phyſicam. In illis prioribus non immorabor; neque enim Geometrica continuitas neceſſaria eſt ad hanc Phyſicam propugnandam, ſed eam ut exemplum quoddam ad confirmationem quandam inductionis majoris adhibui. Poſterior, ut ſæpe & illa prior, ad duas claſſes reducitur: altera eſt eorum caſuum, in quibus ſaltus videtur committi idcirco, quia nos per ſaltum omittimus intermedias quantitates: rem exemplo Geometrico illuſtro, cui Phyſicum adjicio.

Fig. 4. XLIV. In axe curvæ cujusdam in Fig. 4. ſumantur ſegmenta AC, CE, EG æqualia, & erigantur ordinatæ AB, CD, EF, GH. Areæ BACD, DCEF, FEGH videntur continuæ cujusdam ſeriei termini, ita, ut ab illa BACD ad DCEF, & inde ad FEGH immediate tranſeatur, & tamen ſecunda a prima, ut & tertia a ſecunda differunt per quantitates finitas; ſi enim capiantur CI, EK æquales BA, DC, & arcus BD transferatur in IK, area DIKF erit incrementum ſecundæ ſupra primam, quod videtur immediate advenire totum absque eo, quod unquam habitum ſit ejus dimidium, vel quævis alia pars incrementi ipſius, ut idcirco a prima ad ſecundam magnitudinem areæ itum ſit ſine tranſitu per intermedias. At ibi omittuntur a nobis termini intermedii, qui continuitatem ſervant; ſi enim *ac* æqualis AC motu continuo feratur ita, ut incipiendo ab AC deſinat in CE, magnitudo areæ BACD per omnes intermedias *bacd* abit in magnitudinem DCEF ſine ullo ſaltu, & ſine ulla violatione continuitatis.

XLV. Id ſane ubique accidit, ubi initium ſecundæ magnitudinis aliquo intervallo diſtat ab initio primæ; ſive ſtatim veniat poſt eius finem, ſive quavis alia lege ab ea disjungatur. Sic in phyſicis, ſi diem concipiamus intervallum temporis ab occaſu ad occaſum,

vel

Digitized by Google

vel etiam ab ortu ad occaſum, dies præcedens a ſequenti quibusdam anni temporibus differt per plura ſecunda, ubi videtur fieri ſaltus ſine ullo intermedio die, qui minus differat. At ſeriem quidem continuam ii dies nequaquam conſtituunt. Concipiatur parallelus integer Telluris, in quo ſunt continuo ductu diſpoſita loca omnia, quæ eandem latitudinem Geographicam habent: ea ſingula loca ſuam habent durationem diei, & omnium ejusmodi dierum initia, ac fines continenter fluunt, donec ad eundem redeatur locum, cujus præcedens dies eſt in continua illa ſerie primus, & ſequens poſtremus. Illorum omnium dierum magnitudines continenter fluunt ſine ullo ſaltu: nos, intermediis omiſſis, ſaltum committimus, non Natura. Atque huic ſimilis reſponſio eſt ad omnes reliquos caſus ejusmodi, in quibus initia, & fines continenter non fluunt, ſed a nobis per ſaltum accipiuntur. Sic ubi pendulum oſcillat in aere, ſequens oſcillatio per finitam magnitudinem diſtat a præcedente, ſed & initium, & finis ejus finito intervallo temporis diſtat a præcedentis initio, & fine, ac intermedii termini continua ſerie fluente a prima oſcillatione ad ſecundam eſſent ii, qui haberentur, ſi primæ, & ſecundæ oſcillationis arcu in æqualem partium numerum diviſo, aſſumeretur via confecta, vel tempus in ea impenſum, interjacens inter fines partium omnium proportionalium, ut inter trientem, vel quadrantem prioris arcus, & trientem, vel quadrantem poſterioris, quod ad omnes ejus generis caſus facile transferri poteſt, in quibus ſemper immediate etiam demonſtrari poteſt illud, continuitatem nequaquam violari.

XLVI. Secunda claſſis caſuum eſt ea, in qua videtur aliquid momento temporis peragi, & tamen peragitur tempore ſucceſſivo, ſed perbrevi. Sunt, qui objiciant pro violatione continuitatis caſum, quo quisquam manu lapidem tenens, ipſi ſtatim det velocitatem quandam finitam; alius aquæ e vaſe effluentis, foramine conſtituto aliquanto infra ſuperficiem ipſius aquæ, velocitatem momento temporis finitam. At in priore caſu admodum evidens eſt, momento temporis velocitatem finitam nequaquam produci. Tempore opus eſt, utcunque breviſſimo, ad excurſum ſpirituum per nervos, & muſculos, ad fibrarum tenſionem, & alia ejusmodi, ac idcirco ut velocitatem aliquam ſenſibilem demus lapidi, manum retrahimus & ipſum aliquamdiu, perpetuo accelerantes, retinemus. Sic etiam ubi tormentum bellicum exploditur, videtur momento temporis emitti globus, ac totam celeritatem acquirere; at id ſucceſſive

Digitized by Google

ceſſive fieri, patet vel inde, quod debeat inflammari tota maſſa pulveris pyrii, & dilatari aer, ut elaſticitate ſua globum acceleret, quod quidem fit omnino per omnes gradus. Succeſſionem multo etiam melius videmus in globo, qui ab elaſtro ſibi relicto propellatur, & quo elaſticitas eſt major, eo citius, ſed nunquam momento temporis, velocitas in globum inducitur.

XLVII. Hæc exempla illud præſtant, quod aqua per poros ſpongiæ ingreſſa reſpectu impenetrabilitatis, ut ea reſponſione uti poſſimus in aliis caſibus omnibus, in quibus acceſſio aliqua magnitudinis videtur fieri tota momento temporis; ut nimirum dicamus fieri tempore breviſſimo, utique per omnes intermedias magnitudines, ac illæſa penitus lege continuitatis. Hinc & in aquæ effluentis exemplo res eodem redit, ut non unico momento, ſed ſucceſſivo aliquo tempore, & per omnes intermedias magnitudines progignatur velocitas, quod quidem ita ſe habere optimi quique Phyſici affirmant. Et ibi quidem, qui momento temporis omnem illam velocitatem progigni, contra me affirmet, principium utique, ut ajunt, petat, neceſſe eſt. Neque enim aqua, niſi foramen aperiatur, operculo dimoto, effluet; remotio vero operculi, ſive manu fiat, ſive percuſſione aliqua, non poteſt fieri momento temporis, ſed debet velocitatem ſuam acquirere per omnes gradus, niſi illud ipſum, quod quærimus, ſupponatur jam definitum, nimirum an in colliſione corporum communicatio motus fiat momento temporis, an per omnes intermedios gradus, & magnitudines. Verum eo omiſſo, ſi etiam concipiamus momento temporis impedimentum auferri, non idcirco momento itidem temporis omnis illa velocitas produceretur; illa enim non a percuſſione aliqua, ſed a preſſione ſuperincumbentis aquæ orta, oriri utique non poteſt, niſi per acceſſiones continuas rempuſculo admodum parvo, ſed non omnino nullo: nam preſſio tempore indiget, ut velocitatem progignat, in communi omnium ſententia.

XLVIII. Illæſa igitur eſſe debet continuitatis lex, nec ad eam evertendam contra inductionem tam uberem quicquam poterunt caſus allati hucusque, vel iis ſimiles. At ejusdem continuitatis aliam Metaphyſicam rationem adinveni, & propoſui in Diſſertatione de Lege continuitatis, petitam ab ipſa continuitatis natura, in qua, quod Ariſtoteles ipſe olim noraverat, communis eſſe debet limes, qui præcedentia cum conſequentibus coniungit, qui idcirco etiam indiviſibilis eſt in ea ratione, in qua eſt limes. Sic ſuperficies duo ſolida diri-

dirimens, & craſſitudine caret, & eſt unica, in qua immediatus ab una parte fit tranſitus ad aliam; linea dirimens binas ſuperficiei continuæ partes latitudine caret; punctum continuæ lineæ ſegmenta diſcriminans, dimenſione omni: nec duo ſunt puncta contigua, quorum alterum ſit finis prioris ſegmenti, alterum initium ſequentis, cum duo contigua indiviſibilia, & inextenſa haberi non poſſint ſine compenetratione, & coaleſcentia quadam in unum.

XLIX. Eodem autem pacto idem debet accidere etiam in tempore, ut nimirum inter tempus continuum præcedens, & continuo ſubſequens unicum habeatur momentum, quod ſit indiviſibilis terminus utriusque; nec duo momenta, uti ſupra innuimus, contigua eſſe poſſint, ſed inter quodvis momentum, & aliud momentum debeat intercedere ſemper continuum aliquod tempus diviſibile in infinitum. Et eodem pacto in quavis quantitate; quæ continuo tempore duret, haberi debet ſeries quædam magnitudinum ejusmodi, ut momento temporis cuivis reſpondeat ſua, quæ præcedentem cum conſequente conjungat, & ab illa per aliquam determinatam magnitudinem differat. Quin immo in illo quantitatum genere, in quo binæ magnitudines ſimul haberi non poſſunt, id ipſum multo evidentius conficitur, nempe nullum haberi poſſe ſaltum immediatum ab una ad alteram. Nam illo momento temporis, quo deberet ſaltus fieri, & abrumpi ſeries acceſſu aliquo momentaneo, deberent haberi duæ magnitudines, poſtrema ſeriei præcedentis, & prima ſeriei ſequentis. Id ipſum vero adhuc multo evidentius habetur in illis rerum ſtatibus, in quibus ex una parte quovis momento haberi debet aliquis ſtatus ita, ut nunquam ſine aliquo ejus generis ſtatu res eſſe poſſit; & ex alia duos ſimul ejusmodi ſtatus habere non poteſt.

L. Id quidem ſatis patebit in ipſo locali motu, in quo habetur phænomenum omnibus ſane notiſſimum, ſed cujus ratio non ita facile aliunde redditur, inde autem patentiſſima eſt. Corpus a quovis loco ad alium quemvis devenire utique poteſt motu continuo per lineas quascunque utcunque contortas, & in immenſum productas quaquaverſum, quæ numero infinities infinitæ ſunt; ſed omnino debet per continuam aliquam abire, & nullibi interruptam. En inde rationem ejus rei admodum manifeſtam! ſi alicubi linea motus abrumpetur; vel momentum temporis, quo eſſet in primo puncto poſterioris lineæ, eſſet poſterius eo momento, quo eſſet in puncto poſtremo anterioris, vel eſſet idem, vel anterius? In primo, &

Digitized by Google

tertio casu inter ea momenta intercederet tempus aliquod continuum divisibile in infinitum per alia momenta intermedia, cum bina momenta temporis, in eo sensu accepta, in quo ego hic ea accipio, contigua esse non possint, uti superius exposui. Quamobrem in primo casu in omnibus iis infinitis intermediis momentis nullibi esset id corpus; in secundo casu idem esset eodem illo momento in binis locis, adeoque replicaretur; in tertio haberetur replicatio non tantum respectu eorum binorum momentorum, sed omnium etiam intermediorum, in quibus nimirum omnibus id corpus esset in binis locis. Cum igitur corpus existens nec nullibi esse possit, nec simul in locis pluribus, illa viæ mutatio, & ille saltus haberi omnino non possunt.

LI. Idem ope Geometriæ magis adhuc oculis ipsis subjicitur. Exponantur per rectam AB tempora, ac per ordinatas ad lineas CD, EF, abruptas alicubi, diversi status rei cujuspiam. Ductis ordinatis DG, EH, vel punctum H jaceret post G, ut in Fig. 5ta; vel cum ipso congrueret, ut in 6ta; vel ipsum præcederet, ut in 7ma. In primo casu nulla responderet ordinata omnibus punctis rectæ GH; in secundo binæ responderent GD, & HE eidem momento G; in tertio vero binæ HI, HE momento H, binæ GD, GK momento G, & binæ LM, LN momento cuivis intermedio L; nam ordinata est relatio quædam distantiæ, quam habet punctum curvæ cum puncto axis sibi respondente, adeoque ubi jacent in recta eadem perpendiculari axi bina curvarum puncta, habentur binæ ordinatæ respondentes eidem puncto axis. Quamobrem si nec omni statu carere res possit, nec haberi possunt status simul bini, necessario consequitur, saltum illum committi non posse. Saltus ipse, si deberet accidere, uti vulgo fieri concipitur, accideret binis momentis G, & H sibi in Fig. 6ta immediate succedentibus sine ullo immediato hiatu, quod utique fieri non potest ex ipsa limitis ratione, qui in continuis debet esse idem, & antecedentibus, & consequentibus communis, uti diximus. Atque idem in quavis reali serie accidit; ut hic linea finita sine puncto primo, & postremo, quod sit ejus limes, & superficies sine linea esse non potest; unde fit, ut in casu figuræ 6tæ binæ ordinatæ necessario respondere debeant eidem puncto: ita in quavis finita reali serie statuum primus terminus, & postremus haberi necessario debent, adeoque si saltus fit, uti supra de loco diximus, debet eo momento, quo saltus confici dicitur, haberi simul status duplex; qui cum haberi non possit, saltus itidem

Fig. 5 & 6 & 7.

Fig. 6.

ille

Digitized by Google

ille haberi omnino non poteſt. Sic, ut aliis utamur exemplis, diſtantia unius corporis ab alio mutari per ſaltum non poteſt, nec denſitas, quia duæ ſimul haberentur diſtantiæ, vel duæ ſimul denſitates, quod utique ſine replicatione haberi non poteſt: caloris itidem, & frigoris mutatio in thermometris, ponderis atmoſphæræ mutatio in barometris, non fit per ſaltum, quia binæ ſimul altitudines mercurii in inſtrumento haberi deberent eodem momento temporis, quod fieri utique non poteſt, cum quovis momento determinata unica altitudo haberi debeat, ac unicus determinatus caloris gradus, vel frigoris; quæ quidem Theoria innumeris caſibus pariter aptari poteſt.

LII. Contra hoc argumentum videtur primo aſpectu adeſſe aliquid, quod ipſum prorſus evertat, & tamen ipſi illuſtrando idoneum eſt maxime. Videtur nimirum inde erui, impoſſibilem eſſe & creationem rei cujuspiam, & interitum. Si enim conjungendus eſt poſtremus terminus præcedentis ſeriei cum primo ſequentis, in ipſo tranſitu a non eſſe ad eſſe, vel vice verſa, debebit utrumque conjungi, ac idem ſimul erit, & non erit, quod eſt abſurdum. Reſponſio in promptu eſt. Seriei finitæ realis, & exiſtentis, reales itidem, & exiſtentes termini eſſe debent; non vero nihili, quod nullas proprietates habet, quas exigat. Hinc ſi realium ſtatuum ſeriei altera ſeries realium itidem ſtatuum ſuccedat, quæ non ſit communi termino conjuncta, bini eodem momento debebuntur ſtatus, qui nimirum ſint bini limites eorundem. At quoniam *non eſſe* eſt merum nihilum, ejusmodi ſeries limitem nullum extremum requirit, ſed per ipſum eſſe immediate, & directe excluditur. Quamobrem primo, & poſtremo momento temporis ejus continui, quo res eſt, erit utique, nec cum hoc *eſſe* ſuum *non eſſe* conjunget ſimul; at ſi denſitas certa per horam duret, tum momento temporis in aliam mutetur duplam, duraturam itidem per alteram ſequentem horam, momento temporis, quod horas dirimit, binæ debebunt eſſe denſitates ſimul, nimirum & ſimplex, & dupla, quæ ſunt reales binarum realium ſerierum termini.

LIII. Id ipſum in Diſſertatione de lege virium in natura exiſtentium ſatis, ni fallor, luculenter expoſui, ac Geometricis figuris illuſtravi, adjectis nonnullis, quæ eodem recidunt, & quæ in applicatione ad rem, de qua agimus, & in cujus gratiam hæc omnia ad legem continuitatis pertinentia allata ſunt, proderunt infra; libet autem novem ejus Diſſertationis numeros huc transferre integros,

Digitized by Google

incipiendo ab octavo, sed numeros ipsos, ut & schematum numeros mutabo hic, ut cum superioribus consentiant.

Fig. 8. LIV. „ Sit in Fig. 8. circulus GMǴm, qui referatur ad datam „ rectam AB per ordinatas HM ipsi rectæ perpendiculares; uti „ itidem perpendiculares sint binæ tangentes EGF, EǴF́. „ Concipiatur igitur recta quædam indefinita ipsi rectæ AB per„ pendicularis, motu quodam continuo delata ab A ad B. Ubi ea „ habuerit positionem quamcunque CD, quæ præcedat tangentem „ EF; vel CD́, quæ consequatur tangentem EF́; ordinata ad cir„ culum nulla erit, sive erit impossibilis, &, ut Geometræ loquun„ tur, imaginaria. Ubicunque autem ea sit inter binas tangen„ tes EGF, EǴF́, in HI, HÍ, occurret circulo in binis pun„ ctis M, m, vel Ḿ, ḿ, & habebitur valor ordinatæ HM, „ Hm, vel HḾ, Hḿ. Ordinata quidem ipsa respondet soli interval„ lo EÉ; & si ipsa linea AB referat tempus, momentum E est limes „ inter tempus præcedens continuum AE, quo ordinata non est, & „ tempus continuum EÉ subsequens, quo ordinata est; punctum É „ est limes inter tempus præcedens EÉ, quo ordinata est, & sub„ sequens ÉB, quo non est. Vita igitur quædam ordinatæ est „ tempus EÉ; ortus habetur in E, interitus in É. Quid autem in ipso „ ortu, & interitu? habeturne quoddam esse ordinatæ, an non es„ se? habetur utique esse, nimirum EG, vel EG, non autem non „ esse. Oritur tota finitæ magnitudinis ordinata EG; interit tota „ finitæ magnitudinis EǴ, nec tamen ibi conjungit esse, & non esse, „ nec ullum absurdum secum trahit. Habetur momento E primus „ terminus seriei sequentis sine ultimo seriei præcedentis, & habe„ tur momento É ultimus terminus seriei præcedentis sine primo „ termino seriei sequentis.

LV. „ Quare autem id ipsum accidat, si Metaphysica consider„ ratione rem perpendimus, statim patebit. Nimirum veri nihili „ nullæ sunt reales proprietates: entis realis reales proprietates „ sunt. Quævis realis series initium reale habere debet, & finem, „ sive primum, & ultimum terminum. Id, quod non est, nullam „ habet realem proprietatem, nec proinde sui generis ultimum ter„ minum, aut primum. Series præcedens ordinatæ nullius ulti„ mum terminum non habet, series consequens non habet primum: „ series realis contenta intervello EE, & primum habere debet, & „ ultimum. Hujus reales termini terminum illum nihili per se se „ excludunt, cum ipsum *esse* per se excludat *non esse*.

LVI.

LVI. „ Atque id quidem manifeſtum fit magis, ſi conſidere-
„ mus ſeriem aliquam præcedentem realem, quam exprimant or-
„ dinatæ ad lineam continuam PL *g*, quæ reſpondeat toti tempori
„ AE ita, ut cuivis momento C ejus temporis reſpondeat ordina-
„ ta CL. Tum vero ſi momenso E debeat fieri ſaltus ab ordinata
„ *Eg* ad ordinatam EG, neceſſario ipſi momento E debent reſpon-
„ dere binæ ordinatæ EG, *Eg*. Nam in tota linea PL*g* non po-
„ teſt deeſſe ſolum ultimum punctum *g*; cum ipſo ſublato debeat
„ adhuc illa linea terminum habere ſuum, qui terminus eſſet itidem
„ punctum; id vero punctum idcirco fuiſſet ante contiguum puncto
„ *g*, quod eſt abſurdum, ut in eadem Diſſertatione (de Lege Con-
„ tinuitatis) demonſtravimus. Nam inter quodvis punctum, &
„ aliud punctum linea aliqua interjacere debet; quæ ſi non interja-
„ ceat, jam illa puncta in unicum coaleſcunt. Quare non poteſt
„ deeſſe niſi lineola aliqua *g*L, ita, ut terminus ſeriei præcedentis ſit
„ in aliquo momento C præcedente momentum E, & disjuncto ab
„ eo per tempus quoddam continuum, in cujus temporis momen-
„ tis omnibus ordinata ſit nulla.

LVII. „ Patet igitur diſcrimen inter tranſitum a vero nihilo,
„ nimirum. a quantitate imaginaria ad eſſe, & tranſitum ab una ma-
„ gnitudine ad aliam. In primo caſu terminus nihili non habetur;
„ habetur terminus uterque ſeriei veram habentis exiſtentiam, &
„ poteſt quantitas, cujus ea eſt ſeries, oriri vel occidere quantitate fi-
„ nita, ac per ſe excludere *non eſſe*. In ſecundo caſu neceſſario ha-
„ beri debet utriusque ſeriei terminus, alterius nimirum poſtremus,
„ alterius primus. Quamobrem etiam in creatione, & in annihila-
„ tione poteſt quantitas oriri, vel interire magnitudine finita, & pri-
„ mum, ac ultimum *eſſe* erit quoddam *eſſe*, quod ſecum non conjun-
„ get una *non eſſe*. Contra vero ubi magnitudo realis ab una quanti-
„ tate ad aliam tranſire debet per ſaltum, momento temporis, quo
„ ſaltus committitur, uterque terminus haberi deberet. Manet
„ igitur illæſum argumentum noſtrum metaphyſicum pro excluſione
„ ſaltus a creatione, & annihilatione, ſive ortu, & interitu.

LVIII. „ At hic illud etiam notandum eſt; quoniam ad ortum,
„ & interitum conſiderandum Geometricas contemplationes aſſum-
„ pſimus, videri quidem prima fronte, aliquando etiam realis ſeriei
„ terminum poſtremum eſſe nihilum; ſed re altius conſiderata, non
„ erit vere nihilum, ſed ſtatus quidam itidem realis, & ejusdem ge-
„ neris cum præcedentibus, licet alio nomine inſignitus.

Digitized by Google

Fig. 9. LIX. „ Sit in Fig. 9. Linea AB, ut prius, ad quam ſlinea „ quædam PL deveniat in G, & ſive pergat ultra ipſam in GM, „ ſive retro reſiliat per GM. Recta CD habebit ordinatam CL, „ quæ evaneſcet, ubi puncto C abeunte in E, ipſa CD abibit in „ EF, tum in poſitione ulteriori rectæ perpendicularis HI vel ab- „ ibit in negativam MH, vel retro poſitiva regredietur in MH. „ Ubi linea altera cum altera coit, & punctum E alterius cum al- „ terius puncto G congreditur, ordinata CL videtur abire in ni- „ hilum ita, ut nihilum, quemadmodum & ſupra innuimus, ſit li- „ mes quidam inter ſeriem ordinatarum poſitivarum CL, & negati- „ varum HM; vel poſitivarum CL, & iterum poſitivarum HM. Sed „ ſi res altius conſideretur ad Metaphyſicum conceptum reducta, „ in ſitu EF non habetur verum nihilum. In ſitu CD, HI habe- „ tur diſtantia quædam punctorum C, L; H, M: in ſitu EF habe- „ tur eorundem punctorum compenetratio. Diſtantia eſt relatio „ quædam binorum modorum, quibus bina puncta exiſtunt; com- „ penetratio itidem eſt relatio binorum modorum, quibus ea exi- „ ſtunt; quæ compenetratio eſt aliquid reale ejusdem prorſus ge- „ neris, cujus eſt diſtantia, conſtituta nimirum per binos reales exi- „ ſtendi modos.

LX. „ Totum diſcrimen eſt in vocabulis, quæ nos impoſui- „ mus. Bini locales exiſtendi modi infinitas numero relationes poſ- „ ſunt conſtituere, alii alias. Hæ omnes inter ſe & differunt, & „ tamen ſimul etiam plurimum conveniunt; nam reales ſunt, & in „ quodam genere congruunt, quod nimirum ſint relationes ortæ a „ binis localibus exiſtendi modis. Diverſa vero habent nomina ad „ arbitrium inſtituta, cum aliæ ex ejusmodi relationibus, ut CL, „ dicantur diſtantiæ poſitivæ, relatio EG dicatur compenetratio, „ relationes HM dicantur diſtantiæ negativæ. Sed quoniam ut a „ decem palmis diſtantiæ demptis 5, relinquuntur 5, ita demptis „ aliis 5, habetur nihil: non quidem verum nihil, ſed nihil in ratione „ diſtantiæ a nobis ita appellatæ, cum remaneat compenetratio; ab- „ latis autem aliis quinque, remanent quinque palmi diſtantiæ negativæ. „ Iſta omnia realia ſunt, & ad idem genus pertinent, cum eodem pror- „ ſus modo inter ſe differant diſtantia palmorum 10 a diſtantia palmo- „ rum 5, hæc a diſtantia nulla, ſed reali, quæ compenetrationem im- „ portat, & hæc a diſtantia negativa palmorum 5. Nam ex prima illa „ quantitate eodem modo devenitur ad hasce poſteriores per conti- „ nuam ablationem palmorum 5. Eodem autem pacto infinitas el-

„ lipſes,

Digitized by Google

„ lipſes, ab infinitis hyperbolis unica interjecta parabola diſcrimi-
„ nat, quæ quidem unica nomen peculiare ſortita eſt, cum illas nu-
„ mero infinitas, & a ſe invicem admodum diſcrepantes unico vo-
„ cabulo complectamur, licet altera magis oblonga ab altera minus
„ oblonga plurimum itidem diverſa ſit.

LXI. „ Et quidem eodem pacto ſtatus quidam realis eſt quies,
„ ſive perſeverantia in eodem modo locali exiſtendi; ſtatus quidam
„ realis eſt velocitas nulla puncti exiſtentis, nimirum determinatio
„ perſeverandi in eodem loco; ſtatus quidam realis puncti exiſtentis
„ eſt vis nulla, nimirum determinatio retinendi præcedentem ve-
„ locitatem, & ita porro: plurimum hæc diſcrepant a vero *non eſſe*.
„ Caſus ordinatæ reſpondentis lineæ EF (in Fig. 9) differt pluri-
„ mum a caſu ordinatæ circuli reſpondentis lineæ CD Figuræ 8:
„ in prima exiſtunt puncta, ſed compenerrata; in ſecunda alterum
„ punctum impoſſibile eſt. Ubi in ſolutione problematum deve-
„ nitur ad quantitatem primi generis, problema determinationem
„ peculiarem accipit; ubi devenitur ad quantitatem ſecundi generis,
„ problema evadit impoſſibile: usque adeo in hoc ſecundo caſu ha-
„ betur verum nihilum, omni reali proprietate carens; in illo pri-
„ mo habetur aliquid realibus proprietatibus præditum, quod ipſis
„ etiam ſolutionibus problematum, & conſtructionibus, veras ſuffi-
„ cit, & reales determinationes.

LXII. „ Firmum igitur manebit ſemper, & ſtabile, ſeriem
„ realem quamcunque, quæ continuo tempore finito duret, debere
„ habere & primum principium, & ultimum terminum realem, ſine
„ ullo abſurdo, & ſine conjunctione ſui *eſſe* cum *non eſſe*, ſi forte
„ duret eo ſolo tempore, dum ſi præcedenti etiam extitit tempore,
„ habere debet & ultimum terminum ſeriei præcedentis, & primum
„ ſequentis, qui debent eſſe unicus indiviſibilis communis limes, ut
„ momentum eſt unicus indiviſibilis limes inter tempus continuum
„ præcedens, & ſubſequens. Sed hæc de ortu, & interitu jam ſatis.

LXIII. Ut igitur contrahamus jam vela, continuitatis lex & inductione, & Metaphyſico argumento abunde nititur, quæ idcirco etiam in velocitatis communicatione retineri omnino debet, ut nimirum ab una velocitate ad aliam nunquam tranſeatur, niſi per intermedias velocitates omnes ſine ſaltu. Et quidem in ipſis motibus & velocitatibus inductionem habuimus Num. 39 ac difficultates ſolvimus Num. 46, & 47 pertinentes ad velocitates, quæ videri poſſent mutatæ per ſaltum. Quod autem pertinet ad Metaphyſicum argu-

Digitized by Google

argumentum, ſi toto tempore ante contactum ſubſequentis corporis ſuperficies antecedens habuit 12 gradus velocitatis, & ſequenti 9, ſaltu facto momentaneo ipſo initio contactus, in ipſo momento ea tempora dirimente debuiſſet habere & 12, & 9 ſimul, quod eſt abſurdum. Duas enim velocitates ſimul habere corpus non poteſt, quod ipſum aliquanto diligentius demonſtrabo.

LXIV. Velocitatis nomen, uti paſſim uſurpatur a Mechanicis, æquivocum eſt; poteſt enim ſignificare velocitatem actualem, quæ nimirum eſt relatio quædam in motu æquabili ſpatii percurſi diviſi per tempus, quo percurritur; & poteſt ſignificare quandam, quam apto Scholaſticorum vocabulo potentialem appello, quæ nimirum eſt determinatio ad actualem, ſive determinatio, quam habet mobile, ſi nulla vis mutationem inducat, percurrendi motu æquabili determinatum quoddam ſpatium quovis determinato tempore, quæ quidem duo & in Diſſertatione de viribus vivis, & in Stayanis Supplementis diſtinxi, diſtinctione utique neceſſaria ad æquivocationes evitandas. Prima haberi non poteſt momento temporis, ſed requirit tempus continuum, quo motus fiat, & quidem etiam motum æquabilem requirit ad accuratam ſui menſuram; ſecunda habetur etiam momento quovis determinata; & hanc alteram intelligunt utique Mechanici, cum ſcalas Geometricas efformant pro motibus quibuscunque diffórmibus, ſive abſciſſa exprimen e tempus, & ordinata velocitatem, utcunque etiam variatam, area exprimat ſpatium; ſive abſciſſa exprimente itidem tempus, & ordinata vim, area exprimat velocitatem jam genitam, quod itidem in aliis ejusmodi ſcalis, & formulis algebraicis fit paſſim, hac potentiali velocitate uſurpata, quæ ſit tantummodo determinatio ad actualem, quam quidem ipſam intelligo, ubi in colliſione corporum eam nego mutari poſſe per ſaltum ex hoc poſteriore argumento.

LXV. Jam vero velocitates actuales non poſſe ſimul eſſe duas in eodem mobili, ſatis patet, quia oporteret id mobile, quod initio dati cujusdam temporis fuerit in dato ſpatii puncto, in omnibus ſequentibus occupare duo puncta ejusdem ſpatii, ut nimirum ſpatium percurſum ſit duplex, alterum pro altera velocitate determinanda, adeoque requireretur actualis replicatio, quam non haberi uspiam, ex principio inductionis colligere ſane poſſumus admodum facile. Cum nimirum nunquam videamus idem mobile ſimul ex eodem loco diſcedere in partes duas, & eſſe ſimul in duobus locis ita, ut conſtet nobis, utrobique eſſe illud idem. At nec potentiales velo-

velocitates duas ſimul eſſe poſſe, facile demonſtratur. Nam velocitas potentialis eſt determinatio ad exiſtendum poſt datum tempus continuum quodvis in dato quodam puncto ſpatii habente datam diſtantiam a puncto ſpatii, in quo mobile eſt eo temporis momento, quo dicitur habere illam potentialem velocitatem determinatam. Quamobrem habere ſimul illas duas potentiales velocitates eſt eſſe determinatum ad occupanda eodem momento temporis duo puncta ſpatii, quorum ſingula habeant ſuam diverſam diſtantiam ab eo puncto ſpatii, in quo tum eſt mobile, quod eſt eſſe determinatum ad replicationem habendam momentis omnibus ſequentis temporis. Dicitur utique idem mobile a diverſis cauſis acquirere ſimul diverſas velocitates, ſed eæ componuntur in unicam ita, ut ſingulæ conſtituant ſtatum mobilis, qui ſtatus reſpectu diſpoſitionum, quas eo momento, in quo tum eſt, habet ipſum mobile, complectentium omnes circumſtantias præteritas, & præſentes, eſt tantummodo conditionatus, non abſolutus; nimirum ut contineant determinationem, quam ex omnibus præteritis & præſentibus circumſtantiis haberet ad occupandum illud determinatum ſpatii punctum determinato illo momento temporis, niſi aliunde ejusmodi determinatio per conjunctionem alterius cauſæ, quæ tum agat, vel jam egerit, mutaretur, & loco ipſius alia, quæ compoſita dicitur, ſuccederet. Sed ſtatus abſolutus reſultans ex omnibus eo momento præſentibus, & præteritis circumſtantiis ipſius mobilis, eſt unica determinatio ad exiſtendum pro quovis determinato momento temporis ſequentis in quodam determinato puncto ſpatii, qui quidem ſtatus pro circumſtantiis omnibus præteritis, & præſentibus eſt abſolutus, licet ſit itidem conditionatus pro futuris: ſi nimirum eædem, vel aliæ cauſæ agentes ſequentibus momentis non mutent determinationem, & punctum illud loci, ad quod revera deveniri deinde debet dato illo momento temporis, & actu devenitur. Porro patet injusmodi ſtatus ex omnibus præteritis, & præſentibus circumſtantiis abſolutos non poſſe eodem momento temporis eſſe duos ſine determinatione ad replicationem, quam ille conditionatus ſtatus reſultans e ſingulis componentibus velocitatibus non inducit ob id ipſum, quod conditionatus eſt. Porro ſi haberetur ſaltus a velocitate ex omnibus præteritis, & præſentibus circumſtantiis exigente ex. gr. poſt unum minutum punctum ſpatii diſtans per palmos 6 ad exigentem punctum diſtans per palmos 9, deberet eo momento temporis, quo fieret ſaltus, haberi ſimul utraque determinatio abſoluta reſpectu circumſtantiarum omnium

Digitized by Google

mnium ejus momenti & omnium præteritarum; nam toto præcedenti tempore habita fuiſſet realis ſeries ſtatuum cum illa priore, & toto ſequenti deberet haberi cum illa poſteriore, adeoque eo momento ſimul utraque, cum neutra ſeries realis ſine reali ſuo termino ſtáre poſſit.

LXVI. Præterea corporis, vel puncti exiſtentis poteſt utique nulla eſſe velocitas actualis, ſaltem accurate talis, ſi nimirum difformem habeat motum, quod ipſum etiam ſemper in natura accidit, ut demonſtrari poſſe arbitror, ſed huc non pertinet; at ſemper utique haberi debet aliqua velocitas potentialis, vel ſaltem aliquis ſtatus, qui licet alio vocabulo appellari ſoleat, & dici velocitas nulla, eſt tamen non nihilum quoddam, ſed realis ſtatus, nimirum determinatio ad quietem, quanquam hanc ipſam, ut & quietem, ego quidem arbitrer in natura reapſe haberi nullam, argumentis, quæ in Stayanis ſupplementis expoſui, ubi de ſpatio & tempore: ſed id ipſum itidem nequaquam huc pertinet. Iis etiam penitus prætermiſſis, eruitur e reliquis, quæ diximus, admiſſo etiam ut exiſtente, vel poſſibili in natura motu uniformi, & quiete, utramque velocitatem habere conditiones neceſſarias ad hoc, ut ſecundum argumentum pro continuitatis lege ſuperius allatum vim habeat ſuam, nec ab una velocitate ad alteram abiri poſſit ſine tranſitu per intermedias.

LXVII. Patet autem, hinc illud evinci, nec interire momento temporis poſſe, nec oriri velocitatem totam corporis, vel puncti non ſimul intereuntis, vel orientis, nec huc transferri poſſe, quod de creatione, & morte diximus; cum nimirum ipſa velocitas nulla corporis, vel puncti exiſtentis, ſit non purum nihil, ut monui, ſed realis quidam ſtatus, qui ſimul cum alio reali ſtatu determinatæ illius intereuntis, vel orientis velocitatis deberet conjungi; unde etiam fit, ut nullum effugium haberi poſſit contra ſuperiora argumenta, dicendo, quando a 12 gradibus velocitatis tranſitur ad 9, durare utique priores 9, & interire reliquos tres, in quo nullum abſurdum ſit, cum nec in illorum duratione habeatur ſaltus, nec in ſaltu per interitum habeatur abſurdi quidpiam, ejus exemplo, quod ſuperius dictum fuit, ubi oſtenſum eſt, non conjungi *non eſſe* ſimul, & *eſſe*. Nam in primis 12 gradus velocitatis non ſunt quid compoſitum e duodecim rebus inter ſe diſtinctis, atque disjunctis, quarum 9 manere poſſint, 3 interire, ſed ſunt unica determinatio ad exiſtendum in punctis ſpatii diſtantibus certo intervallo, ut palmorum 12, elapſis datis quibusdam temporibus æqualibus quibuscunque. Sic etiam in ipſis

ordi-

ordinatis GD, HE, quæ exprimunt velocitates in Fig. 6, revera, in mea potiſſimum Theoria, ordinata GD non eſt quædam pars ordinatæ HE communis ipſi usque ad D, ſed ſunt duæ ordinatæ, quarum prima conſiſtit in relatione diſtantiæ, puncti curvæ D a puncto axis G, ſecunda in relatione puncti curvæ E a puncto axis H, quod eſt ibi idem, ac punctum G. Relationem diſtantiæ punctorum D & G conſtituunt duo reales modi exiſtendi ipſorum, relationem diſtantiæ punctorum D, & E duo reales modi exiſtendi ipſorum, & relationem diſtantiæ punctorum H, & E duo reales modi exiſtendi ipſorum. Hæc ultima relatio conſtat duobus modis realibus tantummodo pertinentibus ad puncta E, & H, vel G, & ſumma priorum conſtat modis realibus omnium trium, E, D, G. Sed nos indefinite concipimus poſſibilitatem omnium modorum realium intermediorum, ut infra dicemus, in qua præciſiva & indefinita idea ſtat mihi idea ſpatii continui; & intermedii modi poſſibiles inter G, & D ſunt pars intermediorum inter E, & H. Præterea omiſſis etiam hisce omnibus ipſe ille ſaltus a velocitate finita ad nullam, vel a nulla ad finitam, haberi non poteſt.

LXVIII. Atque hinc ego quidem potuiſſem etiam adhibere duos globos æquales, qui ſibi invicem occurrant cum velocitatibus æqualibus, quæ nimirum in ipſo contactu deberent momento temporis interire; ſed ut hasce ipſas conſiderationes evitarem de tranſitu a ſtatu reali ad ſtatum itidem realem, ubi a velocitate aliqua tranſitur ad velocitatem nullam, adhibui potius in omnibus Diſſertationibus meis globum, qui cum 12 velocitatis gradibus aſſequatur alterum præcedentem cum 6, ut nimirum abeundo ad velocitatem aliam quameunque haberetur ſaltus ab una velocitate ad aliam, in quo evidentius eſſet abſurdum.

LXIX. Jam vero in hisce caſibus utique haberi deberet ſaltus quidam, & violatio legis continuitatis, non quidem in velocitate actuali, ſed in potentiali, ſi ad contactum deveniretur cum velocitatum diſcrimine aliquo determinato quocunque. In velocitate actuali, ſi eam metiamur ſpatio, quod conficitur, diviſo per tempus, tranſitus utique fieret per omnes intermedias, quod ſic facile oſtenditur ope Geometriæ. In Fig. 10 deſignent AB, BC bina tempora ante, & poſt contactum, & momento quolibet H ſit velocitas potentialis illa major HI, quæ æquetur velocitati primæ AD; quovis autem momento Q poſterioris temporis ſit velocitas potentialis minor QR, quæ æquetur velocitati cuidam datæ CG. Fig. 10.

Aſſumpto quovis tempore HK determinatæ magnitudinis, area HIKL diviſa per tempus HK, ſive recta HI, exhibebit velocitatem actualem. Moveatur tempus HK verſus B, & donec K adveniat ad B, ſemper eadem habebitur velocitatis menſura; eo autem progreſſo in O ultra M, ſed adhuc H exiſtente in M citra B, ſpatium illi tempori reſpondens componetur ex binis MNEB, BFPO, quorum ſumma ſi dividatur per MO, jam nec erit MN æqualis priori AD, nec BF, ipſa minor per datam quantitatem FE; ſed facile demonſtrari poteſt (b) capta VE æquali IL, vel HK, ſive OM, & ducta recta VF, quæ ſecet MN in X, quotum ex illa diviſione prodeuntem fore MX, donec abeunte toto illo tempore ultra B in QS jam area QRTS diviſa per tempus QS exhibeat velocitatem conſtantem QR.

LXX. Patet igitur in ea conſideratione a velocitate actuali præcedente HI ad ſequentem QR tranſiri per omnes intermedias MX, quas continua recta VF definiet; quanquam ibi etiam irregulare quid oritur inde, quod velocitas actualis XM diverſa obvenire debeat pro diverſa magnitudine temporis aſſumpti HK, quo nimirum aſſumpto majore, vel minore removetur magis, vel minus V ab E, & decreſcit, vel creſcit XM. Id tamen accidit in motibus omnibus, in quibus velocitas non manet eadem toto tempore, ut nimirum tum etiam velocitas aliqua actualis debeat agnoſci, & determinari ſpatio diviſo per tempus, pro aliis, atque aliis temporibus aſſumptis pro menſura, aliæ, atque aliæ velocitatis actualis menſuræ obveniant, ſecus ac accidit in motu ſemper æquabili, quam ipſam ob cauſam velocitatis actualis in motu diformi nulla eſt revera menſura accurata, quod ſupra innui, ſed ejus idea præciſa ac diſtincta æquabilitatem motus requirit, & idcirco Mechanici in diformibus motibus ad actualem velocitatem determinandam adhibere ſolent ſpatiolum infiniteſime tempuſculo percurſum, in quo ipſo motum habent pro æquabili.

LXXI. At velocitas illa potentialis, quæ ſingulis momentis temporis reſpondet ſua, mutaretur utique per ſaltum ipſo momento B, quo deberet haberi & ultima velocitatum præcedentium BE, & pri-

(b) *Si enim producatur OP usque ad NE in Y, erit EY = VN, ob VE = MO = NY. Eſt autem VE. VN :: EF: NX; quare VN × EF = VE × NX, ſive poſito EY pro VN, & MO pro VE, erit EY × EF = MO × NX. Totum MNYO eſt MO × MN, pars FEYP eſt = EY × EF. Quare reſiduus gnomon NMOPFE eſt MO × MX, quo diviſo per MO habetur MX.*

Digitized by Google

prima ſequentium BF, quod cum haberi nequeat, uti demonſtratum eſt, fieri non poteſt per ſecundum ex argumentis, quæ adhibuimus pro lege continuitatis, ut cum illa velocitatum inæqualitate deveniatur ad immediatum contactum; atque id ipſum excludit etiam inductio, quam pro lege continuitatis in ipſis quoque velocitatibus, atque motibus primo loco propoſui.

LXXII. Atque hoc demum pacto illud conſtitit evidenter, non licere continuitatis legem deſerere in colliſione corporum, & illud admittere, ut ad contactum immediatum deveniatur cum illæſis binorum corporum velocitatibus integris. Videndum igitur, quid neceſſario conſequi debeat, ubi id non admittatur, & hæc analyſis ulterius promovenda.

LXXIII. Quoniam ad immediatum contactum devenire ea corpora non poſſunt cum præcedentibus velocitatibus, oportet, ante contactum ipſum immediatum incipiant mutari velocitates ipſæ, & vel ea conſequentis corporis minui, vel ea antecedentis augeri, vel utrumque ſimul. Quidquid accidat, habebitur ibi aliqua mutatio ſtatus, vel in altero corpore, vel in utroque, in ordine ad motum, vel quietem, adeoque habebitur aliqua mutationis cauſa, quæcunque illa ſit. Cauſa vero mutans ſtatum corporis in ordine ad motum, vel quietem, dicitur vis: habebitur igitur vis aliqua, quæ effectum gignat, etiam ubi illa duo corpora nondum ad contactum devenerint.

LXXIV. Ad impediendam violationem continuitatis ſatis eſſet, ſi ejusmodi vis ageret in alterum tantummodo e binis corporibus, reducendo præcedentis velocitatem ad gradus 12, vel ſequentis ad 6. Videndum igitur aliunde, an agere debeat in alterum tantummodo, an in utrumque ſimul, & quomodo. Id determinabitur per aliam naturæ legem, quam nobis inductio ſatis ampla oſtendit, qua nimirum evincitur, omnes vires nobis cognitas agere utrinque & æqualiter, & in partes oppoſitas, unde provenit principium, quod appellant actionis, & reactionis æqualium; eſt autem fortaſſe quædam actio duplex ſemper æqualiter agens in partes oppoſitas. Ferrum, & magnes æque ſe mutuo trahunt; elaſtrum binis globis æqualibus interjectum æque utrumque urget, & æqualibus velocitatibus propellit; gravitatem ipſam generalem mutuam eſſe oſtendunt errores Jovis, ac Saturni potiſſimum, ubi ad ſe invicem accedunt, uti & curvatura orbitæ lunaris orta ex ejus gravitate in terram comparata cum æſtu maris orto ex inæquali partium globi

Digitized by Google

terraquei gravitate in lunam. Ipſæ noſtræ vires, quas nervorum ope exerimus, ſemper in partes oppoſitas agunt, nec ſatis valide aliquid propellimus, niſi pede humum, vel etiam, ut efficacius agamus, oppoſitum parietem ſimul repellamus. En igitur inductionem, quam utique ampliorem etiam habere poſſumus! ex qua illud pro eo quoque caſu debemus inferre, eam ibi vim in utrumque corpus agere, quæ actio ad æqualitatem non reducet inæquales illas velocitates, niſi augeat præcedentis, minuat conſequentis corporis velocitatem; nimirum niſi in iis producat velocitates quasdam contrarias, quibus, ſi ſolæ eſſent, deberent a ſe invicem recedere: ſed quia eæ componuntur cum præcedentibus, hæc utique non recedunt, ſed tantummodo minus ad ſe invicem accedunt, quam accederent.

LXXV. Invenimus igitur vim ibi debere eſſe mutuam, quæ ad partes oppoſitas agat, & quæ ſua natura determinet per ſeſe illa corpora ad receſſum mutuum a ſe invicem. Hujusmodi igitur vis ex nominis definitione appellari poteſt vis repulſiva. Quærendum jam ulterius, qua lege progredi debeat, an imminutis in immenſum diſtantiis ad datam quandam menſuram deveniat, an in infinitum excreſcat?

LXXVI. Ut in illo caſu evitetur ſaltus, ſatis eſt in allato exemplo, ſi vis repulſiva, ad quam delati ſumus, extinguat velocitatum differentiam illam 6 graduum, antequam ad contactum immediatum corpora devenerint: quamobrem poſſent utique devenire ad eum contactum eodem illo momento, quo ad æqualitatem velocitatum deveniunt. At ſi in alio quopiam caſu corpus ſequens impellatur cum velocitatis gradibus 20, corpore præcedente cum ſuis 6, tum vero ad contactum deveniretur cum differentia velocitatum majore, quam graduum 8. Nam illud itidem ampliſſima inductione evincitur, vires omnes nobis cognitas, quæ aliquo tempore agunt, ut velocitatem producant, agere in ratione temporis, quo agunt, & ſui ipſius. Rem in gravibus oblique deſcendentibus experimenta confirmant; eadem & in elaſtris inſtitui facile poſſunt, ut rem comprobent; ac id ipſum eſt fundamentum totius Mechanicæ, quæ inde motuum leges eruit, quas experimenta in pendulis, in projectis gravibus, in aliis pluribus comprobant, & Aſtronomia confirmat in cæleſtibus motibus. Quamobrem illa vis repulſiva, quæ in priore caſu extinxit 6 tantummodo gradus diſcriminis, ſi agat breviore tempore in ſecundo caſu, non poterit extinguere niſi pauciores, minore nimirum velocitate producta utrinque ad partes contrarias.

At

At breviore utique tempore aget: nam cum majore velocitatum discrimine velocitas respectiva est major, ac proinde accessus celerior. Extingueret igitur in secundo casu illa vis minus, quam 6 discriminis gradus, si in primo usque ad contactum extinxit tantummodo 6. Superessent igitur plures, quam 8; nam inter 20 & 6 erant 14, ubi ad ipsum deveniretur contactum, & ibi per saltum deberent velocitates mutari, ne compenetratio haberetur, ac proinde lex continuitatis violari. Cum igitur id accidere non possit, oportet, natura incommodo caverit per ejusmodi vim, quæ in priore casu aliquanto ante contactum extinxerit velocitatis discrimen, ut nimirum imminutis in secundo casu adhuc magis distantiis, vis ulterior illud omne discrimen auferat, elisis omnibus illis 14 gradibus discriminis, qui habebantur.

LXXVII. Quando autem huc jam delati sumus, facile est ulterius progredi, & illud considerare, quod in secundo casu accidit respectu primi, idem accidere aucta semper velocitate consequentis corporis in tertio aliquo respectu secundi, & ita porro. Debebit igitur ad omnem pro omni casu evitandum saltum Natura cavisse per ejusmodi vim, quæ imminutis distantiis crescat in infinitum, atque ita crescat, ut par sit extinguendæ cuicunque velocitati, utcunque magnæ. Devenimus igitur ad vires repulsivas imminutis distantiis crescentes in infinitum, nimirum ad arcum illum asymptoticum E D curvæ virium in Fig. 1ma propositum. Illud quidem ratiocinatione hactenus instituta immediate non deducitur, hujusmodi incrementa virium auctarum in infinitum respondere distantiis in infinitum imminutis. Posset pro hisce corporibus, quæ habemus præ manibus, quædam data distantia quæcunque esse ultimus limes virium in infinitum excrescentium, quo casu Asymptotus A B non transiret per initium distantiæ binorum corporum, sed tanto intervallo post ipsum, quantus esset ille omnium distantiarum, quas remotiores particulæ possint acquirere a se invicem, limes minimus; sed aliquem demum esse debere extremum etiam asymptoticum arcum curvæ habentem pro asymptoto rectam transeuntem per ipsum initium distantiæ, sic evincitur: si nullus ejusmodi haberetur arcus, particulæ materiæ minores, & primo collocatæ in distantia minore, quam esset ille ultimus limes, sive illa distantia asymptoti ab initio distantiæ binorum punctorum materiæ, in mutuis incursibus velocitatem deberent posse mutare per saltum, quod cum fieri nequeat, debet utique aliquis esse ultimus asymptoticus arcus, qui asymptotum

Digitized by Google

tum habeat tranſeuntem per diſtantiarum initium, & vires inducat imminutis in infinitum diſtantiis creſcentes in infinitum ita, ut ſint pares velocitati extinguendæ cuivis, utcunque magnæ. Ad ſummum in curva virium haberi poſſent plures aſymptotici arcus, alii poſt alios, habentes ad exigua intervalla aſymptotos inter ſe parallelas, qui caſus itidem uberrimum aperit contemplationibus fœcundiſſimis campum, de quo aliquid inferius; ſed aliquis arcus aſymptoticus poſtremus, cujusmodi eſt is, quem in figura 1 propoſui, haberi omnino debet. Verum ea perquiſitione hic omiſſa, pergendum eſt in conſideratione legis virium, & curvæ eam exprimentis, quæ habentur auctis diſtantiis.

LXXVIII. In primis gravitas omnium corporum in terram, quam quotidie experimur, ſatis evincit, repulſionem illam, quam pro minimis diſtantiis invenimus, non extendi ad diſtantias quascunque, ſed in magnis jam diſtantiis haberi determinationem ad acceſſum, quam vim attractivam nominavimus. Quin immo Keplerianæ leges in Aſtronomia tam feliciter a Newtono adhibitæ ad legem Gravitatis generalis deducendam, & ad Cometas etiam traductæ, ſatis oſtendunt, gravitatem vel in infinitum, vel ſaltem per totum Planetarium, & Cometarium ſyſtema extendi in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Quamobrem virium curva arcum habet aliquem jacentem ad partes axis oppoſitas, qui accedat, quantum ſenſu percipi poſſit, ad eam tertii gradus hyperbolam, cujus ordinatæ ſunt in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, qui nimirum eſt ille arcus S T V Figuræ 1. Ac illud etiam hinc patet, eſſe aliquem locum E, in quo curva ejusmodi axem ſecet, qui ſit limes attractionum, & repulſionum, in quo ab una ad alteram ex iis viribus tranſitus fiat.

LXXIX. Duos alios nobis indicat limites ejusmodi, ſive alias duas interſectiones, ut G, & I, phænomenum vaporum, qui oriuntur ex aqua, & aeris. qui a fixis corporibus gignitur; cum in iis ante nulla particularum repulſio fuerit, quin immo fuerit attractio, ob cohærentiam, qua, una parte retracta, altera ipſam conſequebatur, & in illa tanta expanſione, & elaſticitatis vi ſatis ſe manifeſto prodat repulſio, ut idcirco a repulſione in minimis diſtantiis ad attractionem alicubi ſit itum, tum inde iterum ad repulſionem & iterum inde ad generalis gravitatis attractiones. Effervescentiæ, & fermentationes adeo diverſæ, in quibus cum adeo diverſis velocitatibus eunt, ac redeunt, & jam ad ſe invicem accedunt, jam recedunt

a ſe

Digitized by Google

a ſe invicem particulæ, indicant utique ejusmodi limites, atque tranſitus multo plures; ſed illos prorſus evincunt ſubſtantiæ molles, ut aera, in quibus compreſſiones plurimæ acquiruntur cum diſtantiis admodum diverſis, in quibus tamen omnibus limites haberi debent, nam anteriore parte ad ſe attracta poſteriores eam ſequuntur; eadem propulſa, illæ recedunt, diſtantiis ad ſenſum non mutatis, quod ob illas repulſiones in minimis diſtantiis, quæ contiguitatem impediunt, fieri alio modo non poteſt, niſi ſi limites ibidem habeantur in iis omnibus diſtantiis inter attractiones & repulſiones, quæ nimirum requiruntur ad hoc, ut pars altera alteram conſequatur retractam, vel præcedat propulſam.

LXXX. Habentur igitur plurimi limites, & plurimi flexus curvæ hinc & inde ab axe præter duos arcus, quorum prior E D in infinitum protenditur, & aſymptoticus eſt, alter S T V, ſi gravitas generalis in infinitum protenditur, eſt aſymptoticus itidem, & ita accedit ad crus illud hyperbolæ gradus tertii, ut diſcrimen ſenſu percipi nequeat: nam cum ipſo penitus congruere omnino non poteſt; non enim poſſet ab eodem deinde diſcedere, cum duarum curvarum, quarum diverſa natura eſt, nulli arcus continui, utcunque exigui, poſſint penitus congruere, ſed ſe tantummodo ſecare, contingere, oſculari poſſint in punctis quotcunque, & ad ſe invicem accedere utcunque. Hinc habetur jam tota forma curvæ virium, qualem initio propoſui, directa ratiocinatione a Naturæ phænomenis, & genuinis principiis deducta. Remanet jam determinanda conſtitutio primorum elementorum materiæ ab iis viribus deducta, quo facto omnis illa Theoria, quam initio propoſui, patebit, nec erit arbitraria quædam hypotheſis, ac licebit progredi ad amovendas apparentes quasdam difficultates, & ubertimam applicationem ad omnem late Phyſicam qua exponendam, qua tantummodo, ne diſſertatio plus æquo excreſcat, indicandam.

LXXXI. Quoniam imminutis in infinitum diſtantiis vis repulſiva augetur in infinitum, facile patet, nullam partem materiæ poſſe eſſe contiguam alteri parti: vis enim illa repulſiva protinus alteram ab altera removeret. Quamobrem neceſſario inde conſequitur, prima materiæ elementa eſſe omnino ſimplicia, & a nullis contiguis partibus compoſita. Id quidem immediate, & neceſſario fluit ex illa conſtitutione virium, quæ in minimis diſtantiis ſunt repulſivæ, & in infinitum excreſcunt.

LXXXII. Simplicitate, & incompoſitione elementorum definita,

nita, dubitari poteſt, an ea ſint etiam inextenſa, an aliquam, ut ut ſimplicia, extenſionem habeant ejus generis, quam virtualem extenſionem appellant Scholaſtici. Fuerunt enim potiſſimum inter Peripateticos, qui admiſerint elementa ſimplicia, & carentia partibus, atque ex ipſa natura ſua prorſus indiviſibilia, ſed tamen extenſa per ſpatium diviſibile ita, ut alia aliis majus etiam occupent ſpatium, ac eo loco, quo unum ſtet, poſſint, eo remoto, ſtare ſimul duo, vel etiam plura; ac ſint etiamnum, qui ita ſentiant. Sic etiam animam rationalem hominis utique prorſus indiviſibilem cenſuerunt alii per totum corpus diffuſam; alii minori quidem corporis parti, ſed utique parti diviſibili cuipiam, & extenſæ, præſentem toti etiamnum arbitrantur. DEUM autem ipſum præſentem ubique credimus per totum utique diviſibile ſpatium, quod omnia corpora occupant, licet ipſe ſimpliciſſimus ſit, nec ullam prorſus compoſitionem admittat. Videtur autem ſententia eadem inniti cuidam etiam analogiæ loci, ac temporis. Ut enim quies eſt conjunctio ejusdem puncti loci cum ſerie continua omnium momentorum ejus temporis, quo quies durat; ſic etiam illa virtualis extenſio eſt conjunctio unius momenti temporis cum ſerie continua omnium punctorum ſpatii, per quod ſimplex illud ens virtualiter extenditur; ut idcirco ſicut illa quies haberi creditur in natura, ita & hæc virtualis extenſio debeat admitti, qua admiſſa poterunt utique illa primæ materiæ elementa eſſe ſimplicia, & tamen non penitus inextenſa.

LXXXIII. At ego quidem arbitror, hanc itidem ſententiam everti penitus eodem inductionis principio, ex quo alia tam multa hucusque, quibus uſi ſumus, deduximus. Videmus enim in his corporibus omnibus, quæ obſervare poſſumus, quidquid diſtinctum occupat locum, diſtinctum eſſe itidem, ita, ut etiam ſ tis magnis viribus adhibitis ſeparari poſſint, quæ diverſas occupant ſpatii partes, nec ullum caſum deprehendimus, in quo magna hæc corpora partem aliquam habeant, quæ eodem tempore diverſas ſpatii partes occuper, & eadem ſit. Porro hæc proprietas ex natura ſua ejus generis eſt, ut æque cadere poſſit in magnitudines, quas per ſenſum deprehendimus, ac in magnitudines, quæ infra ſenſuum noſtrorum limites ſunt; res nimirum pendet tantummodo a magnitudine ſpatii, per quod haberetur virtualis extenſio, quæ magnitudo ſi eſſet ſatis ampla, ſub ſenſus caderet. Cum igitur nunquam id comperiamus in magnitudinibus ſub ſenſum cadentibus, immo in caſibus innumeris deprehendamus oppoſitum, debet utique res

trans-

Digitized by Google

transferri ex inductionis principio ſupra expoſito ad minimas etiam quasque materiæ particulas, ut ne illæ quidem ejusmodi habeant virtualem extenſionem.

LXXXIV. Exempla, quæ adduntur, petita ab anima rationali, & a DEI omni-præſentia, nihil poſitive evincunt, cum ex alio entium genere petita ſint; præterquam quod nec illud demonſtrari poſſe cenſeo, animam rationalem non eſſe unico tantummodo, ſimplici, & inextenſo corporis puncto ita præſentem, ut eundem locum obtineat, exerendo inde vires quasdam in reliqua corporis puncta rite diſpoſita, in quibus viribus partim neceſſariis, & partim liberis, ſtet ipſum animæ commercium cum corpore; DEI autem præſentia cujusmodi ſit, ignoramus omnino; quem ſane extenſum per ſpatium diviſibile nequaquam dicimus, nec ab iis modis omnem excedentibus humanum captum, quibus ille exiſtit, cogitat, vult, agit, ad humanos, ad materiales exiſtendi, agendique modos, ulla eſſe poteſt analogia & deductio.

LXXXV. Quod autem pertinet ad analogiam cum quiete, ſunt ſane ſatis valida argumenta, quibus, ut ſupra innui, ego cenſeam, in natura quietem nullam exiſtere. Ipſam nec poſſe exiſtere, argumento quodam poſitivo ex numero combinationum poſſibilium infinito contra alium finitum, demonſtravi in Stayanis Supplementis, ubi de ſpatio, & tempore; nunquam vero eam exiſtere in natura, patet ſane in ipſa Newtoniana ſententia de Gravitate Generali, in qua in planetario ſyſtemate ex mutuis actionibus quieſcit tantummodo centrum commune gravitatis, punctum utique imaginarium, circa quod omnia planetarum, cometarumque corpora moventur, ut & ipſe ſol; ac idem accidit fixis omnibus circa ſuorum ſyſtematum gravitatis centra; quin immo ex actione unius ſyſtematis in aliud utcunque diſtans, in ipſa gravitatis centra motus aliquis inducetur; & generalius, dum movetur quæcunque materiæ particula, uti luminis particula quæcunque, reliquæ omnes utcunque remotæ, quæ inde poſitionem ab illa mutant, mutant & gravitatem, ac proinde moventur motu aliquo exiguo, ſed ſane motu. In ipſa Telluris quieſcentis ſententia, quieſcit quidem Tellus ad ſenſum, nec tota ab uno in alium transfertur locum; at ad quamcunque criſpationem maris, rivuli decurſum, muſcæ volatum, æquilibrio dempto, trepidatio oritur, perquam exigua illa quidem, ſed ejusmodi, ut veram quietem omnino impediat. Quamobrem analogia inde petita evertit potius virtualem ejusmodi ſimplicium ejusmodi

Digitized by Google

elementorum extenſionem poſitam in conjunctione ejusdem momenti temporis cum ſerie continua punctorum loci, quam comprobet.

LXXXVI. Sed nec ea ipſa analogia, ſi adeſſet, rem ſatis evinceret, cum analogiam inter tempus & locum videamus in aliis etiam violari: nam in Supplementis Stayanis demonſtravi, nullum materiæ punctum unquam redire ad punctum ſpatii quodcunque, in quo ſemel fuerit aliud materiæ punctum, ut idcirco duo puncta materiæ nunquam conjungant idem punctum ſpatii ne cum binis quidem punctis loci, dum quam plurima binaria punctorum materiæ conjungunt idem punctum temporis cum duobus punctis loci; nam utique coexiſtunt: ac propterea tempus quidem unicam dimenſionem habet diuturnitatis, ſpatium vero habet triplicem, in longum, latum, atque profundum.

LXXXVII. Quamobrem illud jam tuto inferri poteſt, hæc primigenia materiæ elementa, non ſolum eſſe ſimplicia, ac indiviſibilia, ſed etiam inextenſa. Et quidem hæc ipſa ſimplicitas, & inextenſio elementorum præſtabit commoda ſane plurima, quibus eadem adhuc magis fulcitur, ac comprobatur. Si enim prima elementa materiæ ſint quædam partes ſolidæ, ex partibus compoſitæ, vel etiam tantummodo extenſæ virtualiter, dum a vacuo ſpatio motu continuo pergitur per unam ejusmodi particulam, fit ſaltus quidam momentaneus a denſitate nulla, quæ habetur in vacuo, ad denſitatem ſummam, quæ habetur, ubi ea particula ſpatium occupat totum. Is vero ſaltus non habetur, ſi elementa ſimplicia ſint, & inextenſa, ac a ſe invicem diſtantia. Tum enim omne continuum eſt vacuum tantummodo, & in motu continuo per punctum ſimplex fit tranſitus a vacuo continuo ad vacuum continuum. Punctum illud materiæ occupat unicum ſpatii punctum, quod punctum ſpatii eſt indiviſibilis limes inter ſpatium præcedens, & conſequens. Per ipſum non immoratur mobile continuo motu delatum, nec ad ipſum tranſit ab ullo ipſi immediate proximo ſpatii puncto, cum punctum puncto proximum, uti ſupra diximus, nullum ſit, ſed a vacuo continuo ad vacuum continuum tranſitur per ipſum ſpatii punctum a materiæ puncto occupatum.

LXXXVIII Accedit, quod in ſententia ſolidorum, extenſorumque elementorum habetur illud, denſitatem corporis minui poſſe in infinitum, augeri autem non poſſe, niſi ad certum limitem, in quo incrementi lex neceſſario abrumpi debeat. Primum conſtat ex eo, quod eadem particula continua dividi poſſit in particulas minores

Digitized by Google

nores quotcunque, quæ idcirco per ſpatium utcunque magnum diffundi poteſt ita, ut nulla earum ſit, quæ aliquam aliam non habeat utcunque libuerit parum a ſe diſtantem. Atque eo pacto aucta mole, per quam eadem illa maſſa diffuſa ſit, atque id in ratione quacunque, minuetur utique denſitas in ratione itidem utcunque magna. Patet & alterum; ubi enim omnes particulæ ad contactum devenerint, denſitas ultra augeri non poterit. Quoniam autem determinata quædam erit utique ratio ſpatii vacui ad plenum, nonniſi in ea ratione augeri poterit denſitas, cujus augmentum, ubi ad contactum deventum fuerit, abrumpetur. At ſi elementa ſint puncta penitus indiviſibilia, & inextenſa, uti augeri eorum diſtantia poterit in infinitum, ita utique poterit etiam minui pariter in ratione quacunque, cum in ratione quacunque lineola quæcunque ſecari ſane poſſit; adeoque uti nullus eſt limes raritatis auctæ, ita etiam nullus erit auctæ denſitatis.

LXXXIX. Sed & illud commodum accidet, quod ita omne continuum coexiſtens eliminabitur e natura, in quo explicando usque adeo deſudarunt, & fere incaſſum, Philoſophi, nec idcirco diviſio ulla realis entis in infinitum produci poterit, nec hærebitur, ubi quæratur, an numerus partium actu diſtinctarum, & ſeparabilium, ſit finitus, an infinitus; ac alia ejusmodi ſane innumera, quæ in continui compoſitione usque adeo negotium faceſſunt Philoſophis, jam habebuntur. Si enim prima materiæ elementa ſint puncta penitus inextenſa, & indiviſibilia, a ſe invicem aliquo intervallo disjuncta, jam erit finitus punctorum numerus in quavis maſſa; nam diſtantiæ omnes finitæ erunt; infiniteſimas enim quantitates in ſe determinatas nullas eſſe, ſatis ego quidem, ut arbitror, luculenter demonſtravi & in diſſertatione de Natura, & uſu infinitorum, ac infinite parvorum, & in diſſertatione de Lege continuitatis, & alibi. Intervallum quodcunque finitum erit, & diviſibile utique in infinitum per interpoſitionem aliorum, atque aliorum punctorum, quæ tamen ſingula, ubi fuerint poſita, finita itidem erunt, & aliis pluribus, finitis tamen itidem, ubi extiterint, locum relinquent, ut infinitum ſit tantummodo in poſſibilibus, non autem in exiſtentibus, in quibus poſſibilibus ipſis omnem poſſibilium ſeriem idcirco ego appellare ſoleo conſtantem terminis finitis in infinitum, quod quæcunque, quæ exiſtant, finita eſſe debeant, ſed nullus ſit exiſtentium finitus numerus ita ingens, ut alii, & alii maiores, ſed itidem finiti, haberi non poſſint, atque id ſine ullo limite, qui nequeat

Digitized by Google

præteriri. Hoc autem pacto ſublato ex exiſtentibus omni actuali infinito innumeræ ſane difficultates auferentur.

XC. Cum igitur & poſitivo argumento, a Lege virium poſitive demonſtrata deſumpto, ſimplicitas, & inextenſio primorum materiæ elementorum deducatur, & tam multis aliis vel indiciis fulciatur, vel emolumentis inde derivtais confirmetur, ipſa itidem admitti jam debet, ac ſupererit quærendum illud tantummodo, utrum hæc elementa homogenea cenſeri debeant, & inter ſe prorſus ſimilia, ut ea initio aſſumpſimus, an vero heterogenea, ac diſſimilia.

XCI. Pro homogeneitate illud eſt quoddam veluti principium, quod in ſimplicitate, & inextenſione conveniant, ac etiam vires quasdam habeant utique omnes. Deinde curvam ipſam virium eandem eſſe omnino in omnibus illud indicat, vel etiam evincit, quod primum crus repulſivum impenetrabilitatem ſecum trahens, & poſtremum attractivum gravitatem definiens, omnino communia in omnibus ſint: nam corpora omnia æque impenetrabilia ſunt, & æque gravia pro quantitate materiæ ſuæ, uti ſatis evincit æqualis velocitas auri, & plumæ cadentis in Boyliano recipiente. Si reliquus curvæ arcus intermedius eſſet difformis in diverſis materiæ punctis, infinities probabilius eſſet, difformitatem extendi etiam ad crus primum, & ultimum, cum infinities pauciores ſint curvæ, quæ, cum in reliquis differant partibus, differant plurimum etiam in hisce extremis, quam quæ in hisce extremis tantummodo tam arcte conſentiant. Et hoc quidem argumento illud etiam colligitur, curvam virium in quavis directione a puncto eandem eſſe, cum & primum impenetrabilitatis, & poſtremum gravitatis crus pro omnibus directionibus ſit ad ſenſum idem. Cum primum in Diſſertatione de viribus vivis hanc Theoriam protuli, ſuſpicabar diverſitatem legis virium reſpondentis diverſis directionibus; ſed hoc argumento ad majorem ſimplicitatem, & uniformitatem deinde adductus ſum. Diverſitas autem legum virium pro diverſis particulis, & pro diverſis reſpectu ejusdem particulæ directionibus, habetur utique ex diverſo numero, & poſitione punctorum eam componentium, qua de re inferius aliquid.

XCII. Nec vero huic homogeneitati opponitur inductionis principium, quo ipſam Leibnitiani oppugnare ſolent, nec principium rationis ſufficientis, atque indiſcernibilium, quod ſuperius innui Num. 3. Infinitam Divini Conditoris mentem, ego quidem omnino arbitror, quod & tam multi Philoſophi cenſuerunt, ejusmodi per-

Digitized by Google

perſpicacitatem habere, atque intuitionem quandam, ut ipſam etiam, quam individuationem appellant, omnino ſimilium individuorum cognoſcat, atque illa inter ſe omnino diſcernat. Rationis autem ſufficientis principium falſum omnino eſſe cenſeo, ac ejusmodi, ut omnem veræ libertatis ideam omnino tollat, niſi pro ratione, ubi agitur de voluntatis determinatione, ipſum arbitrium, ipſa libera determinatio aſſumatur, quod niſi fiat in voluntate divina, quæcunque exiſtunt, neceſſario exiſtunt, & quæcunque non exiſtunt, ne poſſibilia quidem erunt, vera aliqua poſſibilitate, uti facile admodum demonſtratur; quod tamen ſi ſemel admittatur, mirum ſane, quam prona demum ad fatalem neceſſitatem patebit via. Quamobrem poteſt Divina voluntas determinari ex ſolo arbitrio ſuo ad creandum hoc individuum potius, quam illud ex omnibus omnino ſimilibus, & ad ponendum quodlibet ex iis potius eo loco, quo ponit, quam loco alterius. Sed de rationis ſufficientis principio hæc ipſa fuſius pertractavi tum in aliis locis pluribus, tum in Stayanis Supplementis, ubi etiam illud oſtendi, id principium nullum habere uſum poſſe in iis ipſis caſibus, in quibus adhibetur, & prædicari ſolet tantopere, atque id idcirco, quod nobis non innoteſcant rationes omnes, quas tamen oporteret utique omnes noſſe ad hoc, ut eo principio uti poſſimus, affirmando, nullam eſſe rationem ſufficientem pro hoc potius, quam pro illo alio: ſane in exemplo illo ipſo, quod adhiberi ſolet, Archimedis hoc principio æquilibrium determinantis, ibidem oſtendi, ex ignoratione cauſarum, ſive rationum, quæ poſtea detectæ ſunt, ipſum in ſuæ inveſtigationis progreſſu erraſſe plurimum, deducendo per abuſum ejus principii ſphæricam figuram marium, ac Telluris.

XCIII. Accedit & illud, quod illa puncta materiæ, licet eſſent prorſus ſimilia in ſimplicitate, & extenſione, ac menſura virium pendentium a diſtantia, poſſent alias habere proprietates Metaphyſicas diverſas inter ſe, nobis ignotas, quæ ipſa etiam apud ipſos Leibnitianos diſcriminarent.

XCIV. Quod autem attinet ad inductionem, quam Leibnitiani deſumunt a diſſimilitudine, quam obſervamus in rebus omnibus, cum nimirum nusquam ex. gr. in ampliſſima ſilva reperire ſit duo folia prorſus ſimilia, ea ſane me nihil movet; cum nimirum illud diſcrimen ſit proprietas relativa ad rationem aggregati, & noſtros ſenſus, quos ſingula materiæ elementa non afficiunt vi ſufficiente ad excitandam in animo ideam, niſi multa ſint ſimul, & in mo-

Digitized by Google

molem majorem excreſcant. Porro ſcimus utique combinationes ejusdem numeri terminorum in immenſum excreſcere, ſi ille ipſe numerus ſit aliquanto major. Solis 24 litterulis Alphabeti diverſimode combinatis formantur voces omnes, quibus huc usque uſa ſunt omnia idiomata, quæ extiterunt, & quibus omnia illa, quæ poſſunt exiſtere, uti poſſunt. Quid ſi numerus earum exiſteret tanto major, quanto major eſt numerus punctorum materiæ in quavis maſſa ſenſibili? Quod ibi diverſus eſt litterarum diverſarum ordo, id in punctis etiam prorſus homogeneis ſunt poſitiones, & diſtantiæ, quibus variatis variatur utique forma, & vis, qua ſenſus afficitur in aggregatis. Quanto major eſt numerus combinationum diverſarum poſſibilium in maſſis ſenſibilibus, quam earum maſſarum, quas poſſumus obſervare, & inter ſe conferre (qui quidem ob diſtantias & directiones in infinitum variabiles præſcindendo ab æquilibrio virium, eſt infinitus, cum ipſo æquilibrio eſt immenſus); tanto major eſt improbabilitas duarum maſſarum omnino ſimilium, quam omnium aliquantiſper ſaltem in ſe diſſimilium.

XCV. Et quidem accedit illud etiam, quod alicujus diſſimilitudinis in aggregatis phyſicam quoque rationem cernimus in iis etiam caſibus, in quibus maxime inter ſe ſimilia eſſe deberent. Cum enim mutuæ vires ad diſtantias quascunque pertineant, ſtatus uniuscujusque puncti pendebit ſaltem aliquantiſper a ſtatu omnium aliorum punctorum, quæ ſunt in Mundo. Porro utcunque puncta quædam ſint parum a ſe invicem remota, uti ſunt duo folia in eadem ſilva, & multo magis in eadem fronde; adhuc tamen non eandem prorſus relationem diſtantiæ, & virium habent ad reliqua omnia materiæ puncta, quæ ſunt in Mundo, cum non eundem prorſus locum obtineant; & inde jam in aggregato diſcrimen aliquod oriri debet, quod perfectam ſimilitudinem omnino impediat. Sed illud eam inducit magis, quod quæ maxime conferunt ad ejusmodi diſpoſitionem, neceſſario reſpectu diverſarum frondium diverſa non nihil eſſe debeant. Omiſſa ipſa earum forma in ſemine, ſolares radii, humoris ad nutritionem neceſſarii quantitas, diſtantia, a qua debet is progredi, ut ad locum ſuum deveniat, aura ipſa, & agitatio inde orta, non ſunt omnino ſimilia; ſed diverſitatem aliquam habent, ex qua diverſitas in maſſas inde efformatas redundat.

XCVI. Patet igitur, varietatem illam a numero pendere combinationum poſſibilium in numero punctorum neceſſario ad ſenſationem, & circumſtantiarum, quæ ad formationem maſſæ ſunt neceſſa-

Digitized by

ceſſariæ, adeoque ejusmodi inductionem extendi ad elementa non poſſe. Quin immo illa tanta ſimilitudo, quæ cum exigua diſſimilitudine commixta invenitur in tam multis corporibus, indicat potius ſimilitudinem ingentem in elementis. Nam ob tantum poſſibilium combinationum numerum, maſſæ elementorum etiam penitus homogeneorum debent a ſe invicem differre plurimum, adeoque ſi elementa heterogenea ſint, in immenſum majorem debent habere diſſimilitudinem, quam ipſa prima elementa, ex quibus idcirco nullæ maſſæ, ne tantillo quidem, ſimiles provenire deberent. Cum elementa multo minus diſſimilia eſſe debeant, quam aggregata elementorum, multo magis valere debet illa quæcunque ſimilitudo, quam in corporibus obſervamus, potiſſimum in tam multis, quæ ad eandem pertinent ſpeciem, quam ad illorum diſſimilitudinem tam exiguum illud diſcrimen, quod in aliis tam multis obſervatur. Rem autem penitus conficit illa tanta ſimilitudo, qua ſuperius uſi ſumus in primo crure exhibente impenetrabilitatem, & in poſtremo exhibente gravitatem generalem, quæ crura cum ob hasce proprietates corporibus omnibus adeo generales, adeo inter ſe in omnibus ſimilia ſint, etiam reliqui arcus curvæ exprimentis vires omnimodam ſimilitudinem indicant pro corporibus itidem omnibus.

XCVII. Supereſt, quod ad hanc rem pertinet, illud unum iterum hic monendum, quod initio hujus Diſſertationis innui, ipſam naturam, & ipſum analyſeos ordinem nos ducere ad ſimplicitatem & homogeneitatem elementorum, cum nimirum, quo analyſis promovetur magis, eo ad pauciora, & inter ſe minus diſcrepantia principia deveniatur, uti patet in reſolutionibus Chemicis. Quam quidem rem ipſum litterarum & vocum exemplum multo melius animo ſiſtet. Fieri utique poſſent nigricantes litteræ, non ductu atramenti continuo, ſed punctulis rotundis nigricantibus, & ita parum a ſe invicem remotis, ut intervalla non niſi ope microſcopii diſcerni poſſent, & quidem ipſæ litterarum formæ pro typis fieri poſſent ex ejusmodi rotundis ſibi proximis cuſpidibus conſtantes. Concipiatur ingens quædam Bibliotheca, cujus omnes libri conſtarent litteris impreſſis, ac ſit incredibilis in ea multitudo librorum conſcriptorum linguis variis, in quibus omnibus forma characterum ſit eadem. Si quis ſcripturæ hujusmodi & linguarum ignarus circa ejusmodi libros, quos omnes a ſe invicem diſcrepantes intueretur, obſervationem inſtitueret cum diligenti contemplatione, primo quidem inveniret vocum farraginem quandam, quæ in quibusdam li-

Digitized by Google

bris occurrerent ſæpe, cum in aliis nusquam apparerent, & inde lexica poſſet quædam componere totidem numero, quot idiomata ſunt, in quibus ſingulis omnes ejusdem idiomatis voces reperirentur, quæ quidem numero admodum pauca eſſent, diſcrimine illo ingenti tot, tam variorum librorum redacto ad illud usque adeo minus diſcrimen, quod contineretur lexicis illis, & haberetur in vocibus ipſa lexica conſtituentibus. At inquiſitione promota, facile adverteret, omnes illas tam varias voces conſtare ex 24 tantummodo diverſis litteris, diſcrimen aliquod inter ſe habentibus in ductu linearum, quibus formantur, quarum combinatio diverſa pareret omnes illas voces tam varias, ut earum combinatio libros efformaret usque adeo magis a ſe invicem diſcrepantes. Et ille quidem ſi aliud quodcunque ſine microſcopio examen inſtitueret, nullum aliud inveniret magis adhuc ſimile elementorum genus, ex quibus diverſa ratione combinatis orirentur ipſæ litteræ; at microſcopio arrepto, intueretur utique illam ipſam litterarum compoſitionem e punctis illis rotundis prorſus homogeneis, quorum ſola diverſa poſitio, ac diſtributio litteras exhiberet.

XCVIII. Hæc mihi quædam imago videtur eſſe eorum, quæ cernimus in Natura. Tam multi, tam varii illi libri corpora ſunt, & quæ ad diverſa pertinent regna, ſunt tanquam diverſis conſcripta linguis. Horum omnium Chemica analyſis principia quædam invenit minus inter ſe difformia, quam ſint libri, nimirum voces. Hæ tamen ipſæ inter ſe habent diſcrimen aliquod, ut tam multas oleorum, terrarum, ſalium ſpecies eruit Chemica analyſis e diverſis corporibus. Ulterior analyſis horum, veluti vocum, litteras minus adhuc inter ſe difformes inveniret, & ultima juxta Theoriam meam deveniret ad homogenea punctula, quæ ut illi circuli nigri litteras, ita ipſa diverſas diverſorum corporum particulas per ſolam diſpoſitionem diverſam efformarent: usque adeo analogia ex ipſa Naturæ conſideratione derivata non ad difformitatem, ſed ad conformitatem elementorum nos ducit.

XCIX. Atque hoc demum pacto ex principiis certis, & vulgo receptis, per legitimam conſectariorum ſeriem devenimus ad omnem illam, quam initio propoſui, Theoriam, nimirum ad legem virium mutuarum, & ad conſtitutionem primorum materiæ elementorum ex illa ipſa virium lege derivata. Videndum jam ſupereſt, quam uberes inde fructus per univerſam late Phyſicam colligantur, explicatis per eam unam præcipuis corporum proprietatibus, & naturæ

turæ phænomenis. Sed antequam id aggredior, præcipuas quasdam e difficultatibus, quæ contra Theoriam ipſam vel objectæ jam ſunt, vel in oculos etiam ſponte incurrunt, diſſolvam, uti promiſi.

C. Contra vires mutuas illud ſolent objicere, illas eſſe occultas quasdem qualitates, vel etiam actionem in diſtans inducere. Ad hæc ſatis jam reſponſum eſt ſupra N. 8 & 9. Illud unum hic addo, admodum manifeſtas eas eſſe, quarum idea admodum facile efformatur, quarum exiſtentia poſitivo argumento evincitur, quarum effectus multiplices continuo oculis obſervantur. Sunt autem ejusmodi hæ vires. Determinationis ad acceſſum, vel receſſum idea efformatur admodum facile. Conſtat omnibus, quid ſit accedere, quid recedere; conſtat, quid ſit eſſe indifferens, quid determinatum; adeoque & determinationis ad acceſſum, vel receſſum habetur idea admodum ſane diſtincta. Argumenta itidem poſitiva, quæ ipſius ejusmodi determinationis exiſtentiam probant, ſuperius prolata ſunt. Demum motus varii, qui ab ejusmodi viribus oriuntur, ut ubi corpus incurrit in aliud corpus, ubi partem ſolidi arreptam pars alia ſequitur, ubi vaporum, vel elaſtrorum particulæ ſe invicem repellunt, ubi gravia deſcendunt, hi motus, inquam, quotidie incurrunt in oculos. Patet itidem ſaltem in genere forma curvæ ejusmodi vires exprimentis. Hæc omnia non occultam, ſed patentem reddunt ejusmodi virium legem.

CI. Sunt quidem adhuc quædam, quæ ad eam pertinent, prorſus incognita, uti eſt numerus, & diſtantia interſectionum curvæ cum axe, forma arcuum intermediorum, atque alia ejusmodi, quæ quidem longe ſuperant humanum captum, & quæ Ille ſolus habuit omnia ſimul præ oculis, qui Mundum condidit; ſed id omnino nil officit. Nec ſane id ipſum in cauſa eſſe debet, ut non admittatur illud, cujus exiſtentiam novimus, & cujus proprietates plures, & effectus deprehendimus, licet alia multa nobis incognita eodem pertinentia ſuperſint. Sic aurum incognitam. occultamque ſubſtantiam nemo appellarit, & multo minus ejusdem exiſtentiam negabit idcirco, quod admodum probabile ſit, plures alios latere ipſius proprietates, olim forte detegendas, uti aliæ tam multæ ſubinde detectæ ſunt, & quia non patet oculis, qui ſit particularum ipſum componentium textus, quid, & qua ratione Natura ad ejus compoſitionem adhibeat. Quod autem pertinet ad actionem in diſtans, id abunde ibidem prævenimus, cum fieri poſſit, ut punctum quodvis in ſe ipſum agat, & ad actionis directionem, ac

Digitized by Google

energiam determinetur ab altero puncto, vel ut DEUS juxta liberam ſibi legem a ſe in Natura condenda ſtabilitam motum progignat in utroque puncto. Illud ſane mihi eſt evidens, nihilo magis occultam eſſe, vel explicatu, & captu difficilem producti onem motus per hasce vires pendentes a certis diſtantiis, quam ſit productio motus vulgo concepta per immediatum impulſum, ubi ad motum determinat impenetrabilitas, quæ itidem vel a corporum natura, vel a libera conditoris lege repeti debet.

CII. Et quidem hoc potius pacto, quam per impulſionem, in motuum cauſas, & leges inquirendum eſſe, illud etiam ſatis indicat, quod ubi huc usque, impulſione omiſſa, vires adhibitæ ſunt a diſtantiis pendentes, ibi ſane tantummodo accurate definita ſunt omnia, atque determinata, & ad calculum redacta cum phænomenis congruunt ultra, quam ſperare liceret, accuratiſſime. Ego quidem ejusmodi in explicando, ac determinando felicitatem nusquam alibi video in univerſa Phyſica, niſi in Aſtronomia Mechanica, quæ abjectis vorticibus, atque omni impulſione ſubmota, per gravitatem generalem abſolvit omnia, ac in Theoria luminis, & colorum, in quibus per vires in aliqua diſtantia agentes, & reflexionem, & refractionem, & diffractionem Newtonus expoſuit, ac priorum duarum potiſſimum leges omnes per calculum, & Geometriam determinavit, & ubi illa etiam, quæ ad diverſas vices facilioris transmiſſus, & facilioris reflexionis, quas Phyſici paſſim relinquunt fere intactas, ac alia multa admodum feliciter determinantur, explicanturque, quod & ego præſtiti in Diſſertatione de Lumine, & præſtabo hic in tertia parte; cum in ceteris Phyſicæ partibus plerumque explicationes habeantur ſubſidiariis quibusdam principiis innixæ, & vagæ admodum. Unde jam illud conjectare licet, ſi ab impulſione immediata penitus recedatur, & ſibi conſtans ubique adhibeatur in Natura agendi ratio a diſtantiis pendens, multo ſane facilius, & certius explicatum iri cetera; quod quidem mihi omnino ſucceſſit, ut patebit inferius, ubi Theoriam ipſam applicavero ad Naturam.

CIII. Solent & illud objicere, in hac potiſſimum Theoria virium committi ſaltum illum, ad quem evitandum ea inprimis admittitur: fieri enim tranſitum ab attractionibus ad repulſiones per ſaltum, ubi nimirum a minima ultima repulſione ad minimam primam attractionem tranſitur. At iſti continuitatis naturam, quam ſupra expoſuimus, nequaquam intelligunt. Saltus, cui evitando

Theo-

Theoria inducitur, in eo consistit, quod ab una magnitudine ad aliam eatur sine transitu per intermedias. Id quidem non accidit in casu exposito. Assumatur quæcunque vis repulsiva utcunque parva; tum quæcunque vis attractiva. Inter eas intercedunt omnes vires repulsivæ minores usque ad *zero*, in quo habetur determinatio ad conservandum præcedentem statum quietis, vel motus uniformis in directum; tum omnes vires attractivæ a *zero* usque ad eam determinatam vim, & nullus erit ex hisce omnibus intermediis statibus, quem aliquando non sint habitura puncta, quæ a repulsione abeunt ad attractionem. Id ipsum facile erit contemplari in Fig. 1, in qua a vi repulsiva *b t* ad attractionem *d h* itur utique continuo motu puncti *b* ad *d* transeundo per omnes intermedias, & per ipsum *zero* in E, sine ullo saltu, cum ordinata in eo motu habitura sit omnes magnitudines minores priore *b d* usque ad *zero* in E; tum omnes oppositas majores usque ad posteriorem *d h*. Qui in ea veluti imagine mentis oculos defigat, is omnem apparentem difficultatem videbit plane sibi penitus evanescere. Fig. 1.

CIV. Quod autem additur de postremo repulsionis gradu, & primo attractionis, nihil sane probaret, quando etiam essent aliqui ii gradus postremi, & primi; nam ab altero eorum transiretur ad alterum per intermedium illud *zero*, & in eo ipso, quod illi essent postremus, ac primus, nihil omitteretur intermedium, quæ tamen sola intermedii omissio continuitatis legem evertit, & saltum inducit. Sed nec habetur ullus gradus postremus, aut primus, sicut nulla ibi est ordinata postrema, aut prima, nulla lineola omnium minima. Data quacunque lineola utcunque exigua, aliæ illa breviores habentur minores, ac minores in infinitum sine ulla ultima, in quo ipso stat, uti supra etiam monuimus, continuitatis natura. Quamobrem qui primum, aut ultimum sibi confingit in lineola, in vi, in celeritatis gradu, in tempusculo, is naturam continuitatis ignorat, quam supra hic innui, & quam ego idcirco initio meæ Dissertationis de Lege continuitatis abunde exposui.

CV. Videri potest cuipiam saltem illud, ejusmodi legem virium, & curvam, quam in Fig. 1 protuli, esse nimium complicatam, compositam, & irregularem, quæ nimirum coalescat ex ingenti numero arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum, qui inter se nullo pacto cohæreant; rem eo redire, quo erat olim, cum apud Peripateticos pro singulis proprietatibus corporum singulæ qualitates distinctæ, & pro diversis speciebus diversæ formæ sub-

Digitized by Google

ſtantiales confingebantur ad arbitrium. Sunt autem, qui & illud addunt, repulſionem, & attractionem eſſe virium genera inter ſe diverſa; ſatius eſſe, alteram tantummodo adhibere, & repulſionem explicare tantummodo per attractionem minorem.

CVI. Inprimis quod ad hoc poſtremum pertinet, ſatis patet, per poſitivam meæ Theoriæ probationem immediate evinci repulſionem ita, ut a minore attractione repeti omnino non poſſit; nam duæ materiæ particulæ ſi etiam ſolæ in Mundo eſſent, & ad ſe invicem cum aliqua velocitatum inæqualitate accederent, deberent utique ante contactum ad æqualitatem devenire vi, quæ a nulla attractione pendere poſſet.

CVII. Deinde quod pertinet ad diverſas ſpecies attractionis & repulſionis, id quidem licet ita ſe haberet, nihil ſane obeſſet, cum poſitivo argumento evincatur & repulſio, & attractio, uti vidimus; at id ipſum eſt omnino falſum. Utraque vis ad eandem pertinet ſpeciem, cum altera reſpectu alterius negativa ſit, & negativa a poſitivis ſpecie non differant. Alteram negativam eſſe reſpectu alterius, patet inde, quod tantummodo differant in directione, quæ in altera eſt prorſus oppoſita directioni alterius; in altera enim habetur determinatio ad acceſſum, in altera ad receſſum, & uti receſſus, & acceſſus ſunt poſitivum, ac negativum; ita ſunt pariter & determinationes ad ipſos. Quod autem negativum, & poſitivum ad eandem pertineant ſpeciem, id ſane patet vel ex eo principio: *magis & minus non differunt ſpecie.* Nam a poſitivo per continuam ſubtractionem, nimirum diminutionem, habentur prius minora poſitiva, tum *zero*, ac demum negativa, continuando ſubtractionem eandem.

CVIII. Id facile patet exemplis ſolitis. Eat aliquis contra fluvii directionem verſus locum aliquem ſuperiori alveo proximum, & ſingulis minutis perficiat remis, vel vento 100 hexapedas, dum a curſu fluvii retroagitur per hexapedas 40; is habet acceſſum hexapedarum 60 ſingulis minutis. Creſcat autem continuo impetus fluvii ita, ut retroagatur per 50, tum per 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120 &c. Is accedet per 50, 40, 30, 20, 10, nihil; tum recedet per 10, 20, quæ erunt negativa priorum; nam erat prius 100 — 50, 100 — 60, 100 — 70, 100 — 80, 100 — 90, tum 100 — 100 = 0, 100 — 110 = — 10, 100 — 120 = — 20, & ita porro. Continua imminutione, ſive ſubtractione itum eſt a poſitivis

Digitized by Google

ſitivis in negativa, ab acceſſu ad receſſum, in quibus idcirco eadem ſpecies manſit, non duæ diverſæ.

CIX. Idem autem & algebraicis formulis, & geometricis lineis ſatis manifeſte oſtenditur. Sit formula $10 - x$ & pro x ponantur valores 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 &c.; valor formulæ exhibebit 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2 &c., quod eodem redit, quo erat ſuperius in acceſſu & receſſu, qui exprimerentur ſimul per formulam $10 - x$. Eadem illa formula per continuam mutationem valoris x migrat e valore poſitivo in negativum, qui æque ad eandem formulam pertinent. Eodem pacto in Geometria in Fig. 11, ſi duæ lineæ MN, OP referantur invicem per ordinatas AB, CD &c parallelas inter ſe, ſecent autem ſe in E, continuo motu ipſius ordinatæ a poſitivo abitur in negativum, mutata directione AB, CD, quæ hic habentur pro poſitivis, in FG, HI, poſt evaneſcentiam in E. Ad eandem lineam continuam OEP æque pertinet omnis ea ordinatarum ſeries, nec eſt altera linea, alter locus Geometricus OE, ubi ordinatæ ſunt poſitivæ, ac EP, ubi ſunt negativæ. Jam vero variabilis quantitatis cujusvis natura & lex plerumque per formulam aliquam analyticam, ſemper per ordinatas ad lineam aliquam exprimi poteſt; ſi enim ſingulis ejus ſtatibus ducatur perpendicularis reſpondens, vertices omnium ejusmodi perpendicularium erunt utique ad lineam quandam continuam. Si ea linea nusquam ad alteram abeat axis partem, ſi ea formula nullum valorem negativum habeat; illa etiam quantitas ſemper poſitiva manebit. Sed ſi mutet latus linea, vel formula valoris ſignum, ipſa illa quantitas debebit itidem ejusmodi mutationem habere. Ut autem a formulæ, vel lineæ exprimentis natura, & poſitione reſpectu axis mutatio pendet, ita mutatio eadem a natura quantitatis illius pendebit; & ut non duæ formulæ, nec duæ lineæ ſpeciei diverſæ ſunt, quæ poſitiva exhibent, & negativa; ita nec in ea quantitate duæ erunt naturæ, duæ ſpecies, quarum altera exhibeat poſitiva, altera negativa, ut altera progreſſus, altera regreſſus; altera acceſſus, altera receſſus; & hic altera attractiones, altera repulſiones exhibeat, ſed eadem erit, unica, & ad eandem pertinens quantitatis ſpeciem tota.

Fig. 11.

CX. Quin immo hic locum habet argumentum quoddam, quo uſus ſum in Diſſertatione de Lege Continuitatis, quo nimirum Theoria virium attractivarum, & repulſivarum pro diverſis diſtantiis, multo magis rationi conſentanea evincitur, quam Theo-

ria

Digitized by Google

ria virium tantummodo attractivarum, vel tantummodo repulsivarum. Fingamus nos ignorare penitus, quodnam virium genus in natura existat, an tantummodo attractivarum, vel repulsivarum tantummodo, an utrumque: hac sane ratiocinatione ad eam perquisitionem uti liceret. Erit utique aliqua linea continua, quæ per suas ordinatas ad axem exprimentem distantias, vires ipsas determinabit, & prout ipsa axem secuerit, vel non secuerit, vires erunt alibi attractivæ, alibi repulsivæ; vel ubique attractivæ tantum, aut repulsivæ tantum. Videndum igitur, an sit rationi consentaneum magis, lineam ejus naturæ, & positionis censere, ut axem alicubi secet, an ut non secet.

CXI. Inter rectas axem rectilineum unica parallela ducta per quodvis datum punctum non secat, omnes aliæ numero infinitæ secant alicubi. Curvarum nulla est, quam infinitæ numero rectæ secare non possint; & licet aliquæ curvæ ejus naturæ sint, ut eas aliquæ rectæ non secent; tamen & eas ipsas aliæ infinitæ numero rectæ secant; & infinitæ numero curvæ, quod Geometriæ sublimioris peritis est notissimum, sunt ejus naturæ, ut nulla prorsus sit recta linea, a qua possint non secari. Hujusmodi ex. gr. est Parabola illa, cujus ordinatæ sunt in ratione triplicata abscissarum. Quare infinitæ numero curvæ sunt, & infinitæ numero rectæ, quæ sectionem necessario habeant, pro quavis recta, quæ non habeat, & nulla est curva, quæ sectionem cum axe habere non possit. Ergo inter casus possibiles multo plures sunt ii, qui sectionem admittant, quam qui ea careant; adeoque seclusis rationibus aliis omnibus, & sola casuum probabilitate, & rei natura abstracte considerata, multo magis rationi consentaneum est, censere lineam illam, quæ vires exprimat, esse unam ex iis, quæ axem secant, quam ex iis, quæ non secant, adeoque & ejusmodi esse virium legem, ut attractiones, & repulsiones exhibeat simul pro diversis distantiis, quam ut alteras tantummodo referat; usque adeo rei natura considerata non solam attractionem, vel solam repulsionem, sed utramque nobis objicit simul.

CXII. Sed eodem argumento licet ulterius quoque progredi, & primum etiam difficultatis caput amovere, quod a sectionum, & idcirco etiam arcuum jam attractivorum, jam repulsivorum multiplicitate desumitur. Curvas lineas Geometræ in quasdam classes dividunt ope analyseos, quæ earum naturam exprimit per illas, quas Analystæ appellant, æquationes, & quæ ad varios gradus ascen-

Digitized by Google

aſcendunt. Æquationes primi gradus exprimunt rectas; æquationes ſecundi gradus curvas primi generis; æquationes tertii gradus curvas ſecundi generis, atque ita porro; & ſunt curvæ, quæ omnes gradus tranſcendunt finitæ algebræ, & quæ idcirco dicuntur tranſcendentes. . .Porro illud demonſtrant Geometræ in Analyſi ad Geometriam applicata, lineas, quæ exprimuntur per æquationem primi gradus, poſſe ſecari a recta in unico puncto; quæ æquationem habent gradus ſecundi, tertii, & ita porro, ſecari poſſe a recta in punctis duobus, tribus, & ita porro: unde fit, ut curva noni, vel nonageſimi noni generis ſecari poſſit a recta in punctis decem, vel centum.

CXIII. Jam vero curvæ primi generis ſunt tantummodo tres conicæ ſectiones, ellipſis, parabola, hyperbola, adnumerato ellipſibus etiam circulo, quæ quidem veteribus quoque Geometris innotuerunt. Curvas ſecundi generis enumeravit Newtonus omnium primus, & ſunt circiter octoginta; curvarum generis tertii nemo adhuc numerum exhibuit accuratum, & mirum ſane, quantus ſit is ipſe illarum numerus. Sed quo altius aſſurgit curvæ genus, eo plures in eo genere ſunt curvæ, progreſſione ita in immenſum creſcente, ut ubi aliquanto altius aſcenderit genus ipſum, numerus curvarum omnem ſuperet humanæ imaginationis vim. Idem nimirum ibi accidit, quod in combinationibus terminorum, de quibus ſupra mentionem fecimus, ubi diximus a 24 litterulis omnes exhiberi voces linguarum omnium, & quæ fuerunt aut ſunt, & quæ eſſe poſſunt.

CXIV. Inde jam pronum eſt argumentationem hujusmodi inſtituere. Numerus linearum, quæ axem ſecare poſſint in punctis quam plurimis, eſt in immenſum major earum numero, quæ non poſſint, niſi in paucis, vel unico: igitur ubi agitur de linea exprimente legem virium, ei, qui nihil aliunde ſciat, in immenſum probabilius erit, ejusmodi lineam eſſe ex priorum genere unam, quam ex genere poſteriorum, adeoque ipſam virium naturam plurimos requirere tranſitus ab attractionibus ad repulſiones, & vice verſa, quam paucos vel nullum.

CXV. Sed omiſſa iſta conjecturali argumentatione quadam, ſformam curvæ exprimentis vires poſitivo argumento a phænomenis naturæ deducto nos ſupra determinavimus cum plurimis interſectionibus, quæ tranſitus ejusmodi quam plurimos exhibeant. Nec ejusmodi curva debet eſſe e pluribus arcubus temere compaginata, & compacta: diximus enim, notum eſſe Geometris, infinita eſſe

Digitized by Google

curvarum genera, quæ ex ipſa natura ſua debeant axem in plurimis ſecare punctis, adeoque & circa ipſum ſinuari; ſed præter hanc generalem reſponſionem deſumptam a generali curvarum natura, in Diſſertatione de Lege Virium in Natura exiſtentium ego quidem directe demonſtravi, curvam illius ipſius formæ, cujusmodi ea eſt, quam in Fig. 1 exhibui, ſimplicem eſſe poſſe, non ex arcubus diverſarum curvarum compoſitam. Simplicem autem ejusmodi curvam affirmavi eſſe poſſe: eam enim ſimplicem appello, quæ tota eſt uniformis naturæ, quæ in Analyſi exponi poſſit per æquationem non reſolubilem in plures, e quarum multiplicatione eadem componatur, cujuscunque demum ea curva ſit generis, quotcunque habeat flexus, & contorſiones. Nobis quidem altiorum generum curvæ videntur minus ſimplices, quia nimirum noſtræ humanæ menti, uti pluribus oſtendi in Diſſertatione de Maris æſtu, & in Stayanis Supplementis, recta linea videtur omnium ſimpliciſſima, cujus congruentiam in ſuperpoſitione intuemur mentis oculis evidentiſſime, & ex qua una omnem nos homines noſtram derivamus Geometriam; ac idcirco quæ lineæ a recta recedunt magis, & discrepant, illas habemus pro compoſitis, & magis ab ea ſimplicitate, quam nobis confinximus, recedentibus. At vero lineæ continuæ, & uniformis naturæ omnes in ſe ipſis ſunt æque ſimplices; & aliud mentium genus, quod cujuspiam ex ipſis proprietatem aliquam æque evidenter intueretur, ac nos intuemur congruentiam rectarum, illas maxime ſimplices eſſe crederet curvas lineas, ex illa earum proprietate longe alterius Geometriæ ſibi elementa conficeret, & ad illam ceteras referret lineas, ut nos ad rectam referimus; quæ quidem mentes ſi aliquam exempli gratia parabolæ proprietatem intime perſpicerent, atque intuerentur, non illud quærerent, quod noſtri Geometræ quærunt, ut parabolam rectificarent, ſed, ſi ita loqui fas eſt, ut rectam *parabolarent*.

CXVI. Et quidem analyſeos ipſius profundiorem cogni ionem requirit ipſa inveſtigatio æquationis, qua poſſit exprimi curva ejus formæ, quæ meam exhibet virium legem. Quamobrem hic tantummodo exponam conditiones, quas ipſa curva habere debet, & quibus æquatio ibi inventa ſatis facere debeat. (c) Continetur autem

(c) *Qui velit ipſam rei determinationem videre, poterit hic in fine, ubi ſupplementorum* §. 1 *exhibebitur ſolutio problematis, quæ in memorata Diſſertatione continetur a Num.* 77 *ad* 110. *Sed & numerorum ordo, & figurarum mutabitur, ut cum reliquis hujusce operis cohæreat.*

Digitized by Google

autem id ipſum Num. 75, ubi habetur hujusmodi Problema: *Invenire naturam curvæ, cujus abſciſſis exprimentibus diſtantias, ordinatæ exprimant vires, mutatis diſtantiis utcunque mutatas, & in datis quotcunque limitibus tranſeuntes e repulſivis in attractivas, ac ex attractivis in repulſivas, in minimis autem diſtantiis repulſivas, & ita creſcentes, ut ſint pares extinguendæ cuicunque velocitati utcunque magnæ.* Propoſito problemate illud addo: *quoniam poſuimus* mutatis diſtantiis utcunque mutatas, *complectitur propoſitio etiam rationem, quæ ad rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum accedat, quantum libuerit, in quibusdam ſatis magnis diſtantiis.*

CXVII. His propoſitis Numero illo 75, ſequenti numero propono ſequentes ſex conditiones, quæ requirantur, & ſufficiant ad habendam curvam, quæ quæritur. *Primo: ut ſit regularis ac ſimplex, & non compoſita ex aggregato arcuum diverſarum curvarum. Secundo: ut ſecet axem* CAC Fig. 1 *tantum in punctis quibusdam datis ad binas diſtantias* AE, AE; AG, AG, *& ita porro æquales* (d) *hinc & inde. Tertio: ut ſingulis abſciſſis reſpondeant ſingulæ ordinatæ.* (e) *Quarto: ut ſumptis abſciſſis æqualibus hinc & inde ab* A, *reſpondeant ordinatæ æquales. Quinto: ut habeant rectam* AB *pro aſymptoto, aream aſymptoticam* BAED *exiſtente* (f) *infinitam. Sexto: ut arcus binis quibuscunque interſectionibus terminati, poſſint variari, ut libuerit, & ad quascunque diſtantias recedere ab axe* CAC, *ac accedere ad quoscunque quarumcunque curvarum arcus, quantum libuerit, eos ſecando, vel tangendo, vel oſculando ubicunque, & quomodocunque libuerit.*

CXVIII. Verum quod ad multiplicitatem virium pertinet, quas diverſis jam Phyſici nominibus appellant, illud hic etiam notari poteſt, ſi quis ſingulas ſeorſim conſiderare velit, licere illud etiam, hanc curvam in ſe unicam per reſolutionem virium cogitatione noſtra, atque fictione quadam, dividere in plures. Si ex. gr. quis velit conſiderare in materia gravitatem generalem accurate re-

(d) *Id, ut & quarta conditio, requiritur, ut curva utrinque ſit ſui ſimilis, quod ipſam magis uniformem reddit; quanquam de illo crure, quod eſt citra aſymptotum* AB, *nihil eſt, quod ſolliciti ſimus, cum ob vim repulſivam imminutis diſtantiis ita in infinitum excreſcentem, non poſſit abſciſſa diſtantiam exprimens unquam evadere zero, & abire in negativam.*

(e) *Nam ſingulis diſtantiis ſingulæ vires reſpondent.*

(f) *Id requiritur, quia in Mechanica demonſtratur, aream curvæ, cujus abſciſſæ exprimant diſtantias, & ordinatæ vires, exprimere incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis: quare ut illæ vires ſint pares extinguendæ velocitati cuivis utcunque magnæ, debet illa area eſſe omni finita major.*

Digitized by Google

ciprocam diſtantiarum quadratis, poterit ſane is deſcribere ex parte attractiva hyperbolam illam, quæ habeat accurate ordinatas in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, quæ quidem erit quædam velut continuatio cruris V S T, tum ſingulis ordinatis *ag*, *bd* curvæ virium expreſſæ in Fig. 1 adjungere ordinatas hujus novæ hyperbolæ ad partes A B incipiendo a punctis curvæ *g*, *h*, & eo pacto orietur nova quædam curva, quæ verſus partes V *p* coincidet ad ſenſum cum axe *o* C, in reliquis locis ab eo diſtabit, & contorquebitur etiam circa ipſum, ſi vertices F, K, O diſtiterint ab axe magis, quam diſtet ibidem hyperbola illa. Tum poterit dici, puncta omnia materiæ habere gravitatem decreſcentem accurate in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & ſimul habere vim aliam expreſſam ab illa nova curva: nam idem erit, concipere ſimul hasce binas leges virium, ac illam præcedentem unicam, & iidem effectus orientur. Fig. 1.

CXIX. Eodem pacto hæc nova curva poteſt dividi in alias duas, vel plures, concipiendo aliam quamcunque vim, ut ut accurate ſervantem quasdam determinatas leges, ſed ſimul mutando curvam jam genitam, translatis ejus punctis per intervalla æqualia ordinatis reſpondentibus novæ legi aſſumptæ. Hoc pacto habebuntur plures etiam vires diverſæ, quod aliquando, ut in reſolutione virium accidit, inſerviet ad faciliorem determinationem effectuum, & ea erit itidem vera virium reſolutio quædam; ſed id omne erit noſtræ mentis partus quidam; nam reipſa unica lex virium habebitur, quam in Fig. 1 expoſui, & quæ ex omnibus ejusmodi legibus componetur.

CXX. Quoniam autem hic mentio injecta eſt gravitatis decreſcentis accurate in ratone reciproca duplicata diſtantiarum, cavendum, ne cui difficultatem aliquam pariat illud, quod apud Phyſicos, & potiſſimum apud Aſtronomiæ mechanicæ cultores, haberur pro comperto, gravitatem decreſcere in ratione reciproca duplicata diſtantiarum accurate, cum in hac mea Theoria lex virium diſcedat plurimum ab ipſa ratione duplicata diſtantiarum. Inprimis in minoribus diſtantiis vis integra, quam in ſe mutuo exercent particulæ, omnino plurimum diſcrepat a gravitate, quæ ſit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum. Nam & vapores, qui tantam exercent vim ad ſe expandendos, repulſionem habent utique in illis minimis diſtantiis a ſe invicem, non attractionem; & ipſa attractio, quæ in cohæſione ſe prodit, eſt illa quidem in immenſum major, quam quæ

ex

Digitized by Google

ex generali gravitate conſequitur: cum ex ipſis Newtoni compertis attractio gravitati reſpondens in globos homogeneos diverſarum diametrorum ſit in eadem ratione, in qua ſunt globorum diametri, adeoque vis ejusmodi in exiguam particulam eſt minor gravitate corporum in terram, quo minor eſt diameter particulæ diametro totius terræ, adeoque penitus inſenſibilis. Et idcirco Newtonus aliam admiſit vim pro cohæſione, quæ decreſcat in ratione majore, quam ſit reciproca duplicata diſtantiarum; & multi ex Newtonianis admiſerunt vim reſpondentem huic formulæ $\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$, cujus prior pars reſpectu poſterioris ſit in immenſum minor, ubi x ſit in immenſum major unitate aſſumpta; ſit vero major, ubi x ſit in immenſum minor, ut idcirco in ſatis magnis diſtantiis evaneſcente ad ſenſum prima parte, vis remaneat quam proxime in ratione reciproca duplicata diſtantiarum x, in minimis vero diſtantiis ſit quam proxime in ratione triplicata: usque adeo ne apud Newtonianos quidem ſervatur omnino accurate ratio duplicata diſtantiarum.

CXXI. Demonſtravit quidem Newtonus, in ellipſibus Planetariis, eam, quam Aſtronomi lineam apſidum nominant, & eſt axis ellipſeos, habituram ingentem motum, ſi ratio virium a reciproca duplicata diſtantiarum aliquanto magis aberret, cumque ad ſenſum quieſcant in earum orbitis apſidum lineæ, intulit, eam rationem obſervari omnino in gravitate. At id nequaquam evincit, accurate ſervari illam legem, ſed ſolum proxime, neque inde ullum efficax argumentum contra meam Theoriam deduci poteſt. Nam inprimis nec omnino quieſcunt illæ apſidum lineæ, ſive, quod idem eſt, aphelia Planetarum, ſed motu exiguo quidem, at non inſenſibili prorſus, moventur etiam reſpectu fixarum, adeoque motu non tantummodo apparente, ſed vero. Tribuitur is motus perturbationi virium ortæ ex mutua Planetarum actione in ſe invicem; at illud utique huc usque nondum demonſtratum eſt, illum motum accurate reſpondere actionibus reliquorum Planetarum agentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; neque enim adhuc ſine contemptibus pluribus, & approximationibus a perfectione, & exactitudine admodum remotis ſolutum eſt problema, quod appellant, trium corporum, quo quæratur motus trium corporum in ſe mutuo agentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ac illæ ipſæ adhuc amodum imperfectæ ſolutiones, quæ prolatæ huc usque ſunt, inſerviunt tantummodo particularibus quibusdam caſibus, ut ubi unum corpus ſit maximum, & remoriſſimum, quem-

Digitized by Google

admodum ſol, reliqua duo admodum minora, & inter ſe proxima, ut eſt Luna, ac Terra, vel remota admodum a majore, & inter ſe, ut eſt Jupiter, & Saturnus. Hinc nemo hucusque accuratum inſtituit, aut etiam inſtituere potuit calculum pro actione perturbativa omnium Planetarum; quibus ſi accedat actio perturbativa Cometarum, qui nec quam multi ſint, nec quam longe abeant, ſciuntur, multo magis evidenter patebit, nullum inde confici poſſe argumentum pro accurata penitus ratione reciproca duplicata diſtantiarum.

CXXII. Clairautius quidem in ſchediaſmate ante aliquot annos impreſſo, crediderat ex ipſis motibus lineæ apſidum Lunæ colligi ſenſibilem receſſum a ratione reciproca duplicata diſtantiæ, & Eulerus in Diſſertatione de Aberrationibus Jovis & Saturni, quæ præmium retulit ab Academia Pariſienſi An. 1748, cenſuit, in ipſo Jove, & Saturno haberi receſſum admodum ſenſibilem ab illa ratione; ſed id quidem ex Calculi defectu non ſatis producti ſibi accidiſſe Clairautius ipſe agnovit, ac edidit; & Eulero quid ſimile accidiſſe conſtat, nec ullum habetur poſitivum argumentum pro ingenti receſſu Gravitatis Generalis a ratione duplicata diſtantiarum in diſtantia Lunæ, & multo magis in diſtantia Planetarum. Verum nec ullum habetur argumentum poſitivum pro ratione ita penitus accurata, ut diſcrimen ſenſum omnem prorſus effugiat. At & ſi id haberetur, nihil tamen pati poſſet inde Theoria mea, cum arcus ille meæ curvæ poſtremus VT poſſit accedere, quantum libuerit, ad arcum illius hyperbolæ, quæ legem gravitatis reciprocam quadratorum diſtantiæ, ipſam tangendo, vel oſculando in punctis quotcunque, & quibuscunque; adeoque ita poſſit accedere, ut diſcrimen in iis majoribus diſtantiis ſenſum omnem effugiat, & effectus nullum habeant ſenſibile diſcrimen ab effectu, qui reſponderet ipſi legi gravitatis, ſi accurate ſervaret proportionem cum quadratis diſtantiarum reciproce ſumptis.

CXXIII. Nec vero quidquam ipſi meæ virium Theoriæ obſunt Meditationes Maupertuiſii, ingenioſæ illæ quidem, ſed meo quidem judicio non ſatis conformes naturæ legibus circa legem virium decreſcentium in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, cujus ille perfectiones quasdam perſequitur, ut illam, quod in hac una integri globi habeant eandem virium legem, quam ſingulæ particulæ. Demonſtravit enim Newtonus, globos, quorum ſinguli paribus a centro diſtantiis homogenei ſint, & quorum particulæ mini-

Digitized by Google

minimæ ſe attrahant in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ſe itidem attrahere in eadem ratione diſtantiarum reciproca duplicata. Ob hasce perfectiones hujus Theoriæ virium ipſe cenſuit hanc legem reciprocam duplicatam diſtantiarum ab Authore Naturæ ſelectam fuiſſe, quam in natura eſſe vellet.

CXXIV. At mihi quidem inprimis nec unquam placuit, nec placebit ſane unquam in inveſtigatione Naturæ cauſarum finalium uſus, quas tantummodo ad meditationem quandam, contemplationemque, uſui eſſe poſſe arbitror, ubi leges Naturæ aliunde innotuerint. Nam nec perfectiones omnes innoteſcere nobis poſſunt, qui intimas rerum naturas nequaquam inſpicimus, ſed externas tantummodo proprietates quasdam agnoſcimus, nec fines omnes, quos Naturæ Author ſibi potuit proponere, ac propoſuit, dum Mundum conderet, videre, & noſſe omnino non poſſumus. Quin immo cum juxta ipſos Leibnitianos inprimis, aliosque omnes defenſores acerrimos principii rationis ſufficientis, & Mundi perfectiſſimi, qui inde conſequitur, multa quidem in ipſo Mundo ſunt mala, ſed Mundus ipſe idcirco eſt optimus, quod ratio boni ad malum in hoc, qui electus eſt, omnium eſt maxima; fieri utique poterit, ut in ea ipſius Mundi parte, quam hic, & nunc contemplamur, id, quod electum fuit, debuerit eſſe non illud bonum, in cujus gratiam tolerantur alia mala, ſed illud malum, quod in aliorum bonorum gratiam toleratur. Quamobrem ſi ratio reciproca duplicata diſtantiarum eſſet omnium perfectiſſima pro viribus mutuis particularum, non inde utique ſequeretur, eam pro Natura fuiſſe electam & conſtitutam.

CXXV. At nec revera perfectiſſima eſt, quin immo meo quidem judicio eſt omnino imperfecta, & tam ipſa, quam aliæ plurimæ leges, quæ requirunt attractionem imminutis diſtantiis creſcentem in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, ad abſurda deducunt plurima, vel ſaltem ad inextricabiles difficultates, quod ego quidem tum alibi etiam, tum inprimis demonſtravi in Diſſertatione de Lege Virium in Natura exiſtentium a Num. 59. (g) Accedit autem illud, quod illa, quæ videtur ipſi eſſe perfectio maxima, quod nimirum eandem ſequantur legem globi integri, quam particulæ minimæ, nulli fere uſui eſt in natura, ſi res accurate ad exactitudinem abſolutam exigatur, cum nulli in natura ſint accurate perfecti glo-

(g) *Quæ huc pertinent, & continentur novem numeris ejus Diſſertationis incipiendo a 59, habentur in fine ſuppiem. §. 2.*

Digitized by Google

globi paribus a centro distantiis homogenei, sic præter non exiguam inæqualitatem interioris textus, & irregularitatem, quam ego quidem in Tellure nostra demonstravi in Opere, quod de *Litteraria Expeditione per Pontificiam ditionem* inscripsi; in reliquis autem Planetis & Cometis suspicari possumus ex ipsa saltem analogia, præter scabritiem superficiei, quæ utique est aliqua, ipsa rotatione circa proprium axem induci in omnibus compressionem aliquam, quæ ut ut exigua, exactam globositatem impedit, adeoque illam assumptam perfectionem maximam corrumpit. Accedit autem & illud, quod Newtoniana determinatio rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum locum habet tantummodo in globis materia continua constantibus sine ullis vacuolis, qui in Natura non existunt, & multo minus a me admitti possunt, qui non vacuum tantummodo admitto disseminatum in materia, ut Philosophi jam sane passim, sed materiam in immenso vacuo innatantem, & punctula a se invicem remota, ex quibus, qui apparentes globi fiant, illam habere proprietatem non possunt rationis reciprocæ duplicatæ distantiarum, adeoque nec illius perfectionis creditæ maximæ perfectam, absolutamque applicationem.

CXXVI. Demum & illud non nullis difficultatem parit summam in hac Theoria Virium, quod censeant, phænomena omnia per impulsionem explicari debere, & immediatum contactum, quem ipsum credant evidenti sensuum testimonio evinci: hinc hujusmodi nostras vires *immechanicas* appellant, & eas, ut & Newtonianorum generalem gravitatem, vel idcirco rejiciunt, quod Mechanicæ non sint, & Mechanismum, quem Newtoniana Theoria labefactare cæperat, penitus evertant. Addunt autem etiam per jocum ex serio argumento petito a sensibus, baculo utendum esse ad persuadendum neganti contactum. Hic quidem, quod ad sensuum testimonium pertinet, exponam uberius infra, ubi de extensione agam, quæ eo in genere habeamus præjudicia, & unde; cum nimirum ipsis sensibus tribuamus id, quod nostræ ratiocinationis, atque illationis vitio est tribuendum. Satis erit hic monere illud, ubi corpus ad nostra organa tatis accedat, vim repulsivam, saltem illam ultimam, debere in organorum ipsorum fibris excitare motus illos ipsos, qui excitantur in communi sententia ab impenetrabilitate, & contactu, adeoque eundem tremorem ad cerebrum propagari, & eandem excitari debere in anima perceptionem, quæ in communi sententia excitaretur; quam ob rem ab iis sensationibus, quæ in hac ipsa

Theo-

Digitized by Google

Theoria Virium haberentur, nullum utique argumentum deſumi poteſt contra ipſam, quod ullam vim habeat utcunque tenuem.

CXXVII. Quod pertinet ad explicationem phænomenorum per impulſionem immediatam, monui ſane ſuperius, quanto felicius, ea prorſus omiſſa, Newtonus explicarit Aſtronomiam & Opticam; & patebit inferius, quanto felicius phænomena quæque præcipua ſine ulla immediata impulſione explicentur. Cum iis exemplis, tum aliis, commendatur abunde ea ratio explicandi phænomena, quæ adhibet vires agentes in aliqua diſtantia. Oſtendant iſti vel unicum exemplum, in quo poſitive probare poſſint, per immediatam impulſionem communicari motum in natura. Id ſane ii præſtabunt nunquam, cum oculorum teſtimonio ad excludendas diſtantias illas minimas, ad quas primum crus repulſivum pertinet, & contorſiones curvæ circa axem, quæ oculos neceſſario fugiunt, adhibere non poſſint; cum e contrario ego poſitivo argumento ſuperius excluſerim immediatum contactum omnem, & poſitive probaverim, ipſum, quem ii ubique volunt, haberi nusquam.

CXXVIII. De nominibus quidem non eſſet, cur ſolicitudinem haberem ullam; ſed ut & in iis dem aliquid præjudicio cuidam, quod ex communi loquendi uſu provenit, illud notandum duco, Mechanicam non utique ad ſolam impulſionem immediatam fuiſſe reſtrictam unquam ab iis, qui de ipſa tractarunt, ſed ad liberos inprimis adhibitam contemplandos motus, qui independenter ab omni impulſione habeantur. Quæ Archimedes de æquilibrio tradidit, quæ Galilæus de libero gravium deſcenſu, ac de projectis, quæ de centralibus in circulo viribus, & oſcillationis centro Hugenius, quæ Newtonus generaliter de motibus in trajectoriis quibuscunque, utique ad Mechanicam pertinent, & Wolfiana, & Euleriana, & aliorum Scriptorum Mechanica paſſim utique hujusmodi vires, & motus inde ortos contemplatur, qui fiant impulſione vel excluſa penitus, vel ſaltem mente ſecluſa. Ubicunque vires agant, quæ motum materiæ gignant, vel immutent, & leges expenduntur, ſecundum quas velocitas oriatur, mutetur motus, ac motus ipſi determinentur, id inprimis ad Mechanicam pertinet in admodum propria ſignificatione acceptam. Quamobrem ii maxime ea ipſa propria vocum ſignificatione abutuntur, qui impulſionem unicam ad Mechaniſmum pertinere arbitrantur, ad quem hæc virium genera pertinent multo magis, quæ idcirco appellari jure poſſunt vires Mechanicæ, & quidquid per illas fit, jure affirmari poteſt

Digitized by Google

eſt fieri per Mechaniſmum, nec vero incognitum & occultum, ſed uti ſupra demonſtravimus, admodum patentem, & manifeſtum.

CXXIX. Eodem etiam pacto in omnino propria ſignificatione uſurpare licebit vocem *contactus*, licet intervallum ſemper remaneat aliquod, quanquam ego ad æquivocationes evitandas ſoleo diſtinguere inter contactum *Mathematicum*, in quo diſtantia ſit prorſus nulla, & contactum *phyſicum*, in quo diſtantia ſenſus effugit omnes, & vis repulſiva ſatis magna ulteriorem acceſſum per noſtras vires inducendum impedit. Voces ab hominibus inſtitutæ ſunt ad ſignificandas res corporeas, & corporum proprietates, prout noſtris ſenſibus ſubſunt, iis, quæ continentur infra ipſos, nihil omnino curatis. Sic planum, ſic læve proprie dicitur id, in quo nihil, quod ſenſu percipi poſſit, ſinuetur, nihil promineat; quanquam in communi etiam ſententia nihil ſit in Natura Mathematice planum, vel læve. Eodem pacto & nomen contactus ab hominibus inſtitutum eſt, ad exprimendum phyſicum illum contactum tantummodo, ſine ulla cura contactus mathematici, de quo noſtri ſenſus ſententiam ferre non poſſunt. Atque hoc quidem pacto ſi adhibeantur voces in propria ſignificatione illa, quæ ipſarum inſtitutioni reſpondeat, ne a vocibus quidem ipſis huic Theoriæ virium invidiam creare poterunt ii, quibus ipſa non placet.

CXXX. Atque hæc de iis, quæ contra ipſam virium legem a me propoſitam vel objecta ſunt hactenus, vel objici poſſent, ſint ſatis, ne res in infinitum excreſcat. Nunc ad illa tranſibimus, quæ contra conſtitutionem elementorum materiæ inde deductam ſe menti offerunt, in quibus itidem, quæ maxime notatu digna ſunt, perſequar.

CXXXI. Inprimis quod pertinet ad hanc conſtitutionem elementorum materiæ, ſunt ſane multi, qui nullo pacto in animum ſibi poſſint inducere, ut admittant puncta prorſus indiviſibilia, & inextenſa, quod nullam ſe dicant habere poſſe eorum ideam. At id hominum genus præjudiciis quibusdam tribuit multo plus æquo. Ideas omnes, ſaltem eas, quæ ad materiam pertinent, per ſenſus hauſimus. Porro ſenſus noſtri nunquam potuerunt percipere ſingula elementa, quæ nimirum vires exerunt nimis tenues ad movendas fibras, & propagandum motum ad cerebrum: maſſis indiguerunt, ſive elementorum aggregatis, quæ ipſas impellerent collata vi. Hæc omnia aggregata conſtabant partibus, quarum partium extremæ ſumptæ hinc, & inde, debebant a ſe invicem diſtare per aliquod

Digitized by Google

quod intervallum, nec ita exiguum. Hinc factum eſt, ut nullam unquam per ſenſus acquirere potuerimus ideam pertinentem ad materiam, quæ ſimul & extenſionem, & partes, ac diviſibilitatem non involverit. Atque idcirco quotiescunque punctum nobis animo fiſtimus, niſi reflexione utamur, habemus ideam globuli cujusdam perquam exigui, ſed tamen globuli rotundi, habentis binas ſuperficies oppoſitas diſtinctas.

CXXXII. Quamobrem ad concipiendum punctum indiviſibile, & inextenſum, non debemus conſulere ideas, quas immediate per ſenſus hauſimus, ſed eam nobis debemus efformare per reflexionem. Reflexione adhibita non ita difficulter efformabimus nobis ideam ejusmodi. Nam inprimis ubi & extenſionem, & partium compoſitionem conceperimus, ſi utramque negemus, jam inextenſi, & indiviſibilis ideam quamdam nobis comparabimus per negationem illam ipſam eorum, quorum habemus ideam; uti foraminis ideam habemus utique negando exiſtentiam illius materiæ, quæ deeſt in loco foraminis.

CXXXIII. Verum & poſitivam quandam indiviſibilis, & inextenſi puncti ideam poterimus comparare nobis ope Geometriæ, & ope illius ipſius ideæ extenſi continui, quam per ſenſus hauſimus, & quam inferius oſtendemus, fallacem eſſe, ac fontem ipſum fallaciæ ejusmodi aperiemus, quæ tamen ipſa ad indiviſibilium, & inextenſorum ideam nos ducet admodum claram. Concipiamus planum quoddam prorſus continuum, ut menſam, longum ex. gr. pedes duos; atque id ipſum planum concipiamus ſecari transverſum ſecundum longitudinem ita, ut tamen iterum poſt ſectionem conjungantur partes, & ſe contingant. Sectio illa erit utique limes inter partem dexteram, & ſiniſtram, longus quidem pedes duos, quanta erat plani longitudo, at latitudinis omnino expers: nam ab altera parte immediate motu continuo tranſitur ad alteram, quæ, ſi illa ſectio craſſitudinem haberet aliquam, non eſſet priori contigua. Illa ſectio eſt limes ſecundum craſſitudinem inextenſus, & indiviſibilis, cui ſi occurrat altera ſectio transverſa eodem pacto indiviſibilis, & inextenſa, oportebit utique, interſectio utriusque in ſuperficie plani concepti nullam omnino habeat extenſionem in partem quamcunque. Id erit punctum penitus indiviſibile, & inextenſum, quod quidem punctum, translato plano, movebitur, & motu ſuo lineam deſcribet, longam quidem, ſed latitudinis expertem.

Digitized by Google

CXXXIV. Quo autem melius ipſius indiviſibilis natura concipi poſſit, quærat a nobis quispiam, ut aliam faciamus ejus planæ maſſæ ſectionem, quæ priori ita ſit proxima, ut nihil prorſus inter utramque interſit. Reſpondebimus ſane, id fieri non poſſe: vel enim inter novam ſectionem & veterem intercedet aliquid ejus materiæ, ex qua planum continuum conſtare concipimus, vel nova ſectio congruet penitus cum præcedente. En quomodo ideam acquiremus etiam ejus naturæ indiviſibilis illius, & inextenſi, ut aliud indiviſibile, & inextenſum ipſi proximum eſſe ſine medio intervallo non admittat, ſed vel cum eo congruat, vel aliquod intervallum relinquat inter ſe & ipſum. Atque hinc patebit etiam illud, non poſſe promoveri planum ipſum ita, ut illa ſectio promoveatur tantummodo per ſpatium latitudinis ſibi æqualis. Utcunque exiguus fuerit motus, jam ille novus ſectionis locus diſtabit a præcedente per aliquod intervallum, cum ſectio ſectioni contigua eſſe non poſſit.

CXXXV. Hæc ſi ad concurſum ſectionum transferamus, habebimus utique non ſolum ideam puncti indiviſibilis, & inextenſi, ſed ejusmodi naturæ puncti ipſius, ut aliud punctum ſibi contiguum habere non poſſit, ſed vel congruant, vel aliquo a ſe invicem intervallo diſtent. Et hoc pacto ſibi & Geometræ ideam ſui puncti indiviſibilis & inextenſi, facile efformare poſſunt, quam quidem etiam efformant ſibi ita, ut prima Euclidis definitio jam inde incipiat: *punctum eſt, cujus nulla pars eſt.* Poſt hujusmodi ideam acquiſitam illud unum intererit inter Geometricum punctum, & punctum phyſicum materiæ, quod hoc ſecundum habebit proprietates reales vis inertiæ, & virium illarum activarum, quæ cogent duo puncta ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, unde fiet, ut ubi ſatis acceſſerint ad organa noſtrorum ſenſuum, poſſint in iis excitare motus, qui propagati ad crebrum, perceptiones ibi eliciant in anima, quo pacto ſenſibilia erunt, adeoque materialia & realia, non pure imaginaria.

CXXXVI. En igitur per reflexionem acquiſitam ideam punctorum realium, materialium, indiviſibilium, inextenſorum, quam inter ideas ab infantia acquiſitas per ſenſus in caſſum quærimus. Idea ejusmodi non evincit eorum exiſtentiam, quam nobis exhibent poſitiva argumenta ſuperius facta, quod nimirum, ne admittatur in colliſione corporum ſaltus, quem & inductio & impoſſibilitas binarum velocitatum diverſarum habendarum omnino ipſo momento, quo ſaltus fieret, excludunt, oportet admittere in materia

ria vires, quæ repulſivæ ſint in minimis diſtantiis, & iis in infinitum imminutis augeantur in infinitum; unde fit, ut duæ particulæ materiæ ſibi invicem contiguæ eſſe non poſſint: nam illico vi illa repulſiva reſilient a ſe mutuo, ac particula iis conſtans diſrumpetur, adeoque prima materiæ elementa non conſtant contiguis partibus, ſed indiviſibilia ſunt prorſus, atque ſimplicia, & vero etiam ob inductionem ſeparabilitatis, ac diſtinctionis eorum, quæ occupant ſpatii diviſibilis partes diverſas, etiam penitus inextenſa. Illa idea acquiſita per reflexionem illud præſtat tantummodo, ut diſtincte concipiamus id, quod ejusmodi rationes oſtendunt exiſtere in Natura, & quod ſine reflexione, & ope illius ſupellectilis tantummodo, quam per ſenſus nobis comparavimus ab ipſa infantia, concipere omnino non liceret.

CXXXVII. Ceterum ſimplicium, & inextenſorum notionem non ego primus in Phyſicam induco. Eorum ideam habuerunt veteres poſt Zenonem, & Leibnitiani monades ſuas & ſimplices utique volunt, & inextenſas: ego cum ipſorum punctorum contiguitatem auferam, & diſtantias velim inter duo quælibet materiæ puncta, maximum evito ſcopulum, in quem utrinque incurrunt, dum ex ejusmodi indiviſibilibus & inextenſis continuum extenſum componunt. Atque ibi quidem in eo videntur mihi peccare utrique, quod cum ſimplicitate, & inextenſione, quam iis elementis tribuunt, commiſcent ideam illam imperfectam, quam ſibi compararunt per ſenſus, globuli cujusdam rotundi, qui binas habeat ſuperficies a ſe diſtinctas. Neque enim aliter poſſent ejusmodi ſimplicibus inextenſis implere ſpatium, niſi concipiendo unum elementum in medio duorum ab altero contactum ad dexteram, ab altero ad lævam, quin ea extrema ſe contingant, in quo præter contiguitatem indiviſibilium, & inextenſorum impoſſibilem, uti ſupra demonſtravimus, quam tamen coguntur admittere, ſi rem altius perpenderint, videbunt ſane, ſe ibi illam ipſam globuli inter duos globulos interjacentis ideam admiſcere.

CXXXVIII. Nec ad indiviſibilitatem, & inextenſionem elementorum conjungendas cum continua extenſione maſſarum ab iis compoſitarum proſunt ea, quæ non nulli ex Leibnitianorum familia proferunt, de quibus egi in una adnotatiuncula adjecta Num. 13 Diſſertationis de Materiæ Diviſibilitate & principiis corporum, ex qua, quæ eo pertinent, huc libet transferre. Sic autem habet: *Qui dicunt, monades non compenetrari, quia natura ſua impenetrabi-*

Digitized by Google

les ſunt, ii difficultatem nequaquam amovent; nam ſi & natura ſua impenetrabiles ſunt, & continuum debent componere, adeoque contiguæ eſſe, compenetrabuntur ſimul, & non compenetrabuntur, quod ad abſurdum deducit, & ejusmodi entium impoſſibilitatem evincit. Ex omnimodæ inextenſionis, & contiguitatis notione evincitur, compenetrari debere argumento contra Zenoniſtas inſtituto per tot ſæcula, & cui nunquam ſatis reſponſum eſt. Ex natura, quæ in iis ſupponitur, ipſa compenetratio excluditur, adeoque habetur contradictio, & abſurdum.

CXXXIX. Sunt alii, quibus videri poterit, contra hæc ipſa puncta indiviſibilia, & inextenſa adhiberi poſſe inductionis principium, a quo continuitatis legem, & alias proprietates derivavimus ſupra, quæ nos ad hæc indiviſibia, & inextenſa puncta deduxerunt. Videmus enim in materia omni, quæ ſe uspiam noſtris objiciat ſenſibus, extenſionem, diviſibilitatem, partes; quamobrem hanc ipſam proprietatem debemus transferre ad elementa etiam per inductionis principium. Ita ii, at hanc difficultatem jam ſuperius præoccupavimus, ubi egimus de inductionis principio. Pendet ea proprietas a ratione ſenſibilis, & aggregati, cum nimirum ſub ſenſus noſtros ne compoſita quidem, quorum moles nimis exigua ſit, cadere poſſint. Hinc diviſibilitatis, & extenſionis proprietas ejusmodi eſt, ut ejus defectus, ſi habeatur alicubi is caſus, ex ipſa earum natura & ſenſuum noſtrorum conſtitutione, non poſſit cadere ſub ſenſus ipſos, atque idcirco ad ejusmodi proprietates argumentum deſumptum ab inductione nequaquam pertingit, ut nec ad ſenſibilitatem extenditur.

CXL. Sed etiam ſi extenderetur, eſſet adhuc noſtræ Theoriæ cauſa multo melior in eo, quod circa extenſionem, & compoſitionem partium negativa ſit. Nam eo ipſo, quod continuitate admiſſa, continuitas elementorum legitima ratiocinatione excludatur, excludi omnino debet abſolute; ubi quidem illud accidit, quod a Metaphyſicis, & Geometris nonnullis animadverſum eſt jam diu, licere aliquando demonſtrare propoſitionem ex aſſumpta veritate contradictoriæ propoſitionis; cum enim ambæ ſimul veræ eſſe non poſſint, ſi ab altera inferatur altera, hanc poſteriorem veram eſſe neceſſe eſt. Sic nimirum, quoniam a continuitate generaliter aſſumpta defectus continuitatis conſequitur in materiæ elementis, & in extenſione, defectum hunc haberi vel inde eruitur: nec oberit quidquam principium inductionis phyſicæ, quod utique non eſt demonſtrativum, nec vim habet, niſi ubi aliunde non demonſtraretur,

Digitized by Google

retur, casum illum, quem inde colligere possumus, improbabilem esse tantummodo, adhuc tamen haberi, uti aliquando sunt & falsa veris probabiliora.

CLXI. Atque hic quidem, ubi de continuitate seipsam excludente mentio injecta est, notandum & illud, continuitatis legem a me admitti & probari pro quantitatibus, quæ magnitudinem mutent, quas nimirum ab una magnitudine ad aliam censeo abire non posse, nisi transeant per intermedias, quod elementorum materiæ, quæ magnitudinem nec mutant, nec ullam habent variabilem, continuitatem non inducit, sed argumento superius facto penitus submovet. Quin etiam ego quidem continuum nullum agnosco coexistens, uti & supra monui; nam nec spatium reale mihi est ullum continuum, sed imaginarium tantummodo, de quo, uti & de tempore, quid in hac mea Theoria sentiam, satis luculenter exposui in Supplementis ad librum I Stayanæ Philosophiæ (h). Censeo nimirum quodvis materiæ punctum, habere binos reales existendi modos, alterum localem, alterum temporarium, qui num appellari debeant res, an tantummodo modi rei, ejusmodi litem, quam arbitror esse tantum de nomine, nihil omnino curo. Illos modos debere admitti, ibi ego quidem positive demonstro: eos natura sua immobiles esse, censeo ita, ut idcirco ejusmodi existendi modi per se inducant relationes prioris, & posterioris in tempore, ulterioris vel citerioris in loco, ac distantiæ cujusdam determinatæ, & in spatio determinatæ positionis etiam, qui modi, vel eorum alter, necessario mutari debeant, si distantia, vel etiam in spatio sola mutetur positio. Pro quovis autem modo pertinente ad quodvis punctum, penes omnes infinitos modos possibiles pertinentes ad quodvis aliud, mihi est unus, qui cum eo inducat in tempore relationem coexistentiæ ita, ut existentiam habere uterque non possit, quin simul habeant, & coexistant; in spatio vero, si existunt simul, inducant relationem compenetrationis, reliquis omnibus inducentibus relationem distantiæ temporariæ, vel localis, ut & positionis cujusdam localis determinatæ. Quoniam autem puncta materiæ existentia habent semper aliquam a se invicem distantiam, & numero finita sunt, finitus est semper etiam localium modorum coexistentium numerus, nec ullum reale continuum efformat. Spatium vero imaginarium est mihi possibilitas omnium mo-

(h) *Binas Dissertatiuncalas, quæ nimirum ad hanc Theoriam meam maxime pertinent; inde excerptas adjiciam itidem ad calcem hujusce operis, Supplementorum* §. 3. & 4.

Digitized by Google

diſpoſita, ut apparens quædam ibi etiam continuitas habeatur, ac in ipſa diſtributione, a qua denſitas pendet, ingentes repentini ſaltus non fiant.

CXLIII. Innumera ejus rei exempla liceret proferre, in quibus eodem pacto res pergit. Sic in fluviorum alveis, in frondium flexibus, in ipſis ſalium, & cryſtallorum, ac aliorum corporum angulis, in ipſis cuſpidibus unguium, quæ accuratiſſimæ in quibusdam animalibus apparent nudo oculo, ſi microſcopio adhibito inſpiciantur, nusquam cuſpis abrupta prorſus, nusquam omnino cuſpidatus apparet angulus, ſed ubique flexus quidam, qui curvaturam habeat aliquam, & ad continuitatem videatur accedere. In omnibus tamen iis caſibus vera continuitas in mea Theoria habetur nusquam; cum omnia ejusmodi corpora conſtent indiviſibilibus, & a ſe diſtantibus punctis, quæ continuam ſuperficiem non efformant, & in quibus, ſi quævis tria puncta per rectas lineas conjuncta intelligantur, triangulum habebitur utique cum angulis cuſpidatis. Sed a motuum, & virium continuitate accurata etiam ejusmodi proximam continuitatem maſſarum oriri cenſeo, & a caſuum poſſibilium multitudine inter ſe collata, quod ipſum innuiſſe ſit ſatis.

CXLIV. Atque hinc patebit, quid reſpondendum ad caſus quosdam, qui eo pertinent, & in quibus violari quis crederet continuitatis legem. Quando plano aliquo ſpeculo lux excipitur, pars refringitur, pars reflectitur: in reflexione, & refractione, uti eam olim creditum eſt fieri, & etiamnum a non nullis creditur, per impulſionem nimirum, & incurſum immediatum, fieret violatio quædam continui motus mutata linea recta in aliam; ſed jam hoc Newtonus advertit, & ejusmodi ſaltum abſtulit, explicando ea phænomena per vires in aliqua diſtantia agentes, quibus fit, ut quævis particula luminis motum incurvet paullatim in acceſſu ad ſuperficiem reflectentem vel refringentem; unde acceſſuum, & receſſuum lex, velocitas, directionum flexus, omnia juxta continuitatis legem mutantur. Quin in mea Theoria non in aliqua vicinia tantum incipit flexus ille, ſed quodvis materiæ punctum a Mundi initio unicam quandam continuam deſcripſit orbitam, pendentem a continua illa virium lege, quam exprimit Fig 1, quæ ad diſtantias quascunque protenditur; quam quidem lineæ continuitatem nec liberæ turbant animarum vires, quæ itidem non niſi juxta continuitatis legem exerceri a nobis poſſunt; unde fit, ut quemadmodum

Digitized by Google

omnem accuratam quietem, ita omnem accurate rectilineum motum, omnem accurate circularem, ellipticum, Parabolicum excludam, quod tamen aliis quoque ſententiis omnibus commune eſſe debet, cum admodum facile ſit demonſtrare, ubique eſſe perturbationem quandam, & mutationum cauſas, quæ non permittant ejusmodi linearum nobis ita ſimplicium accuratas orbitas in motibus,

CXLV. Et in eo quidem, ut alibi ubique, natura in mea Theoria accuratiſſimam continuitatem obſervat, ita & ibi in reflexionibus, ac refractionibus luminis. At eſt aliud ea in re, in quo continuitatis violatio quædam haberi videatur, quam qui rem altius perpendat, credet primo quidem ſervari itidem accurate a Natura, tum ulterius progreſſus, inveniet affectari tantummodo, non ſervari. Id autem eſt ipſa luminis diffuſio, atque denſitas. Videtur prima fronte diſcindi radius in duos, qui hiatu quodam intermedio a ſe invicem divellantur velut per ſaltum, alia parte reflexa, alia refracta, ſine ullo intermedio flexu cujuspiam. Alius itidem videtur admitti ibidem ſaltus quidam: ſi enim radius integer excipiatur priſmate, ita, ut una pars reflectatur, alia transmittatur, & prodeat etiam e ſecunda ſuperficie, tum ipſum priſma ſenſim convertatur; ubi ad certum devenitur in converſione angulum, lux, quæ datam habet refrangibilitatem, jam non egreditur, ſed reflectitur in totum; ubi itidem videtur fieri tranſitus a prioribus angulis cum ſuperficie ſemper minoribus, ſed jacentibus ultra ipſam, ad angulum reflexionis æqualem angulo incidentiæ, & jacentem citra, ſine ulla reflexione in angulis intermediis minoribus ab ipſa ſuperficie ad ejusmodi finitum angulum.

CXLVI. Huic cuidam velut læſioni continuitatis videtur reſponderi poſſe per illam lucem, quæ reflectitur, vel refringitur irregulariter in quibusvis angulis. Jam olim enim obſervatum eſt illud, ubi lucis radius reflectitur, non reflecti totum ita, ut angulus reflexionis æquetur angulo incidentiæ, ſed partem diſpergi quaquaverſus; quam ob cauſam ſi ſolis radius in partem quandam ſpeculi incurrat, quicunque eſt in conclavi, videt, qui ſit ille locus, in quem incurrit radius, quod utique non fieret, niſi e ſolaribus illis directis radiis etiam ad oculum ipſius radii devenirent, egreſſi in omnibus iis directionibus, quæ ad omnes oculi poſitiones tendunt; licet ibi quidem ſatis intenſum lumen non appareat, niſi in directione faciente angulum reflexionis æqualem incidentiæ, in qua reſilit maxima luminis pars. Et quidem hisce radiis redeuntibus in angulis hisce inæqualibus egregie utitur Newtonus in fine Opticæ

ad

Digitized by Google

ad explicandos colores laminarum craſſarum: & eadem irregularis diſperſio in omnes plagas ad ſenſum habetur in tenui parte, ſed tamen in aliqua, radii refracti. Hinc inter vividum illum reflexum radium, & refractum, habetur intermedia omnis ejusmodi radiorum ſeries in omnibus iis intermediis angulis prodeuntium, & ſic etiam ubi tranſitur a refractione ad reflexionem in totum, videtur per hosce intermedios angulos res poſſe fieri citiſſimo tranſitu per ipſos, atque idcirco illæſa perſeverare continuitas.

CXLVII. Verum ſi adhuc altius perpendatur res, patebit in illa intermedia ſerie non haberi accuratam continuitatem, ſed apparentem quandam, quam natura affectat, non accurate ſervat illæſam. Nam lumen in mea Theoria non eſt corpus quoddam continuum, quod diffudatur continuo per illud omne ſpatium, ſed eſt aggregatum punctorum a ſe invicem disjunctorum, atque diſtantium, quorum quodlibet ſuam percurrit viam disjunctam a proximi via per aliquod intervallum. Continuitas ſervatur accuratiſſime in ſingulorum punctorum viis, non in diffuſione ſubſtantiæ non compoſitæ, & quo pacto ea in omnibus iis motibus ſervetur, & mutetur mutata inclinatione incidentiæ via a ſingulis punctis deſcripta ſine ſaltu, ſatis luculenter expoſui in ſecunda parte meæ Diſſertationis de Lumine a Num. 97. Sed hæc ad applicationem jam pertinent Theoriæ ad Phyſicam.

CXLVIII. Haud multum abſimiles ſunt alii quidam caſus, in quibus ſingula continuitatem obſervant, non aggregatum utique non continuum, ſed partibus disjunctis conſtans Hujusmodi eſt ex. gr. altitudo cujusdam domus, quæ ædificatur de novo, cui cum ſeries nova adjungitur lapidum determinatæ cujusdam altitudinis, per illam additionem repente videtur creſcere altitudo domus, ſine tranſitu per altitudines intermedias: & ſi dicatur id non eſſe naturæ opus, ſed artis, poteſt difficultas transferri facile ad naturæ opera, ut ubi diverſa inducuntur glaciei ſtrata, vel in aliis incruſtationibus, ac in iis omnibus caſibus, in quibus incrementum fit per externam applicationem partium, ubi acceſſiones finitæ videntur acquiri ſimul totæ ſine tranſitu per intermedias magnitudines. In iis caſibus continuitas ſervatur in motu ſingularum partium, quæ accedunt. Illæ per lineam quandam continuam, & continua velocitatis mutatione accedunt ad locum ſibi debitum, quin immo etiam poſteaquam eo advenerunt, pergunt adhuc moveri, & nunquam habent quietem nec abſolutam, nec reſpectivam reſpectu aliarum par-

Digitized by Google

tium, licet jam in reſpectiva poſitione ſenſibilem mutationem non ſubeant: parent nimirum adhuc viribus omnibus, quæ reſpondent omnibus materiæ punctis utcunque diſtantibus, & actio proximarum partium, quæ novam adhæſionem parit, eſt continuatio actionis, quam multo minorem exercebant, cum eſſent procul. Hoc autem, quod pertineant ad illam domum, vel maſſam, eſt aliquid non in ſe determinatum, quod momento quodam determinato fiat, in quo ſaltus habeatur, ſed ab æſtimatione quadam pendet noſtrorum ſenſuum ſatis craſſa, ut licet perpetuo accedant illæ partes, & pergant perpetuo mutare poſitionem reſpectu ipſius maſſæ, tum incipiant cenſeri ut pertinentes ad illam domum, vel maſſam, cum deſinit reſpectiva mutatio eſſe ſenſibilis, quæ ſenſibilitatis ceſſatio fit ipſa etiam quodammodo per gradus omnes, & continuo aliquo tempore, non vero per ſaltum.

CXLIX. Hinc diſtinctius ibi licebit difficultatem omnem amovere dicendo, non ſervari mutationem continuam in magnitudinibus earum rerum, quæ continuæ non ſunt, & magnitudinem non habent continuam, ſed ſunt aggregata rerum disjunctarum; vel in iis rebus, quæ a nobis ita cenſentur aliquod totum conſtituere, ut magnitudinem aggregati non determinent diſtantiæ inter eadem extrema, ſed a nobis extrema ipſa aſſumuntur jam alia, jam alia, quæ cenſeantur incipere ad aggregatum pertinere, ubi ad quasdam diſtantias devenerint, quas ut ut in ſe juxta legem continuitatis mutatas, nos a reliquis divellimus per ſaltum, ut dicamus pertinere eas partes ad id aggregatum. Id accidit, ubi in objectis caſibus acceſſiones partium novæ fiunt, atque ibi nos in uſu vocabuli ſaltum facimus; ars & natura ſaltum utique habet nullum.

CL. Non idem contingit etiam, ubi plantæ, vel animantia creſcunt, ſucco ſe inſinuante per tubulos fibrarum, & procurrente, ubi & magnitudo computata per diſtantias punctorum maxime diſtantium tranſit per omnes intermedias; cum nimirum ipſe procurſus fiat per omnes intermedias diſtantias. At quoniam & ibi mutantur termini illi, qui diſtantias determinant, & nomen ſuſcipiunt altitudinis ipſius plantæ, vera & accurata continuitas ne ibi quidem obſervatur, niſi tantummodo in motibus & velocitatibus, ac diſtantiis ſingularum partium: quamquam ibi minus recedatur a continuitate accurata, quam in ſuperioribus. In his autem, & in illis habetur ubique illa alia continuitas quædam apparens, & affectata tantummodo a Natura, quam intuemur etiam in progreſſu ſub-

Digitized by Google

ſubſtantiarum, ut incipiendo ab inanimatis corporibus progreſſu facto per vegetabilia, tum per quædam fere ſemianimalia torpentia, ac demum animalia perfectiora magis & perfectiora usque ad ſimios homini tam ſimiles. Quoniam & harum ſpecierum, ac exiſtentium individuorum in quavis ſpecie numerus eſt finitus, vera continuitas haberi non poteſt, ſed ordinatis omnibus in ſeriem quandam, inter binas quasque intermedias ſpecies hiatus debet eſſe aliquis neceſſario, qui continuitatem abrumpat. In omnibus iis caſibus habentur diſcretæ quædam quantitates, non continuæ; ut & in Arithmetica ſeries ex. gr. naturalium numerorum non eſt continua, ſed diſcreta; & ut ibi ſeries ad continuam reducitur tantummodo, ſi generaliter omnes intermediæ fractiones concipiantur; ſic & in ſuperiore exemplo quædam velut continua ſeries habebitur tantummodo, ſi concipiantur omnes intermediæ ſpecies poſſibiles.

CLI. Hoc pacto excurrendo per plurimos ejusmodi caſus, in quibus accipiuntur aggregata rerum a ſe invicem certis intervallis diſtantium, & unum aliquid continuum non conſtituentium, nusquam accurata occurret continuitatis lex, ſed per quandam diſperſionem quodammodo affectata, & vera continuitas habebitur tantummodo in motibus, & in iis, quæ a motibus pendent, uti ſunt diſtantiæ, & vires determinatæ a diſtantiis, & velocitates a viribus ortæ; quam ipſam ob cauſam ubi ſupra Num 39 inductionem pro lege continuitatis aſſumpſimus, exempla accepimus a motu potiſſimum, & ab iis, quæ cum ipſis motibus connectuntur, ac ab iis pendent.

CLII. Sed jam ad aliam difficultatem gradum faciam, quæ non nullis negotium ingens faceſſit, & obvia eſt etiam, contra hanc indiviſibilium, & inextenſorum punctorum Theoriam; quod nimirum ea nullum habitura ſint diſcrimen a ſpiritibus. Ajunt enim, ſi ſpiritus ejusmodi vires habeant, præſtaturos eadem phænomena, tolli nimirum corpus, & omnem corporeæ ſubſtantiæ notionem ſublata extenſione continua, quæ ſit præcipua materiæ proprietas ita pertinens ad naturam ipſius, ut vel nihil aliud materia ſit, niſi ſubſtantia prædita extenſione continua, vel ſaltem idea corporis, & materiæ haberi non poſſit, niſi in ea includatur idea extenſionis continuæ. Multa hic quidem congeruntur ſimul, quæ nexum aliquem inter ſe habent, quæ hic ſeorſum evolvam ſingula.

Digitized by Google

CLIII. Inprimis falſum omnino eſt, nullum eſſe horum punctorum diſcrimen a ſpiritibus. Diſcrimen potiſſimum materiæ a ſpiritu ſitum eſt in hisce duobus, quod materia eſt ſenſibilis, & incapax cogitationis, ac voluntatis; ſpiritus noſtros ſenſus non afficit, & cogitare poteſt, ac velle. Senſibilitas autem non ab extenſione continua oritur, ſed ab impenetrabilitate, qua fit, ut noſtrorum organorum fibræ tendantur a corporibus, quæ ipſis ſiſtuntur, & motus ad cerebrum propagetur. Nam ſi extenſa quidem eſſent corpora, ſed impenetrabilitate carerent, manu contrectata fibras non ſiſterent, nec motum ullum in iis progignerent, ac eadem radios non reflecterent, ſed liberum intra ſe aditum luci præberent. Porro hoc diſcrimen utrumque manere poteſt integrum, & manet inter mea indiviſibilia hæc puncta, & ſpiritus. Ipſa impenetrabilitatem habent, & ſenſus noſtros afficiunt, ob illud primum crus aſymptoticum exhibens vim illam repulſivam primam; ſpiritus autem, quos impenetrabilitate carere credimus, ejusmodi viribus itidem carent, & ſenſus noſtros idcirco nequaquam afficiunt, nec oculis inſpectantur, nec manibus palpari poſſunt. Deinde in meis hisce punctis ego nihil admitto aliud, niſi illam virium legem cum inertiæ vi conjunctam, adeoque illa volo prorſus incapacia cogitationis, & voluntatis. Quamobrem diſcrimen eſſentiæ illud utrumque, quod inter corpus & ſpiritum agnoſcunt omnes, id & ego agnoſco, nec vero id ab extenſione, & compoſitione continua deſumitur, ſed ab iis, quæ cum ſimplicitate, & inextenſione æque conjungi poſſunt, & cohærere cum ipſis.

CLIV. At ſi ſubſtantiæ capaces cogitationis & voluntatis haberent ejusmodi virium legem, an non eosdem præſtarent effectus reſpecta noſtrorum ſenſuum, quos ejusmodi puncta? Reſpondebo ſane, me hic non quærere, utrum impenetrabilitas, & ſenſibilitas, quæ ab iis viribus pendent, conjungi poſſint cum facultate cogitandi, & volendi, quæ quidem quæſtio eodem redit, ac in communi ſententia de impenetrabilitate extenſorum, ac compoſitorum relata ad vim cogitandi, & volendi. Illud ajo, notionem, quam habemus partim ex obſervationibus tam ſenſuum reſpectu corporum, quam intimæ conſcientiæ reſpectu ſpiritus, una cum reflexione, partim, & vero etiam circa ſpiritus potiſſimum, ex principiis immediate revelatis, vel connexis cum principiis revelatis, continere pro materia impenetrabilitatem, & ſenſibilitatem, una cum incapacitate cogitationis, & pro ſpiritu incapacitatem afficiendi

Digitized by Google

ficiendi per impenetrabilitatem noſtros ſenſus, & potentiam cogitandi, ac volendi, quorum prima ego etiam in meis punctis admitto, ſecunda hæc in ſpiritibus; unde fit, ut mea ipſa puncta materialia ſint, & eorum maſſæ conſtituant corpora a ſpiritibus longiſſime diſcrepantia. Si poſſibile ſit illud ſubſtantiæ genus, quod & hujusmodi vires activas habeat cum inertia conjunctas, & ſimul cogitare poſſit, ac velle, id quidem nec corpus erit, nec ſpiritus, ſed tertium quid, a corpore diſcrepans per capacitatem cogitationis, & voluntatis; a ſpiritu per inertiam, & vires impenetrabilitatem inducentes. Sed, ut ajebam, ea quæſtio huc non pertinet, & aliunde reſolvi debet; ut aliunde utique debet reſolvi quæſtio, qua quæratur, an ſubſtantia extenſa & impenetrabilis hasce proprietates conjungere poſſit cum facultate cogitandi, volendique.

CLV. Nec vero illud reponi poteſt, argumentum potiſſimum ad evincendum, materiam cogitare non poſſe, deduci ab extenſione, & partium compoſitione, quibus ſublatis, omne id fundamentum prorſus corruere, & ad materialiſmum ſterni viam. Nam ego ſane non video, quid argumenti peti poſſit ab extenſione, & partium compoſitione pro incapacitate cogitandi, & volendi. Senſibilitas, præcipua corporum, & materiæ proprietas, quæ ipſam adeo a ſpiritibus diſcriminat, non ab extenſione continua, & compoſitione partium pendet, uti vidimus, ſed ab impenetrabilitate, quæ ipſa proprietas ab extenſione continua, & compoſitione non pendet. Sunt, qui adhibent hoc argumentum ad excludendam capacitatem cogitandi a materia, deſumptum a compoſitione partium; ſi materia cogitaret, ſingulæ ejus partes deberent ſingulas cogitationis partes habere, adeoque nulla pars objectum perciperet; cum nulla haberet eam perceptionis partem, quam habet altera. Id argumentum in mea Theoria omittitur; at id ipſum, meo quidem judicio, vim nullam habet. Nam poſſet aliquis reſpondere, cogitationem totam indiviſibilem exiſtere in tota maſſa materiæ, quæ certa partium diſpoſitione ſit prædita, uti anima rationalis per tam multos Philoſophos, ut ut indiviſibilis, in omni corpore, vel ſaltem in parte corporis aliqua diviſibili exiſtit, & ad ejusmodi præſentiam præſtandam certa indiget diſpoſitione partium ipſius corporis, qua ſemel læſa per vulnus, ipſa non poteſt ultra ibi eſſe; atque ut viventis corporei, ſive animalis rationalis natura, & determinatio habetur per materiam diviſibilem, & certo modo conſtructam, una cum anima indiviſibili; ita ibi per indiviſibilem cogi-

tatio-

Digitized by Google

tationem inhærentem divisibili materiæ natura, & denominatio cogitantis haberetur. Unde constat eo argumento amisso, nihil omnino amitti, quod jure dolendum sit.

CLVI. Sed quidquid de eo argumento censeri debeat, nihil refert, nec ad infirmandam Theoriam positivis, & validis argumentis comprobatam, ac e solidissimis principiis directa ratiocinatione deductam, quidquam potest unum, vel alterum argumentum amissum, quod ad probandam aliquam veritatem aliunde notam, & a revelatis principiis aut directe, aut indirecte confirmatam, ab aliquibus adhibeatur, quando etiam vim habeat aliquam, quam, uti ostendi, superius allatum non habet. Satis est, si illa Theoria cum ejusmodi veritate conjungi possit, uti hæc nostra cum immaterialitate spirituum conjungitur optime, cum retineat pro materia inertiam, impenetrabilitatem, sensibilitatem, incapacitatem cogitandi; & pro spiritibus incapacitatem afficiendi sensus per impenetrabilitatem, & facultatem cogitandi, ac volendi. Ego quidem in ipsius materiæ, & corporeæ substantiæ definitione ipsa assumo incapacitatem cogitandi, & volendi, & dico corpus massam compositam e punctis habentibus vim inertiæ conjunctam cum viribus activis expressis in Fig. 1, & cum incapacitate cogitandi, ac volendi, qua definitione admissa, evidens est, materiam cogitare non posse; quæ erit Metaphysica quædam conclusio, ea definitione admissa, certissima; tum ubi solæ rationes physicæ adhibeantur, dicam, hæc corpora, quæ meos afficiunt sensus, esse materiam, quod & sensus afficiant per illas utique vires, & non cogitent. Id autem deducam inde, quod nullum cogitationis indicium præstent; quæ erit conclusio tantum physica, circa existentiam illius materiæ ita definitæ, æque physice certa, ac est conclusio, quæ dicat lapides non habere levitatem, quod nunquam eam prodiderint ascendendo sponte, sed semper e contrario sibi relicti descenderint.

CLVII. Quod autem pertinet ad ipsam corporum, & materiæ ideam, quæ videtur extensionem continuam, & contactum partium involvere, in eo videntur mihi quidem Cartesiani inprimis, qui tantopere contra præjudicia pugnare sunt visi, præjudiciis ipsis ante omnes alios indulsisse. Ideam corporum habemus per sensus; sensus autem de continuitate accurata judicare omnino non possunt, cum minima intervalla sub sensus non cadant. Et quidem omnino certo deprehendimus illam continuitatem, quam in

ple-

Digitized by Google

plerisque corporibus nobis objiciunt ſenſus noſtri, nequaquam haberi. In metallis, in marmoribus, in vitris & cryſtallis continuitas noſtris ſenſibus apparet ejusmodi, ut nulla percipiamus in iis vacua ſpatiola, nullos poros, in quo tamen hallucinari ſenſus noſtros manifeſto patet, tum ex diverſa gravitate ſpecifica, quæ a diverſa multitudine vacuitatum oritur utique, tum ex eo, quod per illa inſinuentur ſubſtantiæ plures, ut per priora oleum diffundatur, per poſteriora liberrime lux tranſeat, quod quidem indicat, in poſterioribus hisce potiſſimum ingentem pororum numerum, qui noſtris ſenſibus deliteſcunt.

CLVIII. Quamobrem jam ejusmodi noſtrorum ſenſuum teſtimonium, vel potius noſter eorum ratiociniorum uſus, in hoc ipſo genere ſuſpecta eſſe debent, in quo conſtat nos decipi. Suſpicari igitur licet, exactam continuitatem ſine ullis ſpatiolis, ut in majoribus corporibus ubique deeſt, licet ſenſus noſtri illam videantur denotare, ita & in minimis quibusvis particulis nusquam haberi, ſed eſſe illuſionem quandam ſenſuum tantummodo, & figmentum mentis, reflexione vel non utentis, vel abutentis. Eſt enim ſolemne illud hominibus, atque uſitatum, quod quidem eſt maximorum præjudiciorum fons & origo præcipua, ut quidquid in noſtris ſenſibus eſt nihil, habeamus pro nihilo abſoluto. Sic utique per tot ſæcula a multis eſt creditum, & nunc etiam a vulgo creditur, quietem Telluris, & diurnum ſolis, ac fixarum motum ſenſuum teſtimonio evinci, cum apud Phlioſophos jam conſtet, ejusmodi quæſtionem longe aliunde reſolvendam eſſe, quam per ſenſus, in quibus debent eædem prorſus impreſſiones fieri, ſive ſtemus & nos & terra, ac moveantur aſtra, ſive moveamur communi motu & nos, & terra, ac aſtra conſiſtant. Motum cognoſcimus per mutationem poſitionis, quam objecti imago habet in oculo, & quietem per ejusdem poſitionis permanentiam. Tam mutatio, quam permanentia fieri poſſunt duplici modo: Mutatio, primo. ſi nobis immotis objectum moveatur; & permanentia, ſi id ipſum ſtet. Secundo, illa, ſi objecto ſtante moveamur nos; hæc, ſi moveamur ſimul motu communi. Motum noſtrum non ſentimus, niſi ubi nos ipſi motum inducimus, ut ubi caput circumagimus, vel ubi curru delati ſuccutimur. Idcirco habemus tum quidem motum ipſum pro nullo, niſi aliunde admoneamur de eodem motu per cauſas, quæ nobis ſint cognitæ, ut ubi *provehimur portu*, quo caſu vector, qui jam diu aſſuevit ideæ littoris ſtantis, & navis promotæ

Digitized by Google

per remos, vel vela, corrigit apparentiam illius, *terræque, urbesque recedunt*, & ſibi, non illis, motum adjudicat.

CLIX. Hinc Philoſophus, ne fallatur, non debet primis hisce ideis acquieſcere, quas e ſenſationibus haurimus, & ex illis deducere conſectaria ſine diligenti perquiſitione, ac in ea, quæ ab infantia deduxit, debet diligenter inquirere. Si inveniat, easdem illas ſenſuum perceptiones duplici modo æque fieri poſſe, peccabit utique contra Logicæ etiam naturalis leges, ſi alterum modum præ altero pergat eligere, unice, quia alterum antea non viderat, & pro nullo habuerat, & idcirco alteri tantum aſſueverat. Id vero accidit in caſu noſtro: ſenſationes habebuntur eædem, ſive materia conſtet punctis prorſus inextenſis, & diſtantibus inter ſe per intervalla minima, quæ ſenſum fugiant, ac vires ad illa intervalla pertinentes organorum noſtrorum fibras ſine ulla ſenſibili interruptione afficiant, ſive continua ſit, & per immediatum contactum agat. Patebit autem in tertia hujusce operis parte, quo pacto proprietates omnes ſenſibiles corporum generales, immo etiam ipſorum præcipua diſcrimina, cum punctis hisce indiviſibilibus conveniant, & quidem multo ſane melius, quam in communi ſententia de continua extenſione materiæ. Quamobrem errabit contra rectæ ratiocinationis uſum, qui ex præjudicio ab hujusce conciliationis, & alterius hujuscè ſenſationum noſtrorum cauſæ ignoratione inducto, continuam extenſionem ut proprietatem neceſſariam corporum omnino credat, & multo magis, qui cenſeat, materialis ſubſtantiæ ideam in ea ipſa continua extenſione debere conſiſtere.

CLX. Verum quo magis evidenter conſtet horum præjudiciorum origo, afferam hic Diſſertationis de materiæ diviſibilitate, & principiis corporum, numeros tres incipiendo a 14, ubi ſic:

„ utcunque demus, quod ego omnino non cenſeo, aliquas eſſe
„ innatas ideas, & non per ſenſus acquiſitas; illud procul dubio
„ arbitror omnino certum, ideam corporis, materiæ, rei corporeæ,
„ rei materialis, nos hauſiſſe ex ſenſibus. Porro ideæ primæ o-
„ mnium, quas circa corpora acquiſivimus per ſenſus, fuerunt o-
„ mnino eæ, quas in nobis tactus excitavit, & easdem omnium
„ frequentiſſimas hauſimus. Multa profecto in ipſo materno utero
„ ſe tactui perpetuo offerebant, antequam ullam fortaſſe ſaporum,
„ aut odorum, aut ſonorum, aut colorum ideam habere poſſemus
„ per alios ſenſus, quarum ipſarum, ubi eas primum habere cæ-
„ pimus, multo minor ſub initium frequentia fuit. Ideæ autem,

„ quas

„ quas per tactum habuimus, ortæ sunt ex phænomenis hujusmo-
„ di. Experiebamur palpando, vel temere impingendo resisten-
„ tiam vel a nostris, vel a maternis membris ortam, quæ cum
„ nullam interruptionem per aliquod sensibile intervallum sensui
„ objiceret, obtulit nobis ideam impenetrabilitatis, & extensionis
„ continuæ: cumque deinde cessaret in eadem directione alicubi
„ resistentia, & secundum aliam directionem exerceretur; terminos
„ ejusdem quantitatis concepimus, & figuræ ideam hausimus.

CLXI. „ Porro oriebantur hæc phænomena a corporibus e
„ materia jam efformatis, non a singulis materiæ particulis, e qui-
„ bus ipsa corpora componebantur. Considerandum diligenter
„ erat, num extensio ejusmodi esset ipsius corporis, non spatii
„ cujusdam, per quod particulæ corpus efformantes diffunderen-
„ tur: num eæ particulæ ipsæ iisdem proprietatibus essent præ-
„ ditæ: num resistentia exerceretur in ipso contactu, an in minimis
„ distantiis sub sensus non cadentibus vis aliqua impedimento es-
„ set, quæ id ageret, & resistentia ante ipsum etiam contactum
„ sentiretur: num ejusmodi proprietates essent intrinsecæ ipsi ma-
„ teriæ, ex qua corpora componuntur, & necessariæ; an casu
„ tantum aliquo haberentur, & ab extrinseco aliquo determinante.
„ Hæc & alia sane multa considerare diligentius oportuisset: sed
„ erat id quidem tempus maxime caliginosum, & obscurum, ac re-
„ flexionibus minus obviis minime aptum. Præter organorum de-
„ bilitatem, occupabat animum rerum novitas, phænomenorum pau-
„ citas, & nullus, aut certe satis tenuis usus in phænomenis ipsis
„ inter se comparandis, & ad certas classes revocandis, ex quibus
„ in eorum leges & causas liceret inquirere, & systema quoddam ef-
„ formare, quo de rebus extra nos positis possemus ferre judicium.
„ Nam in hac ipsa phænomenorum inopia, in hac efformandi sy-
„ stematis difficultate, in hoc exiguo reflexionum usu, magis etiam,
„ quam in organorum imbecillitate, arbitror sitam esse infantiam.

CLXII. „ In hac tanta rerum caligine ea prima sese obtule-
„ runt animo, quæ minus alta indagine, minus intentis reflexioni-
„ bus indigebant, eaque ipsa ideis toties repetitis altius impressa
„ sunt, & tenacius adhæserunt, & quemdam veluti campum nacta
„ prorsus vacuum, & adhuc immunem, suo quodammodo jure
„ quandam veluti possessionem inierunt. Intervalla quæ sub sen-
„ sum nequaquam cadebant, pro nullis habita; ea, quorum ideæ
„ semper simul conjunctæ excitabantur, habita sunt pro iisdem,

Digitized by Google

„ vel arctiſſimo, & neceſſario nexu inter ſe conjunctis. Hinc
„ illud effectum eſt, ut ideam extenſionis continuæ, ideam im-
„ penetrabilitatis prohibentis ulteriorem motum in ipſo tantum
„ contactu corporibus affinxerimus, & ad omnia, quæ ad corpus
„ pertinent, ac ad materiam, ex qua ipſum conſtat, temere trans-
„ tulerimus: quæ ipſa cum primum inſediſſent animo, cum fre-
„ quentiſſimis, immo perpetuis phænomenis & experimentis con-
„ firmarentur, ita tenaciter ſibi invicem adhæſerunt, ita firmiter
„ ideæ corporum immixta ſunt, & cum ea copulata, ut ea ipſa
„ pro primis corporibus, & omnium corporearum rerum, nimi-
„ rum etiam materiæ corpora componentis, ejusque partium pro-
„ prietatibus maxime intrinſecis, & ad naturam atque eſſentiam
„ eorundem pertinentibus, & tum habuerimus, & nunc etiam ha-
„ beamus, niſi nos præjudiciis ejusmodi liberemus. Extenſionem
„ nimirum continuam, impenetrabilitatem ex contactu, compoſi-
„ tionem ex partibus, & figuram, non ſolum naturæ corporum,
„ ſed etiam corporeæ materiæ, & ſingulis ejusdem partibus, tri-
„ buimus tanquam proprietates eſſentiales: cætera, quæ ſerius, &
„ poſt aliquem reflectendi uſum deprehendimus, colorem, ſaporem,
„ odorem, ſonum, tanquam accidentales quasdam, & adventitias
„ proprietates conſideravimus.

CLXIII. Ita ego ibi, ubi Theoriam virium deinde refero, quam ſupra hic expoſui, ac ad præcipuas corporum proprietates applico, quas ex illa deduco, quod hic præſtabo in parte tertia. Ibi autem ea adduxeram ad probandam primam e ſequentibus propoſitionibus, quibus probatis & evincitur Theoria mea, & vindicatur: ſunt autem hujusmodi: 1mo *Nullo prorſus argumento evincitur materiam habere extenſionem continuam, & non potius conſtare e punctis prorſus indiviſibilibus a ſe per aliquod intervallum diſtantibus; nec ulla vatio ſeclusis præjudiciis ſuadet extenſionem ipſam continuam potius, quam compoſitionem e punctis prorſus indiviſibilibus, inextenſis, & millum continuum extenſum conſtituentibus.* 2do *Sunt argumenta, & ſatis valida illa quidem, quæ hanc compoſitionem e punctis indiviſibilibus evincant extenſioni ipſi continuæ præferri oportere.*

CLXIV. At quodnam extenſionis genus erit iſtud, quod e punctis inextenſis, & ſpatio imaginario, ſive puro nihilo conſtat? Quo pacto Geometria locum habere poterit, ubi nihil habetur reale continuo extenſum? An non punctorum ejusmodi in vacuo innatantium congeries erit ut quædam nebula unico oris flatu diſſolu-

bilis

Digitized by G

bilis prorſus ſine ulla conſiſtenti figura, ſoliditate, reſiſtentia? Hæc quidem pertinent ad illud extenſionis, & cohæſionis genus, de quo agam in tertia Diſſertationis parte, in qua Theoriam applicabo ad Phyſicam, ubi iſtis ipſis difficultatibus faciam ſatis. Interea hic illud tantummodo innuo in anteceſſum, me cohæſionem deſumere a limitibus illis, in quibus curva virium ita ſecat axem, ut a repulſione in minoribus diſtantiis tranſitus fiat ad attractionem in majoribus. Si enim duo puncta ſint in diſtantia alicujus limitis ejus generis, & vires, quæ immutatis diſtantiis oriuntur, ſint ſatis magnæ, curva ſecante axem ad agulum fere rectum, & longiſſime abeunte ab ipſo, ejusmodi diſtantiam ea puncta tuebuntur vi maxima ita, ut etiam inſenſibiliter compreſſa reſiſtant ulteriori compreſſioni, ac diſtracta reſiſtant ulteriori diſtractioni; quo pacto ſi multa etiam puncta cohæreant inter ſe, tuebuntur utique poſitionem ſuam, & maſſam conſtituent formæ tenaciſſimam, ac eadem prorſus phænomena exhibentem, quæ exhiberent ſolidæ maſſulæ in communi ſententia. Sed de hac re uberius, uti monui, in parte tertia. Nunc autem ad ſecundam faciendus eſt gradus.

Digitized by Google

PARS II.

Theoriæ applicatio ad Mechanicam.

CLXV. COnsiderabo in hac secunda parte potissimum generales quasdam leges æquilibrii, & motus tam punctorum, quam massarum, quæ ad Mechanicam utique pertinent, & ad plurima ex iis, quæ in elementis Mechanicæ passim traduntur, ex unico principio, & adhibito constanti ubique agendi modo, demonstranda viam sternunt promissimam. Sed prius præmittam non nulla, quæ pertinent ad ipsam virium curvam, a qua utique motuum phænomena pendent omnia.

CLXVI. In ea curva considerandæ sunt potissimum tria, arcus curvæ, area comprehensa inter axem & arcus, quam generat ordinata continuo fluxu; ac puncta illa, in quibus curva secat axem.

CLXVII. Quod ad arcus pertinet, alii dici possunt repulsivi, & alii attractivi, prout nimirum jacent ad partes cruris asymptotici ED, vel ad contrarias, ac terminant ordinatas exhibentes vires repulsivas, vel attractivas. Primus arcus ED debet omnino esse asymptoticus ex parte repulsiva, & in infinitum productus: ultimus TV, si gravitas cum lege virium reciproca duplicata distantiarum protenditur in infinitum, debet itidem esse asymptoticus ex parte attractiva, & itidem natura sua in infinitum productus. Fig. 1 Reliquos Fig. 1 exprimit omnes finitos. Verum curva Geometrica etiam ejus naturæ, quam exposuimus, posset habere alia itidem asymptotica crura, quot libuerit, ut si ordinata *mn* in H abeat in infinitum. Sunt nimirum curvæ continuæ, & uniformis naturæ, quæ asymptotos habent plurimas, & habere possunt etiam numero infinitas. (i)

CLXIII.

(i) *Sit ex. gr. in Fig.* 12 *Cycloïs continua* CDEFGH *&c, quam generet punctum peripheriæ circuli continuo revoluti supra rectam* AB, *quæ natura sua protenditur utrinque in infinitum, adeoque in infinitis punctis* C, E, G, I *&c occurrit basi* AB. *Si ubicunque ducatur quævis ordinata* PQ, *producaturque in* R *ita, ut sit* PR *tertia post* PQ, *& datam quampiam rectam, punctum* R *erit ad curvam continuam constantem totidem ramis* MNO, VXY *&c, quot erunt arcus Cycloidales* CDE, EFG *&c, quorum ramorum singuli habebunt bina crura asymptotica, cum ordinata* PQ *in accessu ad omnia puncta,* C, E, G *&c decrescat ultra quoscunque limites, adeoque ordinata* PR *crescat ultra limites quoscunque. Erunt hic quidem omnes asymptoti* CK, EL, GS *&c parallelæ inter se,*

Digitized by Google

CLXVIII. Arcus intermedii, qui ſe contorquent circa axem, poſſunt etiam alicubi, ubi ad ipſum devenerint, retro redire, tangendo ipſum, atque id ex utralibet parte, & poſſent itidem ante ipſum contactum inflecti, & redire retro, mutando acceſſum in receſſum, ut in Fig. 1 videre eſt in arcu *Pe fg* R.

CLXIX. Si gravitas generalis legem vis proportionalis inverſe quadrato diſtantiæ, quam non accurate ſervat, ſed quam proxime, uti diximus in priore parte, retinet ad ſenſum non mutatam ſolum per totum Planetarium, & cometarium ſyſtema, fieri utique poterit, ut curva virium non habeat illud poſtremum crus aſymptoticum T V, habens pro aſymptoto ipſam rectam A C, ſed iterum ſecet axem, & ſe contorqueat circa ipſum. Tum vero inter alios

ſe, & perpendiculares baſi A B, *quod in aliis curvis non eſt neceſſarium, cum etiam divergentes utcunque poſſint eſſe. Erunt autem & totidem numero, quot puncta illa* C, E, G *&c, nimirum infinita. Eodem autem pacto curvarum quarumlibet ſingulis occurſus cum axe in curvis per eas hac eadem lege genitis bina crura aſymptotica generant, cruribus ipſis jacentibus vel, ut hic, ad eandem axis partem, ubi curva genitrix ab eo regreditur retro poſt appulſum, vel etiam ad partes oppoſitas, ubi curva genitrix ipſum ſecet, ac tranſiliat: cumque poſſit eadem curva altiorum generum ſecari in punctis plurimis a recta, vel contingi, poterunt utique haberi & rami aſymptotici in curva eadem continua, quo libuerit dato numero.*

Nam ex ipſa Geometrica continuitate, quam perſecutus ſum in Diſſertatione de lege continuitatis, & in Diſſertatione de transformatione locorum Geometricorum adjecta Sectionibus Conicis, exhibui neceſſitatem generalem ſecundi illius cruris aſymptotici redeuntis ex infinito. Quotiescunque enim curva aliqua habet aſymptoticum crus aliquod, debet neceſſario habere & alterum ipſi reſpondens, & habens pro aſymptoto eandem rectam; ſed id habere poteſt vel ex eadem parte, vel ex oppoſita; & crus ipſum jacere poteſt vel ad easdem plagas partis utrinslibet cum priore crure, vel ad oppoſitas, adeoque cruris redeuntis ex infinito poſitiones quatuor eſſe poſſunt. Si in Fig. 13 crus ED *abeat in infinitum, exiſtente aſymptoto* ACA, *poteſt regredi ex parte* A *vel ut* HI, *quod crus jacet ad eandem plagam; vel ut* KL, *quod jacet ad oppoſitam; & ex parte* A, *vel ut* MN, *ex eadem plaga; vel ut* OP, *ex oppoſita. In poſteriore ex iis duabus diſſertationibus profero exempla omnium ejusmodi regreſſuum; ac ſecundi & quarti caſus exempla exhibet etiam ſuperior geneſis, ſi curva generans contingat axem, vel ſecet ulterius progreſſa reſpectu ipſius. Inde autem ſit, ut crura aſymptotica rectilineam habentia aſymptotum eſſe non poſſint, niſi numero pari, ut & radices imaginariæ in æquationibus algebraicis.*

Verum hic in curva virium, in qua arcus ſemper debet progredi, ut ſingulis diſtantiis, ſive abſciſſis, ſingula vires, ſive ordinatæ reſpondeant, caſus primus & tertius haberi non poſſunt. Nam ordinata RQ *cruris* DE *occurreret alicubi in* S, Ŝ *cruribus etiam* HI, MN; *adeoque relinquentur ſoli quartus & ſecundus, quorum uſus erit infra.*

Digitized by Google

alios casus innumeros, qui haberi possent, unum censeo speciminis gratia hic non omittendum; incredibile enim est, quam ferax casuum, quorum singuli sunt notatu dignissimi, unica etiam hujusmodi curva esse possit.

Fig. 14. CLXX. Si in axe ĊC sint segmenta AȦ, ȦẠ numero quocunque, quorum posteriora sint in immensum majora respectu præcedentium, & per singula transeant asymptoti AB, ȦḂ, ẠB perpendiculares axi, possent inter binas quasque asymptotos esse curvæ ejus formæ, quam in Fig. 1 habuimus, & quam exhibet Fig. 14 in DEFI &c, DȄEFI &c, in quibus primum crus ED esset asymptoticum repulsivum, postremum SV attractivum, in singulis vero intervallum EN, quo arcus curvæ contorquetur, sit perquam exiguum respectu intervalli circa S, ubi arcus diutissime perstet proximus hyperbolæ habenti ordinatas in ratione reciproca duplicata distantiarum, tum vero vel immediate abiret in arcum asymptoticum attractivum, vel iterum contorqueretur utcunque usque ad ejusmodi asymptoticum attractivum arcum, habente utroque asymptotico arcu aream infinitam; in eo casu collocato quocunque punctorum numero inter binas quascunque asymptotos, vel inter binaria quotlibet, & rite ordinato, posset exurgere quivis, ut ita dicam, mundorum numerus, quorum singuli essent inter se simillimi, vel dissimillimi, prout arcus EF &c N, ȄF &c Ṅ essent inter se similes vel dissimiles, atque id ita, ut quivis ex iis nullum haberet commercium cum quovis alio, cum nimirum nullum punctum posset egredi ex spatio incluso iis binis arcubus, hinc repulsivo, & inde attractivo; & ut omnes mundi minorum dimensionum simul sumpti vices agerent unius puncti respectu proxime majoris, qui constaret ex ejusmodi massulis respectu sui tanquam punctualibus, dimensione nimirum omni singulorum, respectu ipsius, & respectu distantiarum, ad quas in illo devenire possint, fere nulla; unde & illud consequi posset, ut quivis ex ejusmodi tanquam mundis nihil ad sensum perturbaretur a motibus, & viribus mundi illius majoris, sed dato quovis utcunque magno tempore totus mundus inferior vires sentiret a quovis puncto materiæ extra ipsum posito accedentes, quantum libuerit, ad æquales & parallelas, quæ idcirco nihil turbarent respectivum ipsius statum internum

CLXXI. Sed ea jam pertinent ad applicationem ad Physicam, quæ quidem hic innui tantummodo, ut pateret, quam multa notatu dignissima considerari ibi possent, & quanta sit hujusce campi

Digitized by Google

pi fœcunditas, in quo combinationes poſſibiles, & poſſibiles formæ ſunt ſane infinities infinitæ, quarum, quæ ab humana mente perſpici utcunque poſſunt, ita ſunt paucæ reſpectu totius, ut haberi poſſint pro mero nihilo, quas tamen omnes unico intuitu præſentes vidit, qui Mundum condidit, DEUS. Nos in iis, quæ conſequentur, ſimpliciora tantummodo quædam plerumque conſectabimur, quæ nos ducant ad phænomena iis conformia, quæ in Natura nobis pervia intuemur, & interea progrediemur ad areas arcubus reſpondentes.

CLXXII. Aream curvæ propoſitæ cuicunque, utcunque exiguo axis ſegmento reſpondentem poſſe eſſe utcunque magnam; & aream reſpondentem cuicunque, utcunque magno, poſſe eſſe utcunque parvam, facile patet. Sit in Fig. 15 MQ ſegmentum axis Fig. 15. utcunque parvum, vel magnum; ac detur area utcunque magna, vel parva. Ea applicata ad MQ exhibebit quandam altitudinem MN ita, ut ducta NR parallela MQ, ſit MNRQ æqualis areæ datæ, adeoque aſſumpta QS dupla QR, area trianguli MSQ erit itidem æqualis areæ datæ. Jam vero pro ſecundo caſu ſatis patet, poſſe curvam tranſire infra rectam NR, uti tranſit XZ, cujus area idcirco eſſet minor, quam area MNRQ; nam eſſet ejus pars. Quin immo licet ordinata QV ſit utcunque magna, facile patet, poſſe arcum M*a*V ita accedere ad rectas MQ, QV, ut area incluſa iis rectis, & ipſa curva, minuatur infra quoscunque determinatos limites. Poteſt enim jacere totus arcus intra duo triangula Q*a*M, Q*a*V, quorum altitudines cum minui poſſint, quantum libuerit, ſtantibus baſibus MQ, QV, poteſt utique area ultra quoscunque limites imminui. Poſſet autem ea area eſſe minor quacunque data, etiamſi QV eſſet aſymptotus, qua de re paullo inferius

CLXXIII. Pro primo autem caſu vel curva ſecet axem extra MQ, ut in T, vel in altero extremo, ut in M; neri poterit, ut ejus arcus TV, vel MV tranſeat per aliquod punctum V jacens ultra S; vel etiam per ipſum S ita, ut curvatura illum ferat, quemadmodum figura exhibet, extra triangulum MSQ, quo caſu patet, aream curvæ reſpondentem intervallo MQ fore majorem, quam ſit area trianguli MSQ, adeoque quam ſit area data; erit enim ejus trianguli area pars areæ pertinentis ad curvam. Quod ſi curva etiam ſecaret alicubi axem, ut in H inter M, & Q, tum vero fieri poſſet, ut area reſpondens alteri e ſegmentis MH, QH eſſet major, quam area data ſimul, & area alia aſſumpta, qua area aſſum-

Digitized by Google

pta eſſet minor area reſpondens ſegmento alteri, adeoque exceſſus prioris ſupra poſteriorem remaneret major, quam area data.

CLXXIV. Area aſymptotica clauſa inter aſymptotum & ordinatam quamvis, ut in Fig. 1 B A *ag*, poteſt eſſe vel infinita, vel finita magnitudinis cujusvis ingentis, vel exiguæ. Id quidem etiam geometrice demonſtrari poteſt, ſed multo facilius demonſtratur calculo integrali admodum elementari; & in Geometriæ ſublimioris elementis habentur theoremata, ex quibus id admodum facile deducitur (l). Generaliter nimirum area ejusmodi eſt infinita, ſi ordinata creſcit in ratione reciproca abſciſſarum ſimplici, aut majore; & eſt finita ſi creſcat in ratione multiplicata minus, quam per unitatem.

CLXXV. Hoc, quod de areis dictum eſt, neceſſarium fuit ad applicationem ad Mechanicam, ut nimirum habeatur ſcala quædam velocitatum, quæ in acceſſu puncti cujusvis ad aliud punctum, vel receſſu generantur, vel eliduntur, prout ejus motus conſpiret cum directione vis, vel ſit ipſi contrarius. Nam, quod innuimus & ſupra in adnot. (f) ad Num. 117, ubi *vires* exprimuntur per ordinatas, & ſpatia per abſciſſas, area, quam texit ordinata, exprimit incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis, quod itidem ope Geometriæ demonſtratur facile, & demonſtravi tam in Diſſertatione de viribus viris, quam in Stayanis Supplementis; ſed multo facilius res conficitur ope calculi integralis. (m)

CLXXVI.

(l) *Sit* A ∴ *in Fig.* 1 = x, *ag* = y; *ac ſit* $x^m y^n = 1$; *erit* $y = x^{-\frac{m}{n}}$; y dx *elementum areæ* $= x^{-\frac{m}{n}} dx$, *cujus integrale* $\frac{n}{n-m} x^{\frac{n-m}{n}} + A$, *addita conſtanti* A, *ſive ob* $x^{-\frac{m}{n}} = y$, *habebitur* $\frac{n}{n-m} xy + A$. *Quoniam incipit area in* A, *in origine abſciſſarum. ſi* n — m *fuerit numerus poſitivus, adeoque* n *major quam* m, *area erit finita, ac valor* A = 0; *area vero erit ad rectangulum* A a g, *ut* n *ad* n — m, *quod rectangulum, cum* a g *poſſit eſſe magna & parva, ut libuerit, poteſt eſſe magnitudinis cujusvis. Is valor ſit infinitus, ſi facto* m = n, *diviſor evadat* = 0; *adeoque multo magis ſit infinitus valor areæ, ſi* m *ſit major, quam* n. *Unde conſtat, aream fore infinitam, quoticscunque ordinatæ creſcent in ratione reciproca ſimplici, & majore; ſecus fore finitam.*

(m) *Sit* u *vis*, c *celeritas*, t *tempus*, s *ſpatium*; *erit* udt = dc, *cum celeritatis incrementum ſit proportionale vi, & tempuſculo*; *ac erit* cdt = ds, *cum ſpatiolum con-*

CLXXVI. Duo tamen hic tantummodo notanda ſunt; primo quidem illud: ſi duo puncta ad ſe invicem accedant, vel a ſe invicem recedant in ea recta, quæ ipſa conjungit, ſegmenta illius axis, qui exprimit diſtantias, non expriment ſpatium confectum; nam moveri debebit punctum utrumque: adhuc tamen illa ſegmenta erunt proportionalia acceſſibus, vel receſſibus alterius puncti reſpectu alterius, quorum acceſſuum, vel receſſuum incrementa, vel decrementa relata ad tempus, quo ea habentur, exhibent velocitates reſpectivas illius reſpectu hujus. Quamobrem in reſpectivis velocitatibus habebit locum Theoria expoſita, & illæ areæ expriment incrementa vel decrementa quadrati velocitatis reſpectivæ puncti alterius reſpectu alterius.

CLXXVII. Secundo loco notandum illud, ubi areæ reſpondentes dato cuipiam ſpatio ſint partim attractivæ, partim repulſivæ, earum differentiam, quæ oritur ſubtrahendo ſummam omnium repulſivarum a ſumma attractivarum, vel vice verſa, exhibituram incrementum illud, vel decrementum quadrati velocitatis reſpectivæ, prout directio motus reſpectivi conſpiret cum vi, vel oppoſitam habeat directionem. Quamobrem ſi interea, dum per aliquod majus intervallum a ſe invicem receſſerunt puncta, habuerint vires directionis utriusque, ut innoteſcat, an reſpectiva celeritas creverit, an decreverit, & quantum, erit inveſtigandum, an areæ omnes attractivæ ſimul, omnes repulſivas ſimul ſuperent, an deficiant, & quantum; inde enim, & a velocitate reſpectiva, quæ habebatur initio, erui poterit, quod quæritur.

CLXXVIII.

confectum reſpondeat velocitati, & tempuſculo. Hinc eruitur $dt = \frac{dc}{a}$, *& pariter* $dt = \frac{ds}{u}$, *adeoque* $\frac{dc}{a} = \frac{ds}{u}$, *& cdc* $=$ uds. *Porro* $2cdc$ *eſt incrementum quadrati velocitatis* cc; *& uds in hypotheſi, quod ordinata ſit u, & ſpatium s ſit abſciſſa, eſt arcola reſpondens ſpatiolo* ds *confecto. Igitur incrementum quadrati velocitatis conſpirante vi, adeoque decrementum vi contraria, reſpondet areæ reſpondenti ſpatiolo percurſo quovis infiniteſimo tempuſculo; & proinde tempore etiam quovis finito incrementum, vel decrementum quadrati velocitatis reſpondet area pertinenti ad partem axis referentem ſpatium percurſum.*

Hinc autem illud ſponte conſequitur, ſi per aliquod ſpatium vires in ſingulis punctis eadem permaneant, mobile autem adveniat cum velocitate quavis ad ejus initium, differentiam quadrati velocitatis finalis a quadrato velocitatis initialis fore ſemper eandem, qua idcirco erit tota velocitas finalis in caſu, in quo mobile initio illius ſpatii haberet velocitatem nullam. Quare, quod nobis erit inferius uſui, quadratum velocitatis finalis, conſpirante vi cum directione motus, æquabitur binis quadratis binarum velocitatum, ejus, quam habuit initio, & ejus, quam acquiſiviſſet in fine, ſi initio ingreſſum fuiſſet ſine ulla velocitate.

Digitized by Google

CLXXVIII. Hæc quidem de arcubus, & areis; nunc aliquanto diligentius conſiderabimus illa axis puncta, ad quæ curva appellit. Ea puncta vel ſunt ejusmodi, ut in iis curva axem ſecet, cujusmodi in Fig. 1 ſunt E, G, I &c, vel ejusmodi, ut in iis ipſa curva axem contingat tantummodo. Primi generis puncta ſunt ea, in quibus fit tranſitus a repulſionibus ad attractiones, vel vice verſa, & hæc ego appello limites, quod nimirum ſint limites inter eas oppoſitarum directionum vires. Sunt autem hi limites duplicis generis: in aliis, aucta diſtantia, tranſitur a repulſione ad attractionem; in aliis contra ab attractione ad repulſionem. Prioris generis ſunt E, I, N, R; poſterioris G, L, P: & quoniam, poſteaquam ex parte repulſiva in una ſectione curva tranſiit ad partem attractivam; in proxime ſequenti ſectione debet neceſſario ex parte attractiva tranſire ad repulſivam, ac vice verſa; patet, limites fore alternatim prioris illius, & hujus poſterioris generis.

Fig. 1.

CLXXIX. Porro limites prioris generis, a limitibus poſterioris ingens habent inter ſe diſcrimen. Habent illi quidem hoc commune, ut duo puncta collocata in diſtantia unius limitis cujuscunque nullam habeant mutuam vim, adeoque ſi reſpective quieſcebant, pergant itidem reſpective quieſcere. At ſi ab illa reſpectiva quiete dimoveantur, tum vero in limite primi generis ulteriori dimotioni reſiſtent, & conabuntur priorem diſtantiam recuperare, ac ſibi relicta ad illam ibunt; in limite vero ſecundi generis, utcunque parum dimota, ſponte magis fugient, ac a priore diſtantia ſtatim recedent adhuc magis. Nam ſi diſtantia minuatur, habebunt in limite prioris generis vim repulſivam, quæ obſtabit ulteriori acceſſui, & urgebit puncta ad mutuum receſſum, quem ſibi relicta acquirent, adeoque tendent ad illam priorem diſtantiam: at in limite ſecundi generis habebunt attractionem, qua adhuc magis ad ſe accedent, adeoque ab illa priore diſtantia, quæ erat major, adhuc magis ſponte fugient. Pariter ſi diſtantia augeatur, in primo limitum genere a vi attractiva, quæ habetur ſtatim in diſtantia majore, habebitur reſiſtentia ad ulteriorem receſſum, & conatus ad minuendam diſtantiam, ad quam recuperandam ſibi relicta tendent per acceſſum; at in limitibus ſecundi generis orietur repulſio, qua ſponte ſe magis adhuc fugient, adeoque a minore illa priore diſtantia ſponte magis recedent:

CLXXX. Hinc illos prioris generis limites, qui mutuæ poſitionis tenaces ſunt, ego quidem appellavi *limites cohæſionis*; & ſecundi

Digitized by

cundi generis limites appellavi *limites non cohæſionis*. Illa puncta, in quibus curva axem tangit, ſunt quidem terminus quidam virium, quæ ex utraque parte, dum ad ea acceditur, decreſcunt ultra quoscunque limites, ac demum ibidem evaneſcunt; ſed in iis non transitur ab una virium directione ad aliam. Si contactus fiat ab arcu repulſivo, repulſiones evaneſcunt, ſed poſt contactum remanent itidem repulſiones; ac ſi fiat ab arcu attractivo, attractionibus evaneſcentibus attractiones iterum immediate ſuccedunt. Duo puncta collocata in ejusmodi diſtantia reſpective quieſcunt, ſed in primo caſu reſiſtunt ſoli compreſſioni, non etiam diſtractioni; & in ſecundo reſiſtunt huic ſoli, non illi.

CLXXXI. Limites cohæſionis poſſunt eſſe validiſſimi, & languidiſſimi. Si curva ibi quaſi ad perpendiculum ſecat axem, & ab eo longiſſime recedit, ſunt validiſſimi; ſi autem ipſum ſecet in angulo perquam exiguo, & parum ab ipſo recedat, erunt languidiſſimi. Primum genus limitum cohæſionis exhibet in Figur. 1 arcus tNy, ſecundum cNx. In illo aſſumptis in axe Nz, Nu utcunque exiguis, poſſunt vires zt, uy, & areæ Nzt, Nuy eſſe utcunque magnæ, adeoque mutatis utcunque parum diſtantiis poſſunt haberi vires ab ordinatis expreſſæ utcunque magnæ, quæ vi comprimenti, vel diſtrahenti, quantum libuerit, valide reſiſtant, vel areæ utcunque magnæ, quæ velocitates quantumlibet magnas reſpectivas elidant, adeoque ſenſibilis mutatio poſitionis mutuæ impediri poteſt contra utcunque magnam vel vim prementem, vel celeritatem ab aliorum punctorum actionibus impreſſam. In hoc ſecundo genere limitum cohæſionis aſſumptis etiam majoribus ſegmentis Nz, Nu poſſunt & vires zc, ux, & areæ Nzc, Nux eſſe quantum libuerit exiguæ, & idcirco exigua itidem, quantum libuerit, reſiſtentia, quæ mutationem vetet.

CLXXXII. Poſſunt autem hi limites eſſe quocunque utcunque magno numero, cum demonſtratum ſit, poſſe curvam in quotcunque, & quibuscunque punctis axem ſecare. Poſſunt idcirco etiam eſſe utcunque inter ſe proximi, vel remoti, ut alicubi intervallum inter duos proximos limites ſit etiam in quacunque ratione majus, quam ſit diſtantia præcedentis ab origine abſciſſarum A, alibi in intervallo vel exiguo, vel ingenti ſint quamplurimi inter ſe ita proximi, ut a ſe invicem diſtent minus, quam pro quovis aſſumpto, aut dato intervallo. Id evidenter fluit ex eo ipſo, quod poſſint ſectiones curvæ cum axe haberi quotcunque, & ubicunque.

Digitized by Google

Sed ex eo, quod arcus curvæ ubicunque poſſint habere poſitiones quascunque, cum ad datas curvas accedere poſſint, quantum libuerit, ſequitur, quod limites ipſi cohæſionis poſſint alii aliis eſſe utcunque validiores, vel languidiores, atque id quocunque ordine, vel ſine ordine ullo; ut nimirum etiam ſint in minoribus diſtantiis alicubi limites validiſſimi, tum in majoribus languidiores, deinde itidem in majoribus multo validiores, & ita porro; cum nimirum nullus ſit nexus neceſſarius inter diſtantiam limitis ab origine abſciſſarum, & ejus validitatem pendentem ab inclinatione, & receſſu arcus ſecantis reſpectu axis, quod probe notandum eſt, futurum nimirum uſui ad oſtendendum, tenacitatem, ſive cohæſionem, a denſitate non pendere.

CLXXXIII. In utroque limitum genere fieri poteſt, ut curva in ipſo occurſu cum axe pro tangente habeat axem ipſum, ut habeat ordinatam, ut aliam rectam aliquam inclinatam. In primo caſu maxime ad axem accedit, & initio ſaltem languidiſſimus eſt limes; in ſecundo maxime recedit, & initio ſaltem eſt validiſſimus; ſed hi caſus debent eſſe rariſſimi, ſi uspiam ſunt: nam cum ibi debeat & axem ſecare curva, & progredi, adeoque ſecari in puncto eodem ab ordinata producta, debebit habere flexum contrarium, ſive mutare directionem flexus, quod utique fit, ubi curva & rectam tangit ſimul, & ſecat. Rariſſimos tamen debere eſſe ibi hos flexus, vel potius nullos, conſtat ex eo, quod flexus contrarii puncta in quovis finito arcu datæ curvæ cujusvis numero finito eſſe debent, ut in Theoria curvarum demonſtrari poteſt, & alia puncta ſunt infinita numero, adeoque illa cadere in interſectiones eſt infinities improbabilius. Poſſunt tamen ſæpe cadere prope limites: nam in ſingulis contorſionibus curvæ ſaltem ſinguli flexus contrarii eſſe debent. Porro quamcunque directionem habuerit tangens, ſi accipiatur exiguus arcus hinc, & inde a limite, vel maxime accedet ad rectam, vel habebit curvaturam ad ſenſum æqualem, & ad ſenſum æquali lege progredientem utrinque, adeoque vires in æquali diſtantia exigua a limite erunt ad ſenſum hinc, & inde æquales; ſed diſtantiis auctis poterunt & diu æqualitatem retinere, & cito etiam ab ea recedere.

CLXXXIV. Hi quidem ſunt limites per interſectionem curvæ cum axe, viribus evaneſcentibus in ipſo limite. At poſſunt eſſe alii limites, ac tranſitus ab una directione virium ad aliam non per evaneſcentiam, ſed per vires auctas in infinitum, nimirum per aſym-

Digitized by Google

aſymptoticos curvæ arcus. Diximus ſupra Num 167 adnot. (i), quando crus aſymptoticum abit in *infinitum*, debere ex infinito regredi crus aliud habens pro aſymptoto eandem rectam, & poſſe regredi cum quatuor diverſis poſitionibus pendentibus a binis partibus ipſius rectæ, & binis plagis pro ſingulis rectæ partibus; ſed cum noſtra curva debeat ſemper progredi, diximus, relinqui pro ea binas ex ejusmodi quatuor poſitionibus pro quovis crure abeunte in infinitum, in quibus nimirum regreſſus fiat ex plaga oppoſita. Quoniam vero progrediente curva abire poteſt in infinitum tam crus repulſivum, quam crus attractivum, jam iterum fiunt caſus quatuor poſſibiles, quos exprimant Figuræ 16, 17, 18, & 19, in quibus omnibus eſt axis A C B, aſymptotus D C D, crus recedens in infinitum E K F, regrediens ex infinito G M H. Fig. 16. 17. 18. 19.

CLXXXV. In Fig. 16 cruri repulſivo E K F ſuccedit itidem repulſivum G M H; in Fig. 17 repulſivo attractivum; in 18 attractivo attractivum; in 19 attractivo repulſivum. Primus & tertius caſus reſpondent contactibus. Ut enim in illis evaneſcebat vis, ſed directionem non mutabat; ita & hic abit quidem in infinitum, ſed directionem non mutat. Repulſioni I K in Fig. 16 ſuccedit repulſio L M; & attractioni in Fig. 18 attractio. Quare ii caſus non habent limites quosdam. Secundus & quartus habent utique limites; nam in Fig. 17 repulſioni I K ſuccedit attractio L M; & in Fig. 19 attractioni repulſio; atque idcirco ſecundus caſus continet limitem *cohæſionis*; quartus limitem *non cohæſionis*.

CLXXXVI. Ex iſtis caſibus a noſtra curva cenſeo removendos eſſe omnes præter ſolum quartum; & in hoc ipſo removenda omnia crura, in quibus ordinata crefcit in ratione minus, quam ſimplici reciproca diſtantiarum a limite. Ratio excludendi eſt, ne haberi aliquando vis infinita poſſit, quam & per ſe ſe abſurdam cenſeo, & idcirco præterea, quod infinita vis natura ſua velocitatem infinitam requirit a ſe generandam finito tempore. Nam in primo, & ſecundo caſu punctum collocatum in ea diſtantia ab alio puncto, quam habet I, ab origine abſciſſarum, abiret ad C per omnes gradus virium auctarum in infinitum, & in C deberet habere vim infinitam; in tertio vero idem accideret puncto collocato in diſtantia, quam habet L. At in quarto caſu acceſſum ad C prohibet ex parte I attractio I K, & ex parte L repulſio L M Sed quoniam, ſi eæ creſcant in ratione reciproca minus quam ſimplici diſtantiarum C I, C L, area F K I C D, vel G M L C D erit finita, adeoque punctum

Digitized by Google

ctum impulſum verſus C velocitate majore, quam quæ reſpondeat illi areæ, deberet tranſire per omnes virium magnitudines usque ad vim abſolute infinitam in C, quæ ibi præterea & attractiva eſſe deberet, & repulſiva, limes videlicet omnium & attractivarum, & repulſivarum; idcirco ne hic quidem caſus admitti debet, niſi cum hac conditione, ut ordinata creſcat in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum a C vel etiam majore, ut nimirum area infinita evadat, & acceſſum a puncto C prohibeat.

CLXXXVII. Quando habeatur hic quartus caſus in noſtra curva cum ea conditione, tum quidem nullum punctum collocatum ex altera parte puncti C poterit ad alteram tranſilire, quacunque velocitate ad acceſſum impellatur verſus alterum punctum, vel ad receſſum ab ipſo, impediente tranſitum area repulſiva infinita, vel infinita attractiva. Inde vero facile colligitur, eum caſum non haberi ſaltem in ea diſtantia, quæ a diametris minimarum particularum conſpicuarum per microſcopia ad maxima protenditur fixarum intervalla nobis conſpicuarum per teleſcopia: lux enim liberrime permeat intervallum id omne. Quamobrem ſi ejusmodi limites aſymptotici ſunt uspiam, debent eſſe extra noſtræ ſenſibilitatis ſphæram, vel ultra omnes teleſcopicas fixas, vel citra microſcopicas moleculas.

CLXXXVIII. Expoſitis hisce, quæ ad curvam virium pertinebant, aggrediar ſimpliciora quædam, quæ maxime notatu digna ſunt, ac pertinent ad combinationem punctorum primo quidem duorum, tum trium, ac deinde plurium in maſſas etiam coaleſcentium, ubi & vires mutuas, & motus quosdam, & vires, quas in alia exercent puncta, conſiderabimus.

CLXXXIX. Duo puncta poſita in diſtantia æquali diſtantiæ limitis cujuscunque ab initio abſciſſarum, ut in Fig. 1 AE, AG, AI &c, (immo etiam ſi curva alicubi axem tangat, æquali diſtantiæ contactus ab eodem) ac ibi poſita ſine ulla velocitate quieſcent, ut patet, quia nullam habebunt ibi vim mutuam; poſita vero extra ejusmodi limites, incipient ſtatim ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere per intervalla æqualia, prout fuerint ſub arcu attractivo, vel repulſivo. Quoniam autem vis manebit ſemper usque ad proximum limitem directionis ejusdem, pergent progredi in ea recta, quæ ipſa urgebat prius, usque ad diſtantiam limitis proximi, motu ſemper accelerato, juxta legem expoſitam Num. 175, ut nimirum quadrata velocitatum integrarum, quæ acquiſitæ jam ſunt

usque

Digitized by Google

usque ad quodvis momentum (nam velocitas initio ponitur nulla) reſpondeant areis clauſis inter ordinatam reſpondentem puncto axis terminanti abſciſſam, quæ exprimebat diſtantiam initio motus, & ordinatam reſpondentem puncto axis terminanti abſciſſam, quæ exprimit diſtantiam pro eo ſequenti momento. Atque id quidem, licet interea occurrat contactus aliquis; quamvis enim in eo vis ſit nulla, tamen ſuperata diſtantia per velocitatem jam acquiſitam, ſtatim habentur iterum vires ejusdem directionis, quæ habebatur prius, adeoque perget acceleratio prioris motus.

CXC. Proximus limes erit ejus generis, cujus generis diximus limites cohæſionis, in quo nimirum ſi diſtantia per repulſionem augebatur, ſuccedet attractio; ſi vero minuebatur per attractionem, ſuccedet e contrario repulſio, adeoque in utroque caſu limes erit ejusmodi, ut in diſtantiis minoribus repulſionem, in majoribus attractionem ſecumferat. In eo limite in utroque caſu receſſus mutui vel acceſſus ex præcedentibus viribus, incipiet velocitas motus minui vi contraria priori, ſed motus in eadem directione perget, donec ſub ſequenti arcu obtineatur area curvæ æqualis illi, quam habebat prior arcus ab initio motus usque ad limitem ipſum. Si ejusmodi æqualitas obtineatur alicubi ſub arcu ſequente, ibi, extincta omni præcedenti velocitate, utrumque punctum retro reflectet curſum; & ſi prius accedebant, incipient a ſe invicem recedere; ſi recedebant, incipient accedere, atque id recuperando per eosdem gradus velocitates, quas amiſerant, usque ad limitem, quem fuerant prætergreſſa; tum amittendo, quas acquiſiverant usque ad diſtantiam, quam habuerant initio; viribus nimirum iisdem occurrentibus in regreſſu, & areolis curvæ iisdem per ſingula tempuſcula exhibentibus quadratorum velocitatis incrementa, vel decrementa eadem, quæ fuerant antea decrementa, vel incrementa. Ibi autem iterum retro curſum reflectent, & oſcillabunt circa illum cohæſionis limitem, quem fuerant prætergreſſa, quod facient hinc, & inde perpetuo, niſi aliorum externorum punctorum viribus perturbentur, habentia velocitatem maximam in plagam utramlibet in diſtantia ipſius illius limitis cohæſionis.

CXCI. Quod ſi ubi primum transgreſſa ſunt proximum limitem cohæſionis, offendant arcum ita minus validum præcedente, qui arcus nimirum ita minorem concludat aream, quam præcedens, ut tota ejus area ſit æqualis, vel etiam minor, quam illa præcedentis arcus area, quæ habetur ab ordinata reſpondente diſtantiæ

Digitized by Google

habitæ initio motus, usque ad limitem ipſum; tum vero devenient ad diſtantiam alterius limitis proximi priori, qui idcirco erit limes *non cohæſionis*. Atque ibi quidem in caſu æqualitatis illarum arearum conſiſtent, velocitatibus prioribus prorſus eliſis, & nulla vi gignente novas. At in caſu, quo tota illa area ſequentis arcus fuerit minor, quam illa pars areæ præcedentis, appellent ad diſtantiam ejus limitis motu quidem retardato, ſed cum aliqua velocitate reſidua, quam diſtantiam idcirco prætergreſſa, & nacta vires directionis mutatæ jam conſpirantes cum directione ſui motus, non, ut ante, oppoſitas, accelerabunt motum usque ad diſtantiam limitis proxime ſequentis, quam prætergreſſa procedent, ſed motu retardato, ut in priore; & ſi area ſequentis arcus non ſit par extinguendæ ante ſuum finem toti velocitati, quæ fuerat reſidua in appulſu ad diſtantiam limitis præcedentis *non cohæſionis*, & quæ acquiſita eſt in arcu ſequenti usque ad limitem cohæſionis proximum, tum puncta appellent ad diſtantiam limitis *non cohæſionis* ſequentis, ac vel ibi ſiſtent, vel progredientur itidem, eritque ſemper reciprocatio quædam motus perpetuo accelerati, tum retardati, donec deveniatur ad arcum ita validum, nimirum qui concludat ejusmodi aream, ut tota velocitas acquiſita extinguatur: quod ſi accidat alicubi, & non accidat in diſtantia alicujus limitis, curſum reflectent retro ipſa puncta, & oſcillabunt perpetuo.

CXCII. Porro in hujusmodi motu patet illud, dum itur a diſtantia limitis cohæſionis ad diſtantiam limitis non cohæſionis, velocitatem ſemper debere augeri; tum poſt tranſitum per ipſam debere minui, usque ad appulſum ad diſtantiam limitis non cohæſionis, adeoque habebitur ſemper in ipſa velocitate aliquod *maximum* in appulſu ad diſtantiam limitis cohæſionis, & *minimum* in appulſu ad diſtantiam limitis non cohæſionis. Quamobrem poterit quidem ſiſti motus in diſtantia limitis hujus ſecundi generis, ſi ſola exiſtant illa duo puncta, nec ullum externum punctum turbet illorum motum; ſed non poterit ſiſti in diſtantia limitis illius primi generis, cum ad ejusmodi diſtantias deveniatur ſemper motu accelerato. Præterea patet & illud, ſi ex quocunque loco impellantur velocitatibus æqualibus vel alterum verſus alterum, vel ad partes oppoſitas, debere haberi reciprocationes easdem auctis ſemper æque velocitatibus utriusque, dum itur verſus diſtantiam limitis primi generis, & imminutis, dum itur verſus diſtantiam limitis ſecundi generis.

CXCIII.

CXCIII. Patet & illud, ſi a diſtantia limitis primi generis dimoveantur vi aliqua, vel non ita ingenti velocitate impreſſa, oſcillationem fore perquam exiguam, ſaltem ſi quidam validus fuerit limes; nam velocitas incipiet ſtatim minui, & ei vi ſtatim vis contraria invenietur, ac puncta parum dimota a loco ſuo, tum ſibi relicta ſtatim retro curſum reflectent. At ſi dimoveantur a diſtantia limitis ſecundi generis vi utcunque exigua, oſcillatio erit multo major, quia neceſſario debebunt progredi ultra diſtantiam ſequentis limitis primi generis, poſt quem motus primo retardari incipiet. Quin immo ſi arcus proximus hinc, & inde ab ejusmodi limite ſecundi generis concluſerit aream ingentem, ac majorem pluribus ſequentibus contrariæ directionis, vel majorem exceſſu eorundem ſupra areas interjacentes directionis ſuæ, tum vero oſcillatio poterit eſſe ingens; nam fieri poterit, ut transcurrantur hinc & inde limites plurimi, antequam deveniatur ad arcum ita validum, ut velocitatem omnem elidat, & motum retro reflectat. Ingens itidem oſcillatio eſſe poterit, ſi cum ingenti vi dimoveantur puncta a diſtantia limitum generis utriuslibet; ac res tota pendet a velocitate initiali, & ab areis, quæ poſt occurrunt, & quadratum velocitatis vel augent, vel minuunt quantitate ſibi proportionali.

CIXIV. Utcunque magna ſit velocitas, qua dimoveantur a diſtantia limitum illa duo puncta, utcunque validos inveniant arcus conſpirantes cum velocitatis directione, ſi ad ſe invicem accedunt, debebunt utique alicubi motum retro reflectere, vel ſaltem ſiſtere; quia ſaltem advenient ad diſtantias illas minimas, quæ reſpondent arcui aſymptotico, cujus area eſt capax extinguendæ cuicunque velocitati utcunque magnæ. At ſi recedant a ſe invicem, fieri poteſt, ut deveniant ad arcum aliquem repulſivum validiſſimum, cujus area ſit major, quam omnis exceſſus ſequentium arearum attractivarum ſupra repulſivas, usque ad languidiſſimum illum arcum poſtremi cruris gravitatem exhibentis. Tum vero motus acquiſitus ab illo arcu nunquam poterit a ſequentibus ſiſti, & puncta illa recedent a ſe invicem in immenſum; quin immo ſi ille arcus repulſivus cum ſequentibus repulſivis ingentem habeat areæ exceſſum ſupra arcus ſequentes attractivos; cum ingenti velocitate pergent puncta in immenſum recedere a ſe invicem; & licet ad initium ejus tam validi arcus repulſivi deveniant puncta cum velocitatibus non parum diverſis, tamen velocitates receſſuum poſt novum ingens illud augmentum erunt parum admodum diſcrepantes a ſe invicem: nam ſi

Digitized by Google

ingentis radicis quadrato addatur quadratum radicis multo minoris, quamvis non exiguæ, radix extracta ex ſumma parum admodum differet a radice priore.

CXCV. Id quidem ex Euclidea etiam Geometria manifeſtum
Fig. 20. ſit. Sit in Fig. 20 AB linea longior, cui addatur ad perpendiculum BC, multo minor, quam ſit ipſa; tum centro A, intervallo AC, fiat ſemicirculus occurrens AB hinc, & inde in E, D. Quadrato AB addendo quadratum BC habetur quadratum AC, ſive AD; & tamen hæc excedit præcedentem radicem AB per ſolam BD, quæ ſemper eſt minor, quam BC, & eſt ad ipſam, ut eſt ipſa ad totam BE. Exprimat AB velocitatem, quam in punctis quieſcentibus gigneret arcus ille repulſivus per ſuam aream, una cum differentia omnium ſequentium arcuum repulſivorum ſupra omnes ſequentes attractivos: exprimat autem BC velocitatem, cum qua advenitur ad diſtantiam reſpondentem initio ejus arcus; exprimet AC velocitatem, quæ habebitur, ubi jam diſtantia evaſit major, & vis inſenſibilis, ac ejus exceſſus ſupra priorem AB erit BD, exiguus ſane etiam reſpectu BC, ſi BC fuerit exigua reſpectu AB, adeoque multo magis reſpectu EB; & ob eandem rationem perquam exigua area ſequentis cruris attractivi ingentem illam jam acquiſitam velocitatem nihil ad ſenſum mutabit, quæ permanebit ad ſenſum eadem poſt receſſum in immenſum.

CXCVI. Hæc accident binis punctis ſibi relictis, vel impulſis in recta, qua junguntur, cum oppoſitis velocitatibus æqualibus, quo caſu etiam facile demonſtratur, punctum, quod illorum diſtantiam bifariam ſecat, debere quieſcere; nunquam in hisce caſibus poterit motus extingui in adventu ad diſtantiam limitis cohæſionis, & multo minus poterunt ea bina puncta conſiſtere extra diſtantiam limitis cujuspiam, ubi adhuc habeatur vis aliqua vel attractiva, vel repulſiva. Verum ſi alia externa puncta agant in illa, poterit res multo aliter ſe habere. Ubi ex. gr. a ſe recedunt, & velocitates receſſus augeri deberent in acceſſu ad diſtantiam limitis cohæſionis, poteſt externa compreſſio illam velocitatem minuere, & extinguere in ipſo appulſu ad ejusmodi diſtantiam. Poteſt externa compreſſio cogere illa puncta manere immota etiam in ea diſtantia, in qua ſe validiſſime repellunt, uti duæ cuſpides elaſtri manu compreſſæ detinentur in ea diſtantia, a qua ſibi relictæ ſtatim recederent; & ſimile quid accidere poteſt vi attractivæ per vires externas diſtrahentes.

CXCVII.

Digitized by Googl

CXCVII. Tum vero diligenter notandum discrimen inter casus varios, quos inducit varia arcuum curvæ natura. Si puncta sint in distantia alicujus limitis cohæsionis, circa quem sint arcus ampliſſimi, ita, ut proximi limites plurimum inde distent, & multo magis etiam, quam sit tota distantia proximi citerioris limitis ab origine abscissarum, tum poterunt externa vi comprimente, vel distrahente redigi ad distantiam multis vicibus minorem vel majorem priori ita, ut semper adhuc conentur se restituere ad priorem positionem recedendo, vel accedendo, quod nimirum semper adhuc sub arcu repulsivo permaneant, vel attractivo. At si ibi frequentissimi sint limites, curva sæpissime secante axem, tum quidem post compressionem vel distractionem ab externa vi factam, poterunt sisti in multo minore, vel majore distantia, & adhuc esse in distantia alterius limitis cohæsionis sine ullo conatu ad recuperandum priorem locum.

CXCVIII. Hæc omnia aliquanto susius considerare libuit, quia in applicatione ad Physicam magno usui erunt infra hæc ipsa, & multo magis hisce similia, quæ massis respondent habentibus utique multo uberiores casus, quam bina tantummodo habeant puncta. Illa ingens agitatio cum oscillationibus variis, & motibus jam acceleratis, jam retardatis, jam retro reflexis, fermentationes, & conflagrationes exhibebit: ille egressus ex ingenti arcu repulsivo cum velocitatibus ingentibus, quæ ubi jam ad ingentes deventum est distantias, parum admodum a se invicem differant, nec ad sensum mutentur quidquam per immensa intervalla, luminis emissionem, & propagationem uniformem, ac ferme eandem in quovis ejusdem speciei radio fixarum, solis, flammæ, cum exiguo discrimine velocitatis inter diversos coloratos radios; illa vis permanens post compressionem ingentem, vel distractionem, elasticitati explicandæ inserviet; quies ob frequentiam limitum, sine conatu ad priorem recuperandam figuram, mollium corporum ideam suggeret; quæ quidem hic innuo in anteceſſum, ut magis hæreant animo, prospicienti jam hinc insignes eorum usus.

CXCIX. Quod si illa duo puncta projiciantur oblique motibus contrariis & æqualibus per directiones, quæ cum recta jungente ipsa illa duo puncta angulos æquales efficiant, tum vero punctum, in quo recta illa conjungens secatur bifariam, manebit immotum; ipsa autem duo puncta circa id punctum gyrabunt in curvis lineis æqualibus & contrariis, quæ data lege virium per distan-

Digitized by Google

tias ab ipſo puncto illo immoto (uti daretur data noſtra curva virium Figuræ 1, cujus nimirum abſciſſæ exprimunt diſtantias punctorum a ſe invicem, adeoque earum dimidiæ diſtantias a puncto illo medio immoto) invenitur ſolutione problematis a Newtono jam olim ſoluti, quod vocant *inverſum problema virium centralium*, cujus problematis generalem ſolutionem & ego exhibui ſyntheticam eodem cum Newtoniana recidentem, ſed non nihil expolitam, in Stayanis Supplementis ad Lib. 3 §. XIX.

CC. Hic illud notabo tantummodo, inter infinita curvarum genera, quæ deſcribi poſſunt, cum nulla ſit curva, quæ aſſumpto quovis puncto pro centro virium deſcribi non poſſit cum quadam virium lege, quæ definitur per Problema directum virium centralium, eſſe innumeras, quæ in ſe redeant, vel in ſpiras contorqueantur. Hinc fieri poteſt, ut duo puncta delata ſibi obviam e remotiſſimis regionibus, ſed non accurate in ipſa recta, quæ illa jungit (qui quidem caſus accurati occurſus in ea recta eſt infinities improbabilior caſu deflexionis cujuspiam, cum ſit unicus poſſibilis contra infinitos) non recedant retro, ſed circa punctum ſpatii medium immotum gyrent perpetuo ſibi deinceps ſemper proxima, intervallo etiam ſub ſenſus non cadente; qui quidem caſus itidem diligenter notandi ſunt, cum ſint futuri uſui, ubi de cohæſione, & mollibus corporibus agendum erit.

CCI. Si utcunque alio modo projiciantur bina puncta velocitatibus quibuscunque, poteſt facile oſtendi illud, punctum, quod eſt medium in recta jungente ipſa, debere quieſcere, vel progredi uniformiter in directum, & circa ipſum vel quietum, vel uniformiter progrediens, debere haberi vel illas oſcillationes, vel illarum curvarum deſcriptiones. Verum id generalius pertinet ad maſſas quotcunque & quascunque, quarum commune gravitatis centrum vel quieſcit, vel progreditur uniformiter in directum a viribus mutuis nihil turbatum. Id theorema Newtonus propoſuit, ſed non ſatis demonſtravit. Demonſtrationem accuratiſſimam, ac generalem ſimul, & non per caſuum inductionem tantummodo, inveni, ac in Diſſertatione de centro gravitatis propoſui, quam hic etiam inferius exhibebo.

CCII. Interea hic illud poſtremo loco adnotabo, quod pertinet ad duorum punctorum motum ibi uſui futurum: ſi duo puncta moveantur viribus mutuis tantummodo, & ultra ipſa aſſumatur planum quodcunque, acceſſus alterius ad illud planum ſecundum directio-

Digitized by Google

ctionem quamcunque, æquabitur receſſui alterius. Id ſponte conſequitur ex eo, quod eorum abſoluti motus ſint æquales & contrarii; cum inde fiat, ut ad directionem aliam quamcunque redacti æquales itidem maneant, & contrarii, ut erant ante. Sed de æquilibrio, & motibus duorum punctorum jam ſatis.

CCIII. Devoniendo ad ſyſtema trium punctorum, uti etiam pro punctis quotcunque, res, ſi generaliter pertractari deberet, reduceretur ad hæc duo problemata, quorum alterum pertinet ad vires, & alterum ad motus: 1mo Data poſitione & diſtantia mutua eorum punctorum, invenire magnitudinem, & directionem vis, qua urgetur quodvis ex ipſis, compoſitæ a viribus, quibus urgetur a reliquis, quarum ſingularum virium lex communis datur per curvam figuræ 1mæ. 2do Data illa lege virium figuræ 1mæ, invenire motus eorum punctorum, quorum ſingula cum datis velocitatibus projiciantur ex datis locis cum datis directionibus. Primum facile ſolvi poteſt, & poteſt etiam ope curvæ figuræ 1mæ determinari lex virium generaliter pro omnibus diſtantiis aſſumptis in quavis recta poſitionis datæ, atque id tam Geometrice determinando per puncta curvas, quæ ejusmodi legem exhibeant, ac determinent ſive magnitudinem vis abſolutæ, ſive magnitudines binarum virium, in quas ea concipiatur reſoluta, & quarum altera ſit perpendicularis datæ illi rectæ, altera ſecundum illam agat; quam exhibendo tres formulas analyticas, quæ id præſtent. Secundum omnino generaliter acceptum, & ita, ut ipſas curvas deſcribendas liceat definire in quovis caſu vel conſtructione, vel calculo, ſuperat (licet puncta ſint tantummodo tria) vires methodorum adhuc cognitarum: & ſi pro punctis ſubſtituantur maſſæ punctorum, eſt illud ipſum celeberrimum problema trium corporum, usque adeo quæſitum per hæc noſtra tempora, & non niſi pro peculiaribus quibusdam caſibus, & cum ingentibus limitationibus, nec adhuc ſatis promoto ad accurationem calculo, ſolutum a pauciſſimis noſtri ævi Geometris primi ordinis.

CCIV. Pro hoc ſecundo caſu illud eſt notiſſimum, ſi tria puncta ſint in Fig. 21 A, C, B, & diſtantia AB duorum diviſa ſemper bifariam in D, ac ducta CD, & aſſumpto ejus triente DE, utcunque moveantur eadem puncta motibus compoſitis a projectionibus quibuscunque, & mutuis viribus, punctum E debere vel quieſcere ſemper, vel progredi in directum motu uniformi. Pendet id a generali theoremate de centro gravitatis, cujus & ſuperius in- Fig. 21.

Digitized by Google

injecta eſt mentio, & de quo agemus infra pro maſſis quibuscunque. Hinc ſi ſibi relinquantur, accedet C ad E, & rectæ AB punctum medium D ibit ipſi obviam verſus ipſum cum velocitate dimidia ejus, quam ipſum habebit, vel contra recedent, vel hinc, aut inde movebuntur in latus, per lineas tamen ſimiles, atque ita, ut C & D ſemper reſpectu puncti E immoti ex adverſo ſint, in quo motu tam directio rectæ AB, quam directio rectæ CD, & ejus inclinatio ad AB, plerumque mutabitur.

CCV. Quod pertinet ad inveniendam vim pro quacunque poſitione puncti C reſpectu punctorum A & B, ea facile ſic inve-
Fig. 1. nietur. In Fig. 1 aſſumendæ eſſent abſciſſæ in axe æquales rectis AC, BC, & erigendæ ordinatæ ipſis reſpondentes, quæ vel ambæ eſſent ex parte attractiva, vel ambæ ex parte repulſiva; vel prima attractiva, & ſecunda repulſiva; vel prima repulſiva, & ſecunda attractiva. In primo caſu ſumendæ eſſent CL, CK ipſis æquales (figura 21 exhibet minores, ne nimis excreſcat) verſus A & B; in ſecundo CN, CM ad partes oppoſitas A, B; in tertio CL verſus A, & CM ad partes oppoſitas B; in quarto CN ad partes oppoſitas A, & CK verſus B. Tum completo parallelogrammo LCKF, vel MCNH, vel LCMI, vel KCNG, diameter CF, vel CH, vel CI, vel CG exprimeret directionem, & magnitudinem vis compoſitæ, qua urgetur C a reliquis binis punctis.

CCVI. Hinc ſi aſſumantur ad arbitrium duo loca quæcunque punctorum A, & B, ad quæ referendum ſit tertium C, ducta quavis recta DEC indefinita, ex quovis ejus puncto poſſet erigi recta ipſi perpendicularis, & æqualis illi diametro, ut CF in primo caſu, ac haberetur curva exprimens vim abſolutam. Sed ſatius eſſet binas curvas conſtruere, alteram, quæ exprimeret vim redactam ad directionem DC per perpendiculum FO, ut CO; alteram, quæ exprimeret vim perpendicularem OF: nam eo pacto haberentur etiam directiones vis abſolutæ ab iis compoſitæ per ejusmodi binas ordinatas. Oporteret autem ipſam ordinatam curvæ utriuslibet aſſumere ex altera plaga ipſius CD, vel ex altera oppoſita, prout CO jaceret verſus D, vel ad plagam oppoſitam pro prima curva; & prout OF jaceret ad alteram partem rectæ DC, vel ad oppoſitam, pro ſecunda.

CCVII. Hoc pacto datis locis A, B pro ſingulis rectis egreſſis e puncto medio D duæ haberentur diverſæ curvæ, quæ diverſas admodum exhiberent virium leges; ac ſi quæreretur locus geome-

Digitized by

metricus continuus, qui exprimeret simul omnes ejusmodi leges pertinentes ad omnes ejusmodi curvas, sive indefinite exhiberet omnes vires pertinentes ad omnia puncta C, ubicunque collocata, oporteret erigere in omnibus punctis C rectas normales plano A C B, alteram æqualem CO, alteram CF, & vertices ejusmodi normalium determinarent binas superficies quasdam continuas, quarum altera exhiberet vires in directione CD attractivas ad D, vel repulsivas respectu ipsius, prout, cadente O citra, vel ultra C, normalis illa fuisset erecta supra, vel infra hoc planum; & altera pariter vires perpendiculares. Ejusmodi locus geometricus, si algebraice tractari deberet, esset ex iis, quos Geometræ tractant tribus indeterminatis per unicam æquationem inter se connexis; ac data æquatione ad illam primam curvam Fig. 1, posset utique inveniri tam æquatio ad utramlibet curvam respondentem singulis rectis DC, constans binis tantum indeterminatis; quam æquatio determinans utramlibet superficiem simul indefinite per tres indeterminatas. (n)

O CCVIII.

(n) *Stantibus in Fig.* 22 *punctis* A D B C K F L O, *ut in Figura* 21, *ducantur perpendicula* BP, AQ *in* CD, *quæ dabuntur data inclinatione* DC, *& punctis* BP, AQ, *ac pariter dabuntur &* DP, DQ. *Dicatur præterea* DC = x, *& dabuntur analytice* CQ, CP: *quare ob angulos rectos* P, Q, *dabuntur etiam analytice* CQ, CP. *Denominentur* CK = u, CL = z, CF = y. *Quoniam datur* AB, *& dantur analytice* AC, CB, *dabitur analytice ex applicatione algebræ ad Trigonometriam sinus anguli* ACB *per* x, *& datas quantitates, qui est idem, ac sinus anguli* CKF *complementi ad duos rectos. Datur autem idem ex datis analytice valoribus* CK = u, KF = CL = z, CF = y; *quare habetur ibi una æquatio per* x, y, z, u, *& constantes. Si præterea valor* CB *ponatur pro valore abscissæ in æquatione curvæ figuræ 1mæ, acquiritur altera æquatio per valores* CK, CB, *sive per* x, u, *& constantes. Eodem pacto invenietur ope æquationis curvæ Figuræ 1mæ tertia æquatio per* AC, *&* CL, *adeoque per* x, z *& constantes. Quare jam habebuntur æquationes tres per* x, u, z, y, *& constantes, quæ, eliminatis* u *&* z, *reducentur ad unicam per* x, y *& constantes, ac ea primam illam curvam definiet.* Fig. 22.

Quod si quæratur æquatio ad secundam curvam, cujus ordinata est CO, *vel tertiam, cujus ordinata* OF, *inveniri itidem poterit. Nam datur analytice sinus anguli* $DCB = \frac{BP}{CB}$, *& in triangulo* FCK *datur analytice sinus* $FCK = \frac{FK}{CF} \times \sin CKF$.

Quare datur analytice etiam sinus differentiæ OCF, *adeoque & ejus cosinus, & inde, ac ex* CF, *datur analytice* OF, *vel* CO. *Si igitur altera ex illis dicatur* p, *acquiritur nova æquatio, cujus ope una cum superioribus eliminari poterit*

præ-

Digitized by Google

CCVIII. Si pro duobus punctis tantummodo agentibus in tertium daretur numerus quicunque punctorum positorum in datis locis, ac agentium in idem punctum, posset utique constructione simili inveniri vis, qua singula agunt in ipsum collocatum in quovis assumpto loci puncto, ac vis ex ejusmodi viribus composita definiretur tam directione, quam magnitudine, per notam virium compositionem. Posset etiam analysis adhiberi ad exprimendas curvas per æquationes duarum indeterminatarum pro rectis quibuscunque, & (o) si omnia puncta jaceant in eodem plano, superficies

praterea una alia indeterminata; adeoque eliminata CF = y, *habebitur unica æquatio per* x, p, & *constantes, qua exhibebit utramlibet e reliquis curvis determinantibus legem virium* CO, *vel* OF.

Pro æquatione cum binis indeterminatis, qua exhibeat locum ad superficiem, ducatur CR *perpendicularis ad* AB, & *dicatur* DR = x, RC = q, *denominatis, ut prius,* CK = u, CL = z, CF = y; & *quoniam dantur* AD, DB, *dabuntur analytice per* x, & *constantes* AR, RB, *adeoque per* x, q, & *constantes* AC, CB, & *factis omnibus reliquis ut prius, habebuntur quatuor æquationes per* x, q, u, x, y, p, & *constantes, qua eliminatis valoribus* u, z, y, *reducentur ad unicam datam per constantes, & tres indeterminatas* x, p, q, *sive* DR, RC, & CO, *vel* OF, *qua exhibebit quæsitum locum ad superficiem.*

Calculus quidem esset immensus, sed patet methodus, qua deveniri possit ad æquationem quæsitam. Mirum autem, quanta curvarum, & superficierum, adeoque & legum virium varietas obveniret, mutata tantummodo distantia AB *binorum punctorum agentium in tertium, qua mutata, mutatur tota lex, & æquatio.*

(o) *Hæc conditio punctorum jacentium in eodem plano necessaria fuit pro loco ad superficiem, & pro æquatione, qua legem virium exhibeat per æquationem indeterminatarum tantummodo trium: at si puncta sint plura, & in eodem plano non jaceant, quod punctis tantummodo tribus accidere omnino non potest, tum vero locus ad superficiem, & æquatio trium indeterminatarum non sufficit, sed ad eam generaliter exprimendam legem, Geometria omnis est incapax, & analysis indiget æquatione indeterminatarum quatuor. Primum patet ex eo, quod si manentibus punctis* A, B, *exeat punctum* C *ex date quadam plano, pro quo constructus sit locus a superficiem, liceret convertere circa rectam* AB *planum illud cum superficie curva legem virium determinante, donec ad punctum* C *deveniret planum ipsum: tum enim erecto perpendiculo usque ad superficiem illam curvam, definiretur per ipsum vis agens secundum rectam* CD, *vel ipsi perpendicularis, prout locus ille ad curvam superficiem constructus fuerit pro altera ex iis.*

At secundum sit manifestum ex eo, quod si puncta agentia sint etiam omnia in eodem plano, & punctum, cujus vis composita quæritur, in quavis recta posita extra ipsum planum, relationes omnes distantiarum a reliquis punctis, ac directionum, a quibus pendent vires singulorum, & compositio ipsarum virium, longe alia essent, ac in quavis recta in eodem plano posita, uti facile videre est. Hinc pro quovis puncto

Digitized by Google

cies per æquationem trium. Mirum autem, quanta inde diversarum legum combinatio oriretur. Sed & ubi duo tantummodo puncta agant in tertium, incredibile dictu est, quanta diversitas legum & curvarum inde erumpat. Manente etiam distantia AB, leges pertinentes ad diversas inclinationes rectæ DC ad AB, admodum

do loci ubicunque assumpto sua responderet vis composita, & quarta aliqua plaga, seu dimensio, prater longum, latum, & profundum, requireretur ad ducendas ex omnibus punctis spatii rectas iis viribus proportionales, quarum rectarum vertices locum continuum aliquem exhiberent determinantem viriam legem.

Sed quod Geometria non assequitur, assequeretur quarta aliqua dimensio mente concepta, ut si conciperetur spatium totum plenum materia continua, quod in mea sententia cogitatione tantummodo effingi potest, & ea esset in omnibus spatii punctis densitatis diversæ, vel diversi pretii; tum illa diversa densitas, vel illud pretium, vel quidpiam ejusmodi, exhibere posset legem virium ipsi respondentium, quæ nimirum ipsi essent proportionales. Sed ibi iterum ad determinandam directionem vis compositæ non esset satis resolutio in duas vires, alteram secundum rectam transeuntem per datum punctum; alteram ipsi perpendicularem; sed requirerentur tres, nimirum vel omnes secundum tres datas directiones, vel tendentes per rectas, quæ per data tria puncta transeant, vel quævis alia certa lege definitas: adeoque tria loca ejusmodi ad spatium, quarta aliqua dimensione, vel qualitate affectum requirerentur, quæ tribus ejusmodi plusquam Geometricis legibus vis composita legem definirent, tum quod pertinet ad ejus magnitudinem, tum quod ad directionem.

Verum quod non assequitur Geometria, assequeretur analysis ope æquationis quatuor indeterminatarum; si enim conciperetur planum, quod libuerit, ut ACB, *& in eo quævis recta* AB, *ac in ipsa recta quodvis punctum* D, *tum quovis hujus segmento* DR *appellato* x, *quavis recta* RC *ipsi perpendiculari* y, *quævis tertia perpendiculari ad totum planum* z, *per hasce tres indeterminatas involveretur positio puncti spatii cujuscunque, in quo collocatum esset punctum materiæ, cujus vis quæritur Punctorum agentium utcunque collocatorum ubicunque vel intra id planum, vel extra, possent definiri positiones per ejusmodi tres rectas, datas utique pro singulis, si earum positiones dentur. Per eas, & per illas* x, y, z, *posset utique haberi distantia cujuscunque ex iis punctis agentibus, & positione datis, a puncto indefinite accepto; adeoque ope æquationis figuræ 1mæ posset haberi analytice per æquationes quasdam, ut supra, vis ad singula agentia puncta pertinens, & per easdem rectas ejus etiam directio resoluta in tres parallelas illis* x, y, z. *Hinc haberetur analytice omnium summa pro singulis ejusmodi directionibus per aliam æquationem derivatam ab ejus summæ denominatione, ea nimirum facta* = u, *ac expunctis omnibus subsidiariis valoribus, methodo non absimili ei, quam adhibuimus superius pro loco ad superficiem, deveniretur ad unam æquationem constitutam illis quatuor indeterminatis* x, y, z, u, *& constantibus; ac tres ejusmodi æquationes pro tribus directionibus vim omnem compositam definirent. Sed hæc innuisse sit satis, quæ nimirum & altiora sunt, & ob ingentem complicationem casuum, ac nostræ humanæ mentis imbecillitatem nulli nobis inferius sunt usui.*

Digitized by Google

dum diverſæ obveniunt inter ſe: mutata vero punctorum A, B diſtantia a ſe invicem, leges etiam pertinentes ad eandem inclinationem DC differunt inter ſe plurimum; & infinitum eſſet ſingula perſequi, quanquam earum variationum cognitio, ſi obtineri utcunque poſſet, mirum in modum vires imaginationis extenderet, & objiceret diſcrimina quamplurima ſcitu digniſſima, & maximo futura uſui, & incredibilem Theoriæ fœcunditatem oſtenderet.

CCIX. Ego hic ſimpliciora quædam, ac faciliora, & uſum habitura in ſequentibus, ac in applicatione ad Phyſicam inprimis, attingam tantummodo; ſed interea quod ad generalem pertinet determinationem expoſitam, duo adnotanda proponam, Primo quidem in ipſa trium punctorum combinatione occurrit jam hic nobis præter vim determinantem ad acceſſum & receſſum, vis urgens in latus, ut in Fig. 21, præter vim CF, vel CN, vis CI vel CG. Id erit infra magno uſui ad explicanda ſolidorum phænomena, in quibus inclinato fundo virgæ ſolidæ tota virga, & ejus vertex moventur in latus, ut certam ad baſin poſitionem acquirant. Deinde vero illud: hæc omnia curvarum & legum diſcrimina, tam quæ pertinent ad diverſas directiones rectarum DC, data diſtantia punctorum A, B, quam quæ pertinent ad diverſas diſtantias ipſorum punctorum A, B, data etiam directione DC, ac hasce vires in latus, haberi debere in exiguis illis diſtantiis, in quibus curva Fig. 1 circa axem contorquetur, ubi nimirum mutata parum admodum diſtantia vires ſingulorum punctorum mutantur plurimum, & e repulſivis etiam abeunt in attractivas, ac vice verſa, & ubi reſpectu alterius puncti haberi poſſit attractio, reſpectu alterius repulſio, quod utique requiritur, ut vis dirigatur extra angulum ACB, & extra ipſi ad verticem oppoſitum. At in majoribus diſtantiis, in quibus jam habetur illud poſtremum crus Fig. 1 exprimens arcum attractivum ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, vis in punctum C a punctis A, B inter ſe proximis, utcunque ejusmodi diſtantia mutetur, & quæcunque fuerit inclinatio CD ad AB, erit ſemper ad ſenſum eadem, directa ad ſenſum ad punctum D, & ad ſenſum proportionalis reciproce quadrato diſtantiæ DC ab ipſo puncto D, & ad ſenſum dupla ejus, quam in curva Figuræ 1mæ requireret diſtantia DC.

Fig. 21.

CCX. Id quidem facile demonſtratur. Si enim AB reſpectu DC ſit perquam exigua, angulus ACB erit perquam exiguus, & a recta CD ad ſenſum bifariam ſectus: diſtantiæ AC, CB erunt ad

ſe

ſe invicem ad ſenſum in ratione æqualitatis, adeoque & vires CL, CK ambæ attractivæ debebunt ad ſenſum æquales eſſe inter ſe, & proinde LCKF ad ſenſum rhombus, diametro CF ad ſenſum ſecante angulum LCK bifariam, quæ rhombi proprietas eſt, & ipſa CF congruente cum CO, ac (ob angulum FCK inſenſibilem, & CKF ad ſenſum æqualem duobus rectis) æquali ad ſenſum binis CK, KF, ſive CK, CL, ſimul ſumptis, quæ ſingulæ cum ſint quam proxime in ratione reciproca duplicata diſtantiarum CB, CA, erunt & eædem, & earum ſumma ad ſenſum in ratione reciproca duplicata diſtantiæ CD.

CCXI. Porro id quidem commune eſt etiam maſſulis conſtantibus quocunque punctorum numero. Mutata illarum combinatione, vis compoſita a viribus ſingulorum agens in punctum diſtans a maſſula ipſa per intervallum perquam exiguum, nimirum ejusmodi, in quo curva figuræ Imæ circa axem contorquetur, debet mutare plurimum tam intenſitatem ſuam, quam directionem, & fieri utique poteſt, quod infra etiam in aliquo ſimpliciore caſu trium punctorum videbimus, ut in alia combinatione punctorum maſſulæ pro eadem diſtantia a medio repulſiones prævaleant, in alia attractiones, in alia oriatur vis in latus ad perpendiculum, ac in eadem conſtitutione maſſulæ pro diverſis directionibus admodum diverſæ ſint vires pro eadem etiam diſtantia a medio At in magnis illis diſtantiis, in quibus ſingulorum punctorum vires jam attractivæ ſunt omnes, & directiones, ob molem maſſulæ tam exiguam reſpectu ingentis diſtantiæ, ad ſenſum conſpirant, vis compoſita ex omnibus dirigetur neceſſario ad punctum aliquod intra maſſulam ſitum, adeoque ad ſenſum ejus directio erit eadem, ac directio rectæ tendentis ad mediam maſſulam, ac æquabitur vis ipſa ad ſenſum ſummæ virium omnium punctorum conſtituentium ipſam maſſulam, adeoque erit attractiva ſemper, & ad ſenſum proportionalis in diverſis etiam maſſulis numero punctorum directe, & quadrato diſtantiæ a medio maſſulæ ipſius reciproce; ſive generaliter erit in ratione compoſita ex directa ſimplici maſſarum, & reciproca duplicata diſtantiarum. Multo autem magis erit diſcrimen in exiguis illis diſtantiis, ſi non unicum punctum a maſſula illa ſolicitetur, ſed maſſula alia, cujus vis componatur e ſingulis viribus ſingulorum ſuorum punctorum, quod tamen in maſſula etiam reſpectu maſſulæ admodum remotæ evaneſcet, ſingulis ejus punctis vires habentibus ad ſenſum æquales, & agentes in eadem ad ſenſum directione; unde fiet, ut vis

Digitized by Google

motrix ejus maſſulæ ſolicitatæ, orta ab actionibus illius alterius remotæ maſſulæ, ſit ad ſenſum proportionalis numero punctorum, quæ habet ipſa, numero eorum, quæ habet altera, & quadrato diſtantiæ, quæcunque ſit diverſa diſpoſitio punctorum in utralibet, quicunque numerus.

CCXII. Mirum ſane, quantum in applicatione ad Phyſicam hæc animadverſio habitura ſit uſum; nam inde conſtabit, cur omnia corporum genera gravitatem accelaratricem habeant proportionalem maſſæ, in quam tendunt, & quadrato diſtantiæ, adeoque in ſuperficie terræ aurum, & pluma cum æquali celeritate deſcendant ſecluſa reſiſtentia, vim autem totam, quam etiam pondus appellamus, proportionalem præterea maſſæ ſuæ, adeoque in ordine ad gravitatem nullum ſit diſcrimen, quæcunque differentia habeatur inter corpora, quæ gravitant, & in quæ gravitant, ſed ad ſolam demum maſſam, & diſtantiam deveniat res; at in proprietatibus, quæ pendent a minimis diſtantiis, in quibus nimirum fiunt reflexiones lucis, & refractiones cum ſeparatione colorum pro viſu, vellicationes fibrarum palati pro guſtu, incurſus odoriferarum particularum pro odoratu, tremor communicatus particulis aeris proximis, & propagatus usque ad tympanum auriculare pro auditu, aſperitas, ac aliæ ſenſibiles ejusmodi qualitates pro tactu, cohæſionum diverſa genera, ſecretiones, nutritionesque, fermentationes, conflagrationes, diſploſiones, præcipitationes, ac alii effectus Chemici omnes, & mille alia ejusmodi, quæ diverſa corpora a ſe invicem diſcernunt, in iis, inquam, tantum ſit diſcrimen, & vires tam variæ, ac tam varii motus, qui tam varia phænomena, & omnes ſpecificas tot corporum differentias inducunt, conſenſu Theoriæ hujus cum omni natura ſane admirabili. Sed hæc ad maſſas pertinent, & ad applicationem ad Phyſicam; interea peculiaria quædam perſequar ex innumeris iis, quæ pertinent ad diverſas leges binorum punctorum agentium in tertium.

CCXIII. Si libeat conſiderare illas leges, quæ oriuntur in recta perpendiculari ad AB ducta per D, vel in ipſa AB hinc, & inde producta, inprimis facile eſt videre illud, directionem vis compoſitæ utrobique fore eandem cum ipſa recta ſine ulla vi in latus, & ſine ulla declinatione a recta, quæ tendit ad ipſum D, vel ab ipſo. Pro recta AB res conſtat per ſe ſe; nam vires illæ, quæ ad bina ea puncta pertinent, vel habebunt directionem eandem, vel oppoſitas, jacente ipſo tertio puncto in directum cum utroque

eprio-

e prioribus: unde fit, ut vis compoſita æquetur ſummæ, vel differentiæ virium ſingularum componentium, quæ in eadem recta remaneat. Pro recta perpendiculari facile admodum demonſtratur. Si enim in Fig. 23 recta DC fuerit perpendicularis ad AB ſectam bifariam in D, erunt AC, BC æquales inter ſe. Quare vires, quibus C agitatur ab A & B, æquales erunt, & proinde vel ambæ attractivæ, ut CL CK, vel ambæ repulſivæ, ut CN, CM. Quare vis compoſita CF, vel CH, erit diameter rhombi, adeoque ſecabit bifariam angulum LCK, vel NCM; quos angulos cum bifariam ſecet etiam recta DC, ob æqualitatem triangulorum DCA, DCB, patet, ipſas CF, CH debere cum eadem congruere. Quamobrem in hisce caſibus evaneſcit vis illa perpendicularis FO, quæ in præcedentibus binis figuris habebatur, ac in iis per unicam æquationem res omnis abſolvitur, quarum ea, quæ ad poſteriorem caſum pertinet, admodum facile invenitur. Fig. 23.

CCXIV. Legem pro recta perpendiculari rectæ jungenti duo puncta, & æque diſtanti ab utraque, exhibet Fig. 24, quæ vitandæ confuſionis cauſa exhibetur, ubi ſub numero 24 habetur littera B, ſed quod ad ejus conſtructionem pertinet, habetur ſeparatim, ubi ſub Num. 24 habetur littera A, ex quibus binis figuris habetur unica, ſi puncta XYEAE cenſeantur utrobique eadem. In ea X, Y ſunt duo materiæ puncta, & ipſam XY recta CC ſecat bifariam in A. Curva, quæ vires compoſitas ibi exhibet per ordinatas, conſtructa eſt ex Fig. 1, quod fieri poteſt, inveniendo vires ſingulas ſingulorum punctorum, tum vim compoſitam ex iis more conſueto juxta generalem conſtructionem Num. 205; (p) ſed etiam ſic facilius idem præſtatur: centro Y intervallo cujusvis abſciſſæ *Ad* fig. 1 inveniatur in fig. 24 ſub litera A in recta CC punctum *d*, ſumaturque *de* verſus Y æqualis ordinatæ *db* fig. 1, ductoque *ea* perpendiculo in CA, erigatur eidem CA itidem perpendicularis *db* dupla *da* verſus plagam electam ad arbitrium pro attractionibus, vel verſus oppoſitam, prout illa ordinata in fig. 1 attractionem, vel repulſionem exprefferit, & erit punctum *b* ad curvam exprimentem legem virium, Fig. 24.

qua

(p) *Ducta enim* LK *in Fig.* 23 *ipſam* FC *ſecabit biſariam, & ad angulos rectos ex rhombi natura. Dicatur* CD = x, CF = y, DB = a, *& erit* CB = $\sqrt{aa+xx}$ *&* CD = x. CB = $\sqrt{aa+xx}$ :: CI = $\frac{1}{2}$y. CK = $\frac{y}{2x}\sqrt{aa+xx}$, *quo valore poſito in æquatione curvæ Fig.* 1 *pro valore ordinatæ, & $\sqrt{aa+xx}$ pro valore abſciſſæ, habebitur immediate æquatio nova per* x, y, *& conſtantes, quæ ejusmodi curvam determinabit.*

Digitized by Google

qua punctum ubicunque collocatum in recta CC̀ solicitatur a binis X, Y.

CCXV. Demonstratio facilis est: si enim ducatur dX, & in ea sumatur dc æqualis de, ac compleatur rhombus $debc$, patet, fore ejus verticem b in recta dA bifariam secante angulum $X\,dY$, cujus diameter db exprimet vim compositam a binis de, dc, quæ bifariam secabitur a diametro altera ec, & ad angulos rectos, adeoque in ipso illo puncto a; & db, dupla da, æquabitur db exprimenti vim, quæ respectu A erit attractiva, vel repulsiva, prout illa db figuræ Imæ fuerit itidem attractiva, vel repulsiva.

CCXVI. Porro ex ipsa constructione patet, si centro Y, intervallis AE, AG, AI Fig. Imæ inveniantur in recta CAC̀ puncta E, G, I &c, ea fore limites respectu novæ curvæ; & eodem pacto reperiri posse limites EGI &c ex parte opposita A; in iis enim punctis evanescente de evadit nulla da, & db. Notandum tamen, ibi mutari plagam attractivam in repulsivam, & vice versa; nam in toto tractu CA vis attractiva ad A habet directionem CC, & in tractu AC̀ vis itidem attractiva ad A habet directionem oppositam CC̀. Deinde facile patebit, vim in A fore nullam, ubi nimirum oppositæ vires se destruent, adeoque ibi debere curvam axem secare; ac licet distantiæ AX, AY fuerint perquam exiguæ, ut idcirco repulsiones singulorum punctorum evadant maximæ; tamen prope A vires erunt perquam exiguæ ob inclinationes duarum virium ad XY ingentes, & contrarias; & si ipsæ AY, AX fuerint non majores quam sit AE Figuræ Imæ, postremus arcus EDA erit repulsivus, secus si fuerint majores, quam AE, & non majores, quam AG. atque ita porro, cum vires in exigua distantia ab A debeant esse ejus directionis, quam in Fig. I requirunt, abscissæ paullo majores, quam YA. Postrema crura TpV, $Tp\dot{V}$, patet, fore attractiva; & si in Figura Ima fuerint asymptotica, fore asymptotica etiam hic; sed in A nullum erit asymptoticum crus.

Fig. 25. CCXVII. At curva, quæ exhibet in Fig. 25 legem virium pro recta CC̀ transeunte per duo puncta X, Y, est admodum diversa a priore. Ea facile construitur: satis est pro quovis ejus puncto d assumere in Fig. I duas abscissas æquales, alteram Yd hujus figuræ, alteram Xd ejusdem, & sumere hic db æqualem summæ, vel differentiæ binarum ordinatarum pertinentium ad eas abscissas, prout fuerint ejusdem directionis, vel contrariæ, & eam ducere ex parte attractiva, vel repulsiva, prout ambæ ordinatæ

Fig.

Digitized by Google

Fig. 1, vel earum major, attractiva fuerit, vel repulsiva. Habebitur autem asymptotus b Y c, & ultra ipsam crus asymptoticum D E, citra ipsam autem crus itidem asymptoticum *d g* attractivum respectu A, cui attractivum, sed directionis mutatæ respectu C Ċ, ut in Fig. superiore diximus, ad partes oppositas A debet esse aliud *g d*, habens asymptotum bc transeuntem per X; ac utrumque crus debet continuari usque ad A, ubi curva secabit axem. Hoc postremum patet ex eo, quod vires oppositæ in A debeant elidi; illud autem prius ex eo, quod si A sit prope Y, & ad ipsum in infinitum accedat, repulsio ab Y crescat in infinitum, vi, quæ provenit ab X, manente finita; adeoque tam summa, quam differentia debet esse vis repulsiva respectu Y, & proinde attractiva respectu A, quæ imminutis in infinitum distantiis ab Y augebitur in infinitum. Quare ordinata *a g* in accessu ad *b Y c* crescet in infinitum; unde consequitur, arcum *g a* fore asymptoticum respectu *Y c*; & eadem erit ratio pro *a g*, & arcu *g d* respectu *b X c*.

CCXVIII. Poterit autem etiam arcus curvæ interceptus asymptotis *b Y c*, *b X c*, sive cruribus *d e*, *d g* secare alicubi axem, ut exhibet Fig. 26; qu in immo & in locis pluribus, si nimirum A Y sit satis major, quam A E Fig. 1mæ, ut ab Y habeatur alicubi citra A attractio, & ab X repulsio, vel ab X repulsio major, quam repulsio ab Y. Ceterum sola inspectione postremarum duarum Figurarum patebit, quantum discrimen inducat in legem virium, vel curvam, sola distantia punctorum X, Y. Utraque enim figura derivata est a figura 1ma, & in Fig. 25 assumpta est X Y æqualis A E Figuræ 1mæ, in Fig. 26 æqualis A I ejusdem, quæ variatio usque adeo muravit figuræ genitæ ductum; & assumptis aliis, atque aliis distantiis punctorum X, Y, aliæ, atque aliæ curvæ novæ provenirent, quæ inter se collatæ, & cum illis, quæ habentur in recta CAC perpendiculari ad XAY, uti est in Fig. 24; ac multo magis cum iis, quæ ad alias rectas pertinentes mente concipi possunt, satis confirmant id, quod supra innui de tanta multitudine, & varietate legum provenientium a sola etiam duorum punctorum agentium in tertium dispositione diversa; ut & illud itidem patet ex sola etiam harum trium curvarum delineatione, quanta sit ubique conformitas in arcu illo attractivo T *p* V, ubique conjuncta cum tanto discrimine in arcu se circa axem contorquente. Fig. 26

CCXIX. Verum ex tanto discriminum numero unum seligam maxime notatu dignum, & maximo nobis usui futurum inferius.

Digitized by Google

Fig. 27. Sit in Fig. 27 CAC axis idem, ac in Fig. 1, & quinque arcus conſequenter accepti alicubi GHI, IKL, LMN, NOP, PQR ſint æquales prorſus inter ſe, ac ſimiles. Ponantur autem bina puncta B, B hinc & inde ab A in Fig. 28 ad intervallum æquale dimidiæ amplitudini unius e quinque iis arcubus, ut uni GI, vel IL; in Fig. 29 ad intervallum æquale integræ ipſi amplitudini; in Fig. 30 ad intervallum æquale duplæ; ſint autem puncta L, N in omnibus hisce figuris eadem, & quæratur, quæ futura ſit vis in quovis puncto g intervalli LN in hisce tribus poſitionibus punctorum BB.

Fig. 28. 29. 30.

CCXX Si in Fig. 27 capiantur hinc, & inde a g intervalla æqualia intervallis AB, AB reliquarum trium figurarum ita, ut *g e*, *g i* reſpondeant Fig. 28, *g c*, *g m* Figuræ 29; *g a*, *g o* Fig. 30, patet, intervallum *e i* fore æquale amplitudini LN, adeoque L*e*, N*i* æquales fore dempto communi L*i*, ſed puncta *e*, *i* debere cadere ſub arcus proximos directionum contrariarum; ob arcuum vero æqualitatem fore æqualem vim *ef* vi contrariæ *i l*, adeoque in Fig. 28 vim ab utraque compoſitam, reſpondentem puncto *g*, fore nullum. At quoniam *g c*; *g m* integræ amplitudini æquantur, cadent puncta *c*, *m* ſub arcus IKL, LOP, conformes etiam directione inter ſe, ſed directionis contrariæ reſpectu arcus LMN, eruntque æquales *m*N, *c*I ipſi *g*L, adeoque attractiones *m n*, *c d*, & repulſioni *g b* æquales, & inter ſe; ac idcirco in Fig. 29 habebitur vis attractiva *g b* compoſita ex iis binis dupla repulſivæ Fig. 27. Demum cum *g a*, *g o* ſint æquales duplæ amplitudini, cadent puncta *a*, *o* ſub arcus GHI, PQR conformis directionis inter ſe, & cum arcu LMN, eruntque pariter binæ repulſiones *a b*, *o p* æquales repulſioni *g b* & inter ſe. Quare vis ex iis compoſita pro Fig. 30 erit repulſio *g b* dupla repulſionis *g b* Fig. 28, & æqualis attractioni Fig. 29.

CCXXI. Inde igitur jam patet, loci geometrici exprimentis vim compoſitam, qua bina puncta B, B agunt in tertium, partem, quæ reſpondet intervallo eidem LN, fore in prima e tribus eorum poſitionibus propoſitis ipſum axem LN, in ſecunda arcum attractivum LMN, in tertia repulſivum, utroque recedente ab axe ubique duplo plus, quam in Fig. 27; ac pro quovis ſitu puncti g in toto intervallo LN in primo e tribus caſibus fore prorſus nullam; in ſecundo fore attractionem; in tertio repulſionem æqualem ei, quam bina puncta B, B exercent in tertium punctum ſitum in *g*, ſi collocarentur ſimul in A, licet in omnibus hisce caſibus diſtantia pun-

Digitized by Google

puncti ejusdemg a medio ſyſtematis eorundem duorum punctorum, ſive a centro particulæ conſtantis iis duobus punctis ſit omnino eadem. Poſſunt autem in omnibus hisce caſibus puncta B, B eſſe ſimul in arctiſſimis limitibus cohæſionis inter ſe, adeoque particulam quandam conſtantis poſitionis conſtituere. Æqualitas ejusmodi accurata inter arcus, & amplitudines ac limitum diſtantias in Figura 1 non dabitur uspiam, cum nullus arcus curvæ derivatæ utique continuæ, deductæ nimirum certa lege a curva continua, poſſit congruere accurate cum recta; at poterunt ea omnia ad æqualitatem accedere, quantum libuerit; poterunt hæc ipſa diſcrimina haberi ad ſenſum per tractus continuos aliis modis multo adhuc pluribus, immo etiam pluribus in immenſum, ubi non duo tantummodo puncta, ſed immenſus eorum numerus conſtituat maſſulas, quæ in ſe agant, & ut in hoc ſimpliciſſimo exemplo deprompto e ſolo trium punctorum ſyſtemate, multo magis in ſyſtematis magis compoſitis, & plures idcirco variationes admittentibus, in eadem centrorum diſtantia, pro ſola varia poſitione punctorum componentium maſſulas ipſas vel a ſe mutuo repelli, vel ſe mutuo attrahere, vel nihil ad ſenſum agere in ſe invicem. Quod ſi ita res habet, nihil jam mirum accidet, quod quædam ſubſtantiæ inter ſe commixtæ ingentem acquirant inteſtinarum partium motum per efferveſcentiam, & fermentationem, quæ deinde ceſſet, particulis poſt novam commixtionem reſpective quieſcentibus; quod ex eodem cibo alia per ſecretionem repellantur, alia in ſuccum nutritium convertantur, ex quo ad eandem præterfluente diſtantiam alia aliis partibus ſolidis adhæreant, & per alias valvulas transmittantur, aliis libere progredientibus. Sed adhuc multa ſuperſunt notatu digniſſima, quæ pertinent ad ipſum etiam adeo ſimplex trium punctorum ſyſtema.

CCXXII. Jaceant in Fig. 31 tria puncta A D B in directum, Fig. 31. ea poterunt reſpective quieſcere, ſi omnibus mutuis viribus careant, quod fieret, ſi tres diſtantiæ A D, D B, A B omnes eſſent diſtantiæ limitum; ſed poteſt haberi etiam quies reſpectiva per eliſionem contrariarum virium. Porro virium mutuarum caſus diverſi eſſe poterunt: vel enim punctum medium D ab utroque extremorum A, B attrahitur, vel ab utroque repellitur, vel ab altero attrahitur, ab altero repellitur. In hoc poſtremo caſu, patet, non haberi quietem reſpectivam, cum debeat punctum medium moveri verſus extremum attrahens recedendo ſimul ab altero extremo re-

Digitized by Google

pellente. In reliquis binis casibus poterit utique res haberi; nam vires attractivæ, vel repulsivæ, quas habet medium punctum, possunt esse æquales; tum autem extrema puncta debebunt itidem attrahi a medio in primo casu, repelli in secundo, quæ si se invicem e contrario æque repellant in casu primo, attrahent in secundo, poterunt mutuæ vires elidi omnes.

CCXXIII. Adhuc tamen ingens est discrimen inter hosce binos casus. Si nimirum puncta illa a directione rectæ lineæ quidquam removeantur, ut nimirum medium punctum D distet jam non nihil a recta AB, delatum in C, in secundo casu adhuc magis sponte recedet inde, & in primo accedet iterum; vel si vi aliqua externa urgeatur, conabitur recuperare positionem priorem, & ipsi urgenti vi resistet. Nam binæ repulsiones CM, CN adhuc habebuntur in secundo casu in ipso primo recessu a D, licet eæ mutatis jam satis distantiis BD, AD in BC, AC, evadere possint attractiones, vim component directam per CH contrariam directioni tendenti ad rectam AD. At in primo casu habebuntur attractiones CL, CK, quæ component vim CF directam versus AB, quo casu attractio AP cum repulsione AR; & attractio BV cum repulsione BS component vires AQ, BT, quibus puncta A, B ibunt obviam puncto C redeunti ad rectam transituram per illud punctum E, quod est in triente rectæ DC, & de quo supra mentionem fecimus Num. 204.

CCXXIV. Hæc Theoria generaliter etiam non rectilineæ tantum, sed & cuivis positioni trium massarum applicari potest, ac applicabitur infra, ubi etiam generale simpliciſſimum, ac fœcundissimum theorema eruetur pro comparatione virium inter se; sed hic interea evolvemus non nulla, quæ pertinent ad simpliciorem hunc casum trium punctorum. Inprimis fieri utique potest, ut ejusmodi tria puncta positionem ad sensum rectilineam retineant cum prioribus distantiis, utcunque magna fuerit vis, quæ illa dimovere tentet, vel utcunque magna velocitas impressa fuerit ad ea e suo respectivo statu deturbanda. Nam vires ejusmodi esse possunt, ut tam in eadem directione ipsius rectæ, quam in directione ad eam perpendiculari, adeoque in quavis obliqua etiam, quæ in eas duas resolvi cogitatione potest, validissimus exurgat conatus ad redeundum ad priorem locum, ubi inde discesserint puncta. Contra vim impressam in directione ejusdem rectæ satis est, si pro puncto medio attractio plurimum crescat aucta distantia ab utrolibet extremo, &

plu-

Digitized by

plurimum decreſcat eadem imminuta; ac pro utrovis puncto extremo ſatis eſt, ſi repulſio decreſcat plurimum aucta diſtantia ab extremo, & attractio plurimum creſcat aucta diſtantia a medio, quod ſecundum utique fiet, cum, uti dictum eſt, debeat attractio medii in ipſum creſcere aucta diſtantia. Si hæc ita ſe habuerint, ac vice verſa, differentia virium vi extrinſecæ reſiſter, ſive ea tentet contrahere, ſive diſtrahere puncta, & ſi aliquod ex iis velocitatem in ea directione acquiſiverit utcunque magnam, poterit differentia virium eſſe tanta, ut extinguat ejusmodi reſpectivam velocitatem tempuſculo, quantum libuerit, parvo, & poſt percurſum ſpatiolum, quantum libuerit, exiguum.

CCXXV. Quod ſi vis urgeat perpendiculariter, ut ex. gr. punctum medium D moveatur per rectam DC perpendicularem ad AB; tum vires CK, CL poſſunt utique eſſe ita validæ, ut vis compoſita CF ſit poſt receſſum, quantum libuerit, exiguum ſatis magna ad ejusmodi vim elidendam, vel ad extinguendam velocitatem impreſſam. In caſu vis, quæ conſtanter urgeat, & punctum D verſus C, & puncta A, B ad partes oppoſitas, habebitur inflexio, ac in caſu vis, quæ agat in eadem directione rectæ jungentis puncta, habebitur contractio, ſeu diſtractio; ſed vires reſiſtentes ipſis poterunt eſſe ita validæ, ut & inflexio, & contractio, vel diſtractio, ſint prorſus inſenſibiles; ac ſi actione externa velocitas imprimatur punctis ejusmodi, quæ flexionem, vel contractionem, aut diſtractionem inducat, tum ipſa puncta permittantur ſibi libera, habebitur oſcillatio quædam, angulo jam in alteram plagam obverſo, jam in alteram oppoſitam, ac longitudine ejus veluti virgæ conſtantis iis tribus punctis jam aucta, jam imminuta, fieri poterit, ut oſcillatio ipſa ſenſum omnem effugiat, quod quidem exhibebit nobis ideam virgæ, quam vocamus rigidam, & ſolidam, contractionis nimirum, & dilatationis incapacem, quas proprietates nulla virga in natura habet accurate tales, ſed tantummodo ad ſenſum. Quod ſi vires ſint aliquanto debiliores, tum vero & inflexio ex vi externa mediocri, & oſcillatio, ac tremor erunt majores, & jam hinc ex ſimpliciſſimo trium punctorum ſyſtemate habebitur ſpecies quædam ſatis idonea ad ſiſtendum animo diſcrimen, quod in natura obſervatur quotidie oculis, inter virgas rigidas, ac eas, quæ ſunt flexiles, & ex elaſticitate trementes.

CCXXVI. Ibidem ſi binæ vires, ut AQ, BT fuerint perpendiculares ad AB, vel etiam utcunque parallelæ inter ſe, tertia

quoque erit parallela illis, & æqualis earum ſummæ, ſed directionis contrariæ. Ducta enim CD parallela iis, tum ad illam KI parallela AB, erit ob CK, VB æquales, triangulum CIK æquale ſimili BTV, ſive TBS, adeoque CI æqualis BT, IK æqualis BS, ſive AR, vel QP. Quare ſi ſumpta IF æquali AQ ducatur KF, erit triangulum FIK æquale AQP, ac proinde FK æqualis, & parallela AP, ſive LC, & CLFK parallelogrammum, ac CF, diameter ipſius, exprimet vim puncti C utique parallelam viribus AQ, BT, & æqualem earum ſummæ, ſed directionis contrariæ. Quoniam vero eſt SB ad BT, ut BD ad DC; ac QA ad AR, ut DC ad DA; erit ex æqualitate perturbata AQ ad BT, ut BD ad DA, nimirum vires in A & B in ratione reciproca diſtantiarum AD, DB a recta CD ducta per C ſecundum directionem virium.

CCXXVII. Ea, quæ hoc poſtremo numero demonſtravimus, æque pertinent ad actiones mutuas trium punctorum habentium poſitionem mutuam quamcunque, etiam ſi a rectilinea recedat quantumlibet; nam demonſtratio generalis eſt: ſed ad maſſas utcunque inæquales, & in ſe agentes viribus etiam divergentibus, multo generalius traduci poſſunt, ac traducentur inferius, & ad æquilibrii leges, & vectem, & centra oſcillationis, ac percuſſionis nos deducent. Sed interea pergemus alia non nulla perſequi pertinentia itidem ad puncta tria, quæ in directum non jaceant.

CCXXVIII. Si tria puncta non jaceant in directum, tum vero ſine externis viribus non poterunt eſſe in æquilibrio, niſi omnes tres diſtantiæ, quæ latera trianguli conſtituunt, ſint diſtantiæ limitum Fig. 1. Cum enim vires illæ mutuæ non habeant directiones oppoſitas, ſive unica vis ab altero e reliquis binis punctis agat in tertium punctum, ſive ambæ, haberi debebit in illo tertio puncto motus, vel in recta, quæ jungit ipſum cum puncto agente, vel in diagonali parallelogrammi, cujus latera binas illas exprimant vires. Quamobrem ſi aſſumantur in Figura 1 tres diſtantiæ limitum ejusmodi, ut nulla ex iis ſit major reliquis binis ſimul ſumptis, & ex ipſis conſtituatur triangulum, ac in ſingulis angulorum cuſpidibus ſingula materiæ puncta collocentur, habebitur ſyſtema trium punctorum quieſcens, cujus punctis ſingulis ſi imprimantur velocitates æquales, & parallelæ, habebitur ſyſtema progrediens quidem, ſed reſpective quieſcens; adeoque iſtud etiam ſyſtema habebit ibi ſuum quemdam limitem, ſed horum quoque limitum duo genera erunt; ii, qui orientur ab omnibus tribus limitibus cohæſionis, erunt ejus-

mo-

modi, ut mutata positione, conentur ipsam recuperare, cum debeant conari recuperare distantias; ii vero, in quibus etiam una e tribus distantiis fuerit distantia limitis non cohæsionis, erunt ejusmodi, ut mutata positione, ab ipsa etiam sponte magis discedat systema punctorum eorundem. Sed considerabimus jam casus quosdam peculiares, & elegantes, & utiles, qui huc pertinent.

CCXXIX. Sint in Fig. 32 tria puncta AEB ita collocata, ut tres distantiæ AB, AE, BE sint distantiæ limitum cohæsionis, & postremæ duæ sint æquales. Focis A, B concipiatur ellipsis transiens per E, cujus axis transversus sit FO, conjugatus EH, centrum D; sit in Fig. 1 AN æqualis semiaxi transverso hujus DO, sive BE, vel AE, ac sit DB hic minor, quam in Figura 1 amplitudo proximorum arcuum LN, NP, ac sint arcus ipsi NM, NO similes & æquales ita, ut ordinatæ uy, zt, æque distantes ab N, sint inter se æquales. Inprimis si punctum materiæ sit hic in E, nullam ibi habebit vim, cum AE, BE sint æquales distantiæ AN limitis N Fig. 1; ac eadem est ratio pro puncto collocato in H. Quod si fuerit in O, itidem erit in æquilibrio. Si enim assumantur in Fig. 1 Az, Au æquales hisce BO, AO, erunt Nz Nu illius æquales DB, DA hujus, adeoque & inter se. Quare & vires illius zt, uy erunt æquales inter se, quæ cum pariter oppositæ directionis sint, se mutuo elident; ac eadem ratio est pro collocatione in F. Attrahetur utique A, & repelletur B ab O, sed si limes, qui respondet distantiæ AB, sit satis validus, ipsa puncta nihil ad sensum discedent a focis ellipseos, in quibus fuerant collocata, vel si debeant discedere ob limitem minus validum, considerari poterunt per externam vim ibidem immota, ut contemplari liceat solam relationem tertii puncti ad illa duo. Fig. 32.

CCXXX. Manet igitur immotum, ac sine vi, punctum collocatum tam in verticibus axis conjugati ejus ellipseos, quam in verticibus axis transversi; & si ponatur in quovis puncto C perimetri ejus ellipseos, tum ob AC, CB simul æquales in ellipsi axi transverso, sive duplo semiaxi DO; erit AC tanto longior, quam ipsa DO, quanto ea brevior BC; adeoque si jam in Fig. 1 sint Au, Az æquales hisce AC, BC, habebuntur ibi utique uy, zt itidem æquales inter se. Quare hic attractio CL æquabitur repulsioni CM, & LIMC erit rhombus, in quo inclinatio IC secabit bifariam angulum LCM; ac proinde si ea utrinque producatur in P, & Q, angulus ACP, qui est idem, ac LCI, erit æqualis angulo

gulo BCQ, qui eſt ad verticem oppoſitus angulo ICM. Quæ cum in ellipſi ſit notiſſima proprietas tangentis relatæ ad focos, erit ipſa PQ tangens. Quamobrem dirigetur vis puncti C in latus ſecundum tangentem; ſive ſecundum directionem arcus elliptici; atque id, ubicunque fuerit punctum in perimetro ipſa verſus verticem propiorem axis conjugati, & ſibi relictum ibit per ipſam perimetrum verſus eum verticem, niſi quatenus ob vim centrifugam motum non nihil adhuc magis incurvabit.

CCXXXI. Quamobrem hic jam licebit contemplari in hac curva perimetro viciſſitudinem limitum prorſus analogorum limitibus *cohæſionis* & *non cohæſionis*, qui habentur in axe rectilineo curvæ primigeniæ Fig. 1. Erunt limites quidam in E, in F, in H, in O, in quibus nimirum vis erit nulla, cum in omnibus punctis C intermedis ſit aliqua. Sed in E & H erit ejusmodi, ut ſi utravis ex parte punctum dimoveatur, per ipſam perimetrum debeat redire verſus ipſos ejusmodi limites, ſicut ibi accidit in limitibus cohæſionis; at in F, & O erit ejusmodi, ut in utramvis partem, quantum libuerit, parum inde punctum dimotum fuerit, ſponte debeat inde magis usque recedere, prorſus ut ibi accidit in limitibus *non cohæſionis*.

CCXXXIII. Contrarium accideret, ſi BO æquaretur diſtantiæ limitis *non cohæſionis*: tum enim diſtantia BC minor haberet attractionem CK, diſtantia major AC repulſionem CN, & vis compoſita per diagonalem CG rhombi CNGK haberet itidem directionem tangentis ellipſeos; & in verticibus quidem axis utriusque haberetur limes quidam, ſed punctum in perimetro collocatum tenderet verſus vertices axis transverſi, non verſus vertices axis conjugati, & hi referrent limites cohæſionis, illi e contrario limites non cohæſionis. Sed adhuc major analogia in perimetro harum ellipſium habebitur cum axe curvæ primigeniæ Fig. 1, ſi fuerit DO æqualis diſtantiæ limitis cohæſionis AN illius, & DB in hac maior, quam in Fig. 1 amplitudo NL, NP; multo vero magis, ſi ipſa hujus DB ſuperet plures ejusmodi amplitudines, ac arcuum æqualitas maneat hinc, & inde. Ubi enim AC hujus figuræ fiet æqualis abſciſſæ AP illius, etiam BC hujus fiet pariter æqualis AL illius. Quare in ejusmodi loco habebitur limes, & ante ejusmodi locum verſus A diſtantia longior AC habebit repulſionem, & BC brevior attractionem, ac rhombus erit KGNC, & vis dirigetur verſus O. Quod ſi alicubi ante in loco adhuc propiore O

diſtan-

diſtantiæ AC, BC æquarentur abſciſſis AR, AI Figuræ 1mæ, ibi iterum eſſet limes, ſed ante eum locum rediret iterum repulſio pro minore diſtantia, attractio pro majore, & iterum rhombi diameter jaceret verſus verticem axis conjugati E. Generaliter autem ubi ſemiaxis transverſus æquatur diſtantiæ cujuspiam limitis cohæſionis, & diſtantia punctorum a centro ellipſeos, ſive ejus eccentricitas eſt major, quam intervallum dicti limitis a pluribus ſibi proximis hinc, & inde, ac maneat æqualitas arcuum, habebuntur in ſingulis quadrantibus perimetri ellipſeos tot limites, quot limites tranſibit eccentricitas hinc translata in axem Figuræ 1, a limite illo nominato, qui terminet in Fig. 1 ſemiaxem transverſum hujus ellipſeos; ac præterea habebuntur limites in verticibus amborum ellipſeos axium; eritque incipiendo ab utrovis vertice axis conjugati in gyrum per ipſam perimetrum is limes primus cohæſionis, tum illi proximus eſſet non cohæſionis, deinde alter cohæſionis, & ita porro, donec redeatur ad primum, ex quo incæptus fuerit gyrus, vi in tranſitu per quemvis ex ejusmodi limitibus mutante directionem in oppoſitam. Quod ſi ſemiaxis hujus ellipſeos æquetur diſtantiæ limitis non cohæſionis Fig. 1, res eodem ordine pergit cum hoc ſolo diſcrimine, quod primus limes, qui habetur in vertice ſemiaxis conjugati ſit limes non cohæſionis, tum eundo in gyrum ipſi proximus ſit cohæſionis limes, deinde iterum non cohæſionis, & ita porro.

CCXXXIII. Verum eſt adhuc alia quædam analogia cum iis limitibus, ſi conſiderentur plures ellipſes iisdem illis focis, quarum ſemiaxes ordine ſuo æquentur diſtantiis, in altera cujuspiam e limitibus cohæſionis Fig. 1mæ, in altera limitis non cohæſionis ipſi proximi, & ita porro alternatim, communis autem illa eccentricitas ſit adhuc etiam minor quavis amplitudine arcuum interceptorum limitibus illis figuræ 1mæ, ut nimirum ſingulæ ellipſium perimetri habeant quaternos tantummodo limites in quatuor verticibus axium. Ipſæ ejusmodi perimetri totæ erunt quidam veluti limites relate ad acceſſum, & receſſum a centro. Punctum collocatum in quavis perimetro habebit determinationem ad motum ſecundum directionem perimetri ejusdem; at collocatum inter binas perimetros diriget ſemper vim ſuam ita, ut tendat verſus perimetrum definitam per limitem cohæſionis Fig. 1mæ, & recedat a perimetro definita per limitem non cohæſionis; ac proinde punctum a perimetro primi generis dimotum conabitur ad illam redire; & dimotum a peri-

Digitized by Google

metro ſecundi generis, ſponte illam adhuc magis fugiet, ac recedet.

Fig. 33. CCXXXIV. Sint enim in Fig. 33. ellipſium FEOH, F'E'O'H, F''E''O''H ſemiaxes DO, DO', DO'' æquales primus diſtantiæ AL limitis non cohæſionis Fig. 1mæ; ſecundus diſtantiæ AN limitis cohæſionis; tertius diſtantiæ AP limitis iterum non cohæſionis, & primo quidem collocetur C aliquanto ultra perimetrum mediam F'E'O'H: erunt AC, BC majores, quam ſi eſſent in perimetro, adeoque in Fig. 1 factis A*u*, A*z* majoribus, quam eſſent prius, decreſcet repulſio *zt*, creſcet attractio *uy*, ac proinde hic in parallelogrammo LCMI erit attractio CL major, quam repulſio CM, & idcirco accedet directio diagonalis CI magis ad CL, quam ad CM, & inflectetur introrſum verſus perimetrum mediam. Contra vero ſi C ſit intra perimetrum mediam, factis BC', AC' minoribus, quam ſi eſſent in perimetro media, creſcet repulſio C'M, & decreſcet attractio C'L, adeoque directio C'I accedet magis ad priorem C'M, quam ad poſteriorem, & vis dirigetur extrorſum verſus eandem mediam perimetrum. Contrarium autem accideret ob rationem omnino ſimilem in vicinia primæ, vel tertia perimetri: atque inde patet, quod fuerat propoſitum.

CCXXXV. Quoniam arcus hinc, & inde a quovis limite non ſunt prorſus æquales, quanquam, ut ſupra obſervavimus Num 183, exigui arcus ordinatas ad ſenſum æquales hinc, & inde habere debeant, curva per cujus tangentem perpetuo dirigatur vis, licet in exigua eccentricitate debeat eſſe ad ſenſum ellipſis, tamen nec in iis erit ellipſis accurate, nec in eccentricitatibus majoribus ad ellipſes multum accedet. Erunt tamen ſemper aliquæ curvæ, quæ determinent continuam directionem virium, & curvæ etiam, quæ trajectoriam deſcribendam definiant, habita quoque ratione vis centrifugæ: atque hic quidem uberrima ſeges ſuccreſcit problematum Geometriæ, & analyſi exercendæ aptiſſimorum; ſed omnem ego quidem ejusmodi perquiſitionem omittam, cujus nimirum ad Theoriæ applicationem uſus mihi idoneus occurrit nullus; & quæ huc usque vidimus, abunde ſunt ad oſtendendam elegantem ſane analogiam alternationis in directione virium agentium in latus, cum viribus primigenis ſimplicibus, ac harum limitum cum illarum limitibus, & ad ingerendam animo ſemper magis caſuum, & combinationum diverſarum ubertatem tantam in ſolo etiam trium punctorum

Digitized by Google

rum ſyſtemate ſimpliciſſimo; unde conjectari liceat, quid futurum ſit, ubi immenſus quidam punctorum numerus coaleſcat in maſſulas conſtituentes omnem hanc usque adeo inter ſe diverſorum corporum multitudinem ſane immenſam.

CCXXXVI. At præterea eſt & alius inſignis, ac magis determinatus fructus, quem ex ejusmodi contemplationibus capere poſſumus, uſui futurus etiam in applicatione Theoriæ ad Phyſicam. Si nimirum duo puncta A, & B ſint in diſtantia limitis cohæſionis ſatis validi, & punctum tertium collocatum in vertice axis conjugati in E diſtantiam a reliquis habeat, quam habet limes itidem cohæſionis ſatis validus, poterit ſane vis, qua ipſum retinetur in eo vertice, eſſe admodum ingens pro utcunque exigua dimotione ab eo loco, ut ſine ingente externa vi inde magis dimoveri non poſſit. Tum quidem ſi quis impediat motum puncti B, & circa ipſum circumducat punctum A, ut in Fig. 34 abeat in À, abibit utique & E verſus È, ut ſervetur forma trianguli AEB, in qua ſola poterit reſpective quieſcere ſyſtema, & habebitur idea quædam ſoliditatis, cujus & ſupra injecta eſt mentio. At ſi ſtantibus punctis A, B, vis aliqua exerceatur in E ad ipſum a ſua poſitione deturbandum, donec ea fuerit mediocris, dimovebit illud non nihil; tum illa ceſſante ipſum ſe reſtituet, & oſcillabit hinc & inde ab illo vertice per perimetrum curvæ cujusdam proximæ arcui elliptico. Quo major fuerit vis externa dimovens, eo major oſcillatio fiet; ſed ſi non fuerit tanta, ut punctum a vertice axis conjugati recedens deveniat ad verticem axis transverſi, ſemper retro curſus reflectetur, & deſcribetur minus, quam ſemiellipſis. Verum ſi vis externa coegerit percurrere totum quadrantem, & tranſilire ultra verticem axis transverſi, tum vero gyrabit punctum circumquaque per totam perimetrum motu continuo, quem a vertice axis conjugati ad verticem transverſi retardabit, tum ab hoc ad verticem conjugati accelerabit, & ita porro, nec ſiſtetur periodicus converſionis motus, niſi exteriorum punctorum impedimentis occurrentibus, quæ ſenſim celeritatem imminuant, & poſt ipſos ejusmodi motus periodicos per totum ambitum reducant meras oſcillationes, quas contrahant, & priſtinam debitam poſitionem reſtituant, in qua una haberi poteſt quies reſpectiva. An non ejusmodi aliquid accidit, ubi ſolida corpora, quorum partes certam poſitionem ſervant ad ſe invicem, ingenti agitatione accepta ab igneis particulis liqueſcunt, tum iterum refrigeſcentes, agitatione ſenſim ceſſante per vires, quibus igneæ

Fig. 34.

Digitized by Google

particulæ emittuntur, & evolant, positionem priorem recuperant, ac tenaciſſime iterum ſervant, & tuentur? Sed hæc de trium punctorum ſyſtemate hucusque dicta ſint ſatis.

CCXXXVII. Quatuor, tum etiam plurium punctorum ſyſtemata multo plures nobis variationes objicerent, ſi rite ad examen vocarentur; ſed de iis id unum innuam. Ea quidem in plano eodem poſſunt poſitionem mutuam tueri tenaciſſime, ſi ſingulorum diſtantiæ a reliquis æquentur diſtantiis limitum ſatis validorum figuræ imæ; neque enim in eodem plano poſitionem reſpectivam mutare poſſunt, aut aliquod ex iis exire e plano ducto per reliqua tria, niſi mutet diſtantiam ab aliquo e reliquis, cum datis trium punctorum diſtantiis mutuis detur triangulum, quod conſtituere debent, tum datis diſtantiis quarti a duobus detur itidem ejus poſitio reſpectu eorum in eodem plano, & detur diſtantia ab eorum tertio, quæ, ſi id punctum exeat e priore plano, ſed retineat ab iis duobus diſtantiam priorem, mutari utique debet, ut facili negotio demonſtrari poteſt.

CCXXXVIII. Quin immo in ipſa ellipſi conſiderari poſſunt puncta quatuor, duo in focis, & alia duo hinc, & inde a vertice axis conjugati in ea diſtantia a ſe invicem, ut vi mutua repulſiva ſibi invicem elidant vim, qua juxta præcedentem Theoriam urgentur in ipſum verticem; quo quidem pacto rectangulum quoddam terminabunt, ut exhibet Fig. 35, in punctis A, B, C, D. Atque inde ſi ſupra angulos quadratæ baſis aſſurgant ſeries ejusmodi punctorum exhibentium ſeries continuas rectangulorum, habebitur quædam adhuc magis præciſa idea virgæ ſolidæ, in qua ſi baſis ima inclinetur, ſtatim omnia ſuperiora puncta movebuntur in latus, ut rectangulorum illorum poſitionem retineant, & celeritas converſionis erit major vel minor, prout major fuerit, vel minor vis illa in latus, quæ ubi fuerit aliquanto languidior, multo ſerius progredietur vertex, quam fundus, & inflectetur virga, quæ inflexio in omni virgarum genere apparet adhuc multo magis manifeſta, ſi celeritas converſionis fuerit ingens. Sed extra idem planum poſſunt quatuor puncta collocari ita, ut poſitionem ſuam validiſſime tueantur, etiam ope unicæ diſtantiæ limitis unici ſatis validi. Poteſt enim fieri pyramis regularis, cujus latera ſingula triangularia habeant ejusmodi diſtantiam. Tum ea pyramis conſtituet particulam quandam ſuæ figuræ tenaciſſimam, quæ in puncta, vel pyramides ejusmodi aliquanto remotiores ita poterit agere, ut ejus puncta reſpectivum

Fig. 35.

Digitized by Google

ctivum ſirum nihil ad ſenſum mutent. Ex quatuor ejusmodi particulis in aliam majorem pyramidem diſpoſitis fieri poterit particula ſecundi ordinis aliquanto minus figuræ tenax ob majorem diſtantiam particularum primi eam componentium, qua fit, ut vires in easdem ab externis punctis impreſſæ multo magis inæquales inter ſe ſint, quam fuerint in punctis conſtituentibus particulas ordinis primi; ac eodem pacto ex his ſecundi ordinis particulis fieri poſſunt particulæ ordinis tertii adhuc minus tenaces figuræ ſuæ, atque ita porro, donec ad eas deventum ſit multo majores, ſed adhuc multo magis mobiles, atque variabiles, ex quibus pendent chemicæ operationes, & ex quibus hæc ipſa craſſiora corpora componuntur, ubi id ipſum accideret, quod Newtonus in poſtrema Opticæ quæſtione propoſuit de particulis ſuis primigeniis, & elementaribus, alias diverſorum ordinum particulas efformantibus. Sed de particularibus hisce ſyſtematis determinati punctorum numeri jam ſatis, ac ad maſſas potius generaliter conſiderandas faciemus gradum.

CCXXXIX. In maſſis primum nobis ſe offerunt conſiderandæ elegantiſſimæ ſane, ac & fœcundiſſimæ, & utiliſſimæ proprietates centri gravitatis, quæ quidem e noſtra Theoria ſponte propemodum fluunt, aut ſaltem ejus ope evidentiſſime demonſtrantur. Porro centrum gravitatis a gravium æquilibrio nomen accepit ſuum, a quo etiam ejus conſideratio ortum duxit; ſed id quidem a gravitate non pendet, ſed ad maſſam potius pertinet. Quamobrem ejus definitionem proferam ab ipſa gravitate nihil omnino pendentem, quanquam & nomen retinebo, & innuam, unde originem duxerit; tum demonſtrabo accuratiſſime, in quavis maſſa haberi aliquod gravitatis centrum, idque unicum, quod quidem paſſim omittere ſolent, & perperam; deinde ad ejus proprietatem præcipuam exponendam gradum faciam, demonſtrando celeberrimum theorema a Newtono propoſitum, centrum gravitatis commune maſſarum, ſive mihi punctorum quotcunque, & utcunque diſpoſitorum, quorum ſingula moveantur ſola inertiæ vi motibus quibuscunque, qui in ſingulis punctis uniformes ſint, in diverſis utcunque diverſi, vel quieſcere, vel moveri uniformiter in directum: deinde vero mutuas actiones quascunque inter puncta quælibet, vel omnia ſimul, nihil omnino turbare centri communis gravitatis ſtatum quieſcendi vel movendi uniformiter in directum, unde nobis & actionis, & reactionis æqualitas in maſſis quibusque, & principia colliſiones corporum definien-

Digitized by Google

finientia, & alia plurima ſponte provenient. Sed aggrediamur rem ipſam.

CCXL. Centrum igitur commune gravitatis punctorum quotcunque, & utcunque diſpoſitorum, appellabo id punctum, per quod ſi ducatur planum quodcunque, ſumma diſtantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte, æquetur ſummæ diſtantiarum ex altera. Id quidem extenditur ad quascunque, & quotcunque maſſas; nam eorum ſingulæ punctis utique conſtant, & omnes ſimul ſunt quædam punctorum diverſorum congeries. Nomen traxit ab æquilibrio gravium, & natura vectis, de quibus agemus infra: ex iis habetur, ſingula pondera ita connexa per virgas inflexiles, ut moveri non poſſint, niſi motu circa aliquem horizontalem axem, exerere ad converſionem vim proportionalem ſibi, & diſtantiæ perpendiculari a plano verticali ducto per axem ipſum; unde fit, ut ubi ejusmodi vires, vel ut ea vocant, momenta virium, hinc & inde æqualia fuerint, habeatur æquilibrium. Porro ipſa pondera in noſtris gravibus, in quibus gravitatem concipimus, ac etiam ad ſenſum experimur, proportionalem in ſingulis quantitati materiæ, & agentem directionibus inter ſe parallelis, proportionalia ſunt maſſis, adeoque punctorum eas conſtituentium numero; quam ob rem idem eſt, ea pondera in diſtantias ducere, ac aſſumere ſummam omnium diſtantiarum omnium punctorum ab eodem plano. Quod ſi igitur reſpectu aggregati cujuscunque punctorum quotcunque, & quomodocunque diſpoſitorum ſit aliquod punctum ejusmodi, ut, ducto per ipſum quovis plano, ſumma diſtantiarum ab illo punctorum jacentium ex parte altera æquetur ſummæ diſtantiarum jacentium ex altera; concipiantur autem ſingula puncta animata viribus æqualibus, & parallelis, cujusmodi ſunt vires, quas in noſtris gravibus concipimus; illud utique conſequitur, ſuſpenſo utcunque ex ejusmodi puncto, quale definivimus gravitatis centrum, omni eo ſyſtemate, cujus ſyſtematis puncta viribus quibuscunque, vel conceptis virgis inflexilibus, & gravitate carentibus, poſitionem mutuam, & reſpectivum ſtatum, ac diſtantias omnino ſervent, id ſyſtema fore in æquilibrio; atque illud ipſum requiri, ut in æquilibrio ſit. Si enim vel unicum planum ductum per id punctum ſit ejusmodi, ut ſummæ illæ diſtantiarum non ſint æquales hinc, & inde, converſo ſyſtemate omni ita, ut illud punctum evadat verticale, jam non eſſent æquales inter ſe ſummæ momentorum hinc & inde, & altera

pars

Digitized by Google

pars alteri præponderaret. Verum hæc quidem, uti ſupra monui, fuit occaſio quædam nominis imponendi; at ipſum punctum ea lege determinatum longe ulterius extenditur, quam ad ſolas maſſas animatas viribus æqualibus & parallelis, cujusmodi concipiuntur a nobis in noſtris gravibus, licet ne ipſis quidem accurate ſint tales. Quamobrem aſſumpta ſuperiore definitione, quæ a gravitatis, & æquilibrii natura non pendet, progrediar ad deducenda inde corollaria quædam, quæ nos ad ejus proprietates demonſtrandas deducant.

CCXLI. Primo quidem ſi aliquod fuerit ejusmodi planum, ut binæ ſummæ diſtantiarum perpendicularium punctorum omnium hinc & inde acceptorum æquentur inter ſe, æquabuntur & ſummæ diſtantiarum acceptarum ſecundum quamcunque aliam directionem datam, & communem pro omnibus. Erit enim quævis diſtantia perpendicularis ad quamvis in dato angulo inclinatam ſemper in eadem ratione, ut patet. Quare & ſummæ illarum ad harum ſummas erunt in eadem ratione, ac æqualitas ſummarum alterius binarii utriuslibet ſecum trahet æqualitatem alterius. Quare in ſequentibus, ubi diſtantias nominavero, niſi exprimam perpendiculares, intelligam generaliter diſtantias acceptas in quavis directione data.

CCXLII. Quodſi aſſumatur planum aliud quodcunque parallelum plano habenti æquales hinc, & inde diſtantiarum ſummas; ſumma diſtantiarum omnium punctorum jacentium ex parte altera ſuperabit ſummam jacentium ex altera, exceſſu æquali diſtantiæ planorum acceptæ ſecundum directionem eandem ductæ in numerum punctorum; & vice verſa ſi duo plana parallela ſint, ac is exceſſus alterius ſummæ ſupra ſummam alterius in altero ex iis æquetur eorum diſtantiæ ductæ in numerum punctorum, planum alterum habebit oppoſitarum diſtantiarum ſummas æquales. Id quidem facile concipitur, ſi concipiatur planum diſtantiarum æqualium moveri verſus illud alterum planum motu parallelo ſecundum eam directionem, ſecundum quam ſumuntur diſtantiæ. In eo motu diſtantiæ ſingulæ ex altera parte creſcunt, ex altera decreſcunt continuo tantum, quantum promovetur planum, & ſi aliqua diſtantia evaneſcit interea, jam deinde incipit tantundum ex parte contraria creſcere. Quare patet exceſſum omnium citeriorum diſtantiarum ſupra omnes ulteriores æquari progreſſui plani toties ſumpto, quot puncta habentur, & in regreſſu deſtruitur e contrario, quidquid in ejusmodi

pro-

Digitized by Google

progreſſu eſt factum, atque idcirco ad æqualitatem reditur. Verum ut demonſtratio quam accuratiſſima evadat, exprimat in Fig. 36 recta AB planum diſtantiarum æqualium, & CD planum ipſi parallelum, ac omnia puncta diſtribui poterunt in claſſes tres, in quorum prima ſint omnia puncta jacentia citra utrumque planum, ut punctum E; in ſecunda omnia puncta jacentia inter utrumque, ut F, in tertia omnia puncta adhuc jacentia ultra utrumque, ut G. Rectæ autem per ipſa ductæ in directione data quacunque, occurrant rectæ AB in M, H, K, & rectæ CD in N, I, L; ac ſit quædam recta directionis ejusdem ipſis AB, CD occurrens in O, P. Patet, ipſam OP fore æqualem ipſis MN, HI, KL. Dicatur jam ſumma omnium punctorum E primæ claſſis E, & diſtantiarum omnium EM ſumma *e*; punctorum F ſecundæ claſſis F, & diſtantiarum *f*; punctorum G tertiæ claſſis ſumma G, & diſtantiarum earundem *g*; diſtantia vero OP dicatur O. Patet, ſummam omnium MN fore E × O; ſummam HI fore F × O; ſummam omnium KL fore G × O; erit autem quævis EN = EM + MN; quævis FI = HI — FH; quævis GL = KG — KL. Quare ſumma omnium EN erit *e* + E × O; ſumma omnium FI = F × O — *f*, & ſumma omnium GL = *g* — G × O; adeoque ſumma omnium diſtantiarum punctorum jacentium citra planum CD, primæ nimirum ac ſecundæ claſſis, erit *e* + E × O + F × O — *f*, & ſumma omnium jacentium ultra, nimirum claſſis tertiæ, erit *g* — G × O. Quare exceſſus prioris ſummæ ſupra ſecundam erit *e* + E × O + F × O — *f* — *g* + G × O; adeoque ſi prius fuerit *e* = *f* + *g*; factis *e* — *f* — *g* = *o*, totus exceſſus erit E × O + F × O + G × O, ſive (E + F + G) × O, ſumma omnium punctorum ducta in diſtantiam planorum, & vice verſa ſi is exceſſus reſpectu ſecundi plani BC fuerit æqualis huic ſummæ ductæ in diſtantiam O, oportebit eſſe *e* — *f* — *g* = *o*, adeoque *e* = *f* + *g*, nimirum reſpectu primi plani AB ſummas diſtantiarum hinc, & inde æquales. Fig. 36.

CCXLIII. Si aliqua puncta ſint in altero ex iis planis, ea ſuperioribus formulis contineri poſſunt; concepta *zero* ſingulorum diſtantia a plano, in quo jacent; ſed & ii caſus involvi facile poſſent, concipiendo alias binas punctorum claſſes; quorum priora ſint in priore plano AB, poſteriora in poſteriore CB, quæ quidem nihil rem turbant: nam prioris claſſis diſtantiæ a priore plano erunt omnes ſimul *zero*, & a poſteriore æquantur diſtantiæ O ductæ in eorum numerum, quæ ſumma accedit priori ſummæ punctorum jacen-

jacentium citra; posterioris autem classis distantiæ a priore erant prius simul æquales summæ ipsorum ductæ itidem in O, & deinde fiunt nihil; adeoque summæ distantiarum punctorum jacentium ultra, demitur horum potteriorum punctorum summa itidem ducta in O, & proinde excessui summæ citeriorum supra summam ulteriorum accedit summa omnium punctorum harum duarum classium ducta in eandem O.

CCXLIV. Quodsi planum parallelum plano distantiarum æqualium jaceat ultra omnia puncta, jam habebitur hoc theorema: summa omnium distantiarum punctorum omnium ab eo plano æquabitur distantiæ planorum ductæ in omnium punctorum summam, & si fuerint duo plana parallela ejusmodi, ut alterum jaceat ultra omnia puncta, & summa omnium distantiarum ab ipso æquetur distantiæ planorum ductæ in omnium punctorum numerum; alterum illud planum erit planum distantiarum æqualium. Id sane patet ex eo, quod jam secunda summa pertinens ad puncta ulteriora, quæ nulla sunt, evanescat, & excessus totus sit sola prior summa. Quin immo idem theorema habebit locum pro quovis plano habente etiam ulteriora puncta, si citeriorum distantiæ habeantur pro positivis, & ulteriorum pro negativis; cum nimirum summa constans positivis, & negativis sit ipse excessus positivorum supra negativa; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum æqualium, ut planum, in quo summa omnium distantiarum sit nulla, negativis nimirum distantiis elidentibus positivas.

CCXLV. Hinc autem facile jam patet, dato cuivis plano haberi aliquod planum parallelum, quod sit planum distantiarum æqualium; quin immo data positione punctorum, & plano illo ipso, facile id alterum definitur. Satis est ducere a singulis punctis datis rectas in data directione ad planum datum, quæ dabuntur; tum a summa omnium, quæ jacent ex parte altera, demere summam omnium, si quæ sunt, jacentium ex opposita, ac residuum dividere per numerum punctorum. Ad eam distantiam ducto plano priori parallelo, id erit planum quæsitum distantiarum æqualium. Patet autem admodam facile & illud ex eadem demonstratione, & ex solutione superioris problematis, dato cuivis plano non nisi unicum esse posse planum distantiarum æqualium, quod quidem per se satis patet.

CCXLVI. Hisce accuratissime demonstratis, atque explicatis, progrediar ad demonstrandum, haberi aliquod gravitatis centrum in

Digitized by Google

quavis punctorum congerie, utcunque disperſorum, & in quotcunque maſſas ubicunque ſitas coaleſcentium. Id fiet ope ſequentis theorematis: ſi per quoddam punctum tranſeant tria plana diſtantiarum æqualium ſe non in eadem communi aliqua recta ſecantia, omnia alia plana tranſeuntia per illud idem punctum erunt itidem di-
Fig. 37. ſtantiarum æqualium plana. Sit enim in Fig. 37 ejusmodi punctum C, per quod tranſeant tria plana GABH, XABY, ECDF, quæ omnia ſint plana diſtantiarum æqualium, ac ſit quodvis aliud planum KICL tranſiens itidem per C, ac ſecans primum ex iis in recta CI quacunque; oportet oſtendere, hoc quoque fore planum diſtantiarum æqualium, ſi illa priora ejusmodi ſint. Concipiatur quodcunque punctum P; & per ipſum P concipiantur tria plana parallela planis DCEF, ABXY, GABH, quorum ſibi priora duo mutuo occurrant in recta PM, poſtrema duo in PV, primum cum tertio in recta PO; ac primum occurrat plano GABH in MN, ſecundum vero eidem in MS, plano DCEF in QR, ac plano CIKL in SV. ducaturque ST parallela rectis QR, MP, quas, utpote parallelorum planorum interſectiones, patet fore itidem parallelas inter ſe, uti & MN, PO, DC inter ſe, ac MS, PTV, BA inter ſe.

CCXLVII. Jam vero ſumma omnium diſtantiarum a plano KICL ſecundum datam directionem BA erit ſumma omnium PV, quæ reſolvitur in tres ſummas, omnium PR, omnium RT, omnium TV, ſive eæ, ut Figura exhibet, in unam colligendæ ſunt, ſive, quod in aliis plani novi inclinationibus poſſet accidere, una ex iis demenda a reliquis binis, ut habeatur omnium PV ſumma. Porro quævis PR eſt diſtantia a plano DCEF ſecundum eandem eam directionem; quævis RT eſt æqualis QS ſibi reſpondenti, quæ ob datas directiones laterum trianguli SCQ eſt ad CQ, æqualem MN, ſive PO, diſtantiæ a plano XABY ſecundum datam directionem DC, in ratione data; & quævis VT eſt itidem in ratione data ad TS æqualem PM, diſtantiæ plano GABH ſecundum datam directionem EC; ac idcirco etiam nulla ex ipſis PR, RT, TV poterit evaneſcere, vel directione mutata abire e poſitiva in negativam, aut vice verſa, mutato ſitu puncti P, niſi ſua ſibi reſpondens ipſius puncti P diſtantia ex iis PR, PO, PM evaneſcat ſimul, aut directionem mutet. Quamobrem & ſumma omnium poſitivarum PR, RT, TV ad ſummam omnium poſitivarum PR, PO, PM, & ſumma omnium negativarum prioris directionis ad ſummam omnium

Digitized by Google

mnium negativarum posterioris sibi respondentis, erit itidem in ratione data: ac proinde si omnes positivæ directionum PR, PO, PM a suis negativis destruuntur in illis tribus æqualium distantiarum planis, etiam omnes positivæ PR, RT, TV a suis negativis destruentur, adeoque & omnes PV positivæ a suis negativis. Quamobrem planum LCIK erit planum distantiarum æqualium. Q.E.D.

CCXLVIII. Demonstrato hoc theoremate jam sponte illud consequitur, in quavis punctorum congerie, adeoque massarum utcunque dispersarum summa, haberi semper aliquod gravitatis centrum, atque id esse unicum, quod quidem data omnium punctorum positione facile determinabitur. Nam assumpto puncto quovis ad arbitrium ubicunque, ut puncto P, poterunt duci per ipsum tria plana quæcunque, ut OPM, RPM, RPO. Tum singulis poterunt per Num. 245 inveniri plana parallela, quæ sint plana distantiarum æqualium, quorum priora duo si sint DCEF, XABY, se secabunt in aliqua recta CE parallela illorum intersectioni MP; tertium autem GABH ipsam CE debebit alicubi secare in C, cum planum VPO secet PM in P: nam ex hac sectione constat, hanc rectam non esse parallelam huic plano, adeoque nec illa illi erit, sed in ipsum alicubi incurret. Transibunt igitur per punctum C tria plana distantiarum æqualium, adeoque per Num. 246 & aliud quodvis planum transiens per punctum idem C erit planum æqualium distantiarum pro quavis directione, & idcirco etiam pro distantiis perpendicularibus; ac ipsum punctum C juxta definitionem Num. 240, erit commune gravitatis centrum omnium massarum, sive omnis congeriei punctorum, quod quidem esse unicum, facile deducitur ex definitione, & hac ipsa demonstratione; nam si duo essent, possent utique per ipsa duci duo plana parallela directionis cujusvis, & eorum utrumque esset planum distantiarum æqualium.

CCXLIX. Demonstrandum necessario fuit, haberi aliquod gravitatis centrum, a que id esse unicum; & perperam id quidem a Mechanicis passim omittitur: si enim id non ubique adesset, & non esset unicum, in paralogismum incurrerent quam plurimæ Mechanicorum ipsorum demonstrationes, qui ubi in plano duas invenerunt rectas, & in solidis tria plana determinantia æquilibrium, in ipsa intersectione constituunt gravitatis centrum, & supponunt omnes alias rectas, vel omnia alia plana, quæ per id punctum ducantur, eandem æquilibrii proprietatem habere, quod utique fuerat non supponendum, sed demonstrandum. Et quidem facile est si-

Digitized by Google

milis paralogiſmi exemplum præbere in alio quodam, quod magnitudinis centrum appellare liceret, per quod nimirum figura ſectione quavis ſecaretur in duas partes æquales inter ſe, ſicut per centrum gravitatis ſecta, ſecatur in binas partes æquilibratas in hypotheſi gravitatis conſtantis, & certam directionem habentis plano ſecanti parallelam.

CCL. Erraret ſane, qui ita definiret centrum magnitudinis, tum determinaret id ipſum in datis figuris eadem illa methodo, quæ pro centro gravitatis adhibetur. Is ex. gr. pro triangulo ABG in Fig. 38 ſic ratiocinationem inſtitueret. Secetur AG bifariam in D, ducaturque BD, quæ utique ipſum triangulum ſecabit in duas partes æquales. Deinde ſecta AB itidem bifariam in E ducatur GE, quam itidem conſtat, debere ſecare triangulum in partes æquales duas. In earum igitur concurſu C habebitur centrum magnitudinis. Hoc invento ſi progrederetur ulterius, & haberet pro æqualibus partes, quæ alia ſectione quacunque facta per C obtinentur, erraret peſſime. Nam ducta ED, jam conſtat, fore ED parallelam BG, & ejus dimidiam; adeoque ſimilia fore triangula ECD, BCG, & CD dimidiam CB; quare ſi per C ducatur FH parallela AG, triangulum FBH, erit ad ABG ut quadratum BC ad quadratum BD, ſeu ut 4 ad 9, adeoque ſegmentum FBH ad reſiduum FAGH eſt ut 4 ad 5, & non in ratione æqualitatis. Fig. 38.

CCLI. Nimirum quæcunque punctorum, & maſſarum congeries, adeoque & figura quævis, in qua concipiatur punctorum numerus auctus in infinitum, donec figura ipſa evadat continua, habet ſuum gravitatis centrum; centrum magnitudinis infinitæ earum non habent; & illud primum, quod hic accuratiſſime demonſtravi, demonſtraveram jam olim methodo aliquanto contractiore in *Diſſertatione de Centro Gravitatis*; hujus vero ſecundi exemplum hic patet, ac in *Diſſertatione de centro Magnitudinis*, priori illi addita in ſecunda ejusdem impreſſione, determinavi generaliter, in quibus Figuris centrum magnitudinis habeatur, in quibus deſit; ſed ea ad rem præſentem non pertinent.

CCLII. Ex hac generali determinatione centri gravitatis facile colligitur illud, centrum commune binarum maſſarum jacere in directum cum centris gravitatis ſingularum, & horum diſtantias ab eodem eſſe reciproce ut ipſas maſſas. Sint enim binæ maſſæ, quarum centra gravitatis ſint in Fig. 39 in A, & B. Si per rectam AB ducatur planum quodvis, id debet eſſe planum diſtantiarum æqua- Fig. 39.

Digitized by Google

qualium reſpectu cujuslibet. Quare etiam reſpectu ſummæ omnium punctorum ad utrumque ſimul pertinentium diſtantiæ omnes hinc, & inde acceptæ æquantur inter ſe; ac proinde id etiam reſpectu ſummæ debet eſſe planum diſtantiarum æqualium, & centrum commune debet eſſe in quovis ex ejusmodi planis, adeoque in interſectione duorum quorumcunque ex iis, nimirum in ipſa recta AB. Quod ſi jam concipiatur per C planum quodvis ſecans ipſam AB, erit ſumma omnium diſtantiarum ab eo plano ſecundum directionem AB punctorum pertinentium ad maſſam A, ſi a poſitivis demantur negativæ, æqualis per Num. 242 numero punctorum maſſæ A ducto in AC, & ſumma pertinentium ad B numero punctorum in B ducto in BC; quæ producta æquari debent inter ſe, cum omnium diſtantiarum ſummæ poſitivæ a negativis elidi debeant reſpectu centri gravitatis C. Erit igitur AC ad CB, ut numerus punctorum in B ad numerum in A, nimirum in ratione maſſarum reciproca.

CCLIII. Hinc autem facile deducitur communis methodus inveniendi centrum gravitatis commune plurium maſſarum. Conjunguntur prius centra duarum, & eorum diſtantia dividitur in ratione reciproca ipſarum. Tum harum commune centrum ſic inventum conjungitur cum centro tertiæ, & dividitur diſtantia in ratione reciproca ſummæ maſſarum priorum ad maſſam tertiam, & ita porro. Quin immo poſſunt ſeorſum inveniri centra gravitatis binarum quarumvis, ternarum, denarum quocunque ordine, tum binaria conjungi cum ternariis, denariis, aliisque, ordine itidem quocunque, & ſemper eadem methodo devenitur ad centrum commune gravitatis maſſæ totius. Id patet, quia quotcunque maſſæ conſiderari poſſunt pro maſſa unica, cum agatur de numero punctorum maſſæ tantummodo, & de ſumma diſtantiarum punctorum omnium: ſummæ maſſarum conſtituunt maſſam, & ſummæ diſtantiarum ſummam per ſolam conjunctionem ipſarum. Quoniam autem ex generali demonſtratione ſuperius facta devenitur ſemper ad centrum gravitatis, atque id centrum eſt unicum; quocunque ordine res peragatur, ad illud utique unicum devenitur.

CCLIV. Inde vero illud conſequitur, quod eſt itidem commune, ſi plurium maſſarum centra gravitatis ſint in eadem aliqua recta, fore etiam in eadem centrum gravitatis ſummæ omnium; quod viam ſternit ad inveſtiganda gravitatis centra etiam in pluribus figuris continuis. Sic in Fig. 38 centrum commune gravitatis totius trianguli eſt in illo puncto, quod a recta ducta a vertice anguli

Digitized by Google

cujusvis ad mediam baſin oppoſitam relinquit trientem verſus baſin ipſam. Nam omnium rectarum baſi parallelarum, quæ omnes a recta BD ſecantur bifariam, ut FH, centra gravitatis ſunt in eadem recta, adeoque & areæ ab iis contextæ centrum gravitatis eſt tam in recta BD, quam in recta GE ob eandem rationem, nempe in illo puncto C. Eadem methodus applicatur aliis Figuris ſolidis, ut pyramidibus; at id, ut & reliqua omnia pertinentia ad inventionem centri gravitatis in diverſis curvis lineis, ſuperficiebus, ſolidis, hinc profluentia, ſed meæ Theoriæ communia jam cum vulgaribus elementis, hic omittam, & ſolum illud iterum innuam, ea rite procedere, ubi jam ſemel demonſtratum fuerit, haberi in maſſis omnibus aliquod gravitatis centrum, & eſſe unicum.

CCLV. In communi methodo alio modo ſe res habet: poſteaquam inventum eſt centrum C (in Fig. 40) gravitatis commune maſſis A & B, juncta pro tertia maſſa DC, & ſecta in F in ratione maſſarum D & A + E reciproca, habetur F pro centro communi omnium trium. Si prius inventum eſſet centrum commune E maſſarum D, B, & juncta AE, ea ſecta fuiſſet in F in ratione reciproca maſſarum A, & B + D, haberetur itidem illud ſectionis punctum pro centro gravitatis. Niſi generaliter demonſtratum fuiſſet, haberi ſemper aliquod, & eſſe unicum gravitatis centrum, oporteret hic iterum demonſtrare, id novum ſectionis punctum fore idem, ac illud prius; ſed per ſingulos caſus ire, res infinita eſſet, cum diverſæ rationes conjungendi maſſas eodem redeant, quo diverſi ordines litterarum conjungendarum in voces, de quarum multitudine immenſa in exiguo etiam terminorum numero mentionem fecimus in prima parte.

Fig. 40.

CCLVI. Atque hic illud quidem accidit, quod in numerorum ſumma, & multiplicatione experimur, ut nimirum quocunque ordine accipiantur numeri, vel ſinguli, ut addantur numero jam invento, vel ipſum multiplicent, vel plurium aggregata ſeorſum addita, vel multiplicata; ſemper ad eundem demum deveniatur numerum poſt omnes, qui dati fuerant, adhibitos ſemel ſingulos; ac in ſumma patet facile deveniri eodem, & in multiplicatione poteſt res itidem demonſtrari etiam generaliter, ſed ea huc non pertinent. Pertinet autem huc magis aliud eiusmodi exemplum petitum a compoſitione virium, in qua itidem ſi multæ vires componantur communi methodo componendo inter ſe duas per diagonalem parallelogrammi, cujus latera eas exprimant, tum hanc diagonalem cum ter-

Digitized by

tertia, & ita porro; quocunque ordine res procedat, ſemper ad eandem demum poſt omnes adhibitas devenitur. Hujusmodi compoſitione plurimarum virium generali jam indigebimus, & ad abſolutam demonſtrationem requiritur generalis expreſſio compoſitionis virium quotcunque, qua uti ſoleo. Compono nimirum generaliter motus, qui ſunt virium effectus, & ex effectu compoſito metior vim, ut e ſpatiolo, quod dato tempuſculo vi aliqua percurreretur, ſolet ipſa vis ſimplex quælibet æſtimari. Aſſumo illud, quod & rationi eſt conſentaneum, & experimentis conſtat, & facile etiam demonſtratur conſentire cum communi methodo componendi vires, ac motus per parallelogramma, nimirum punctum ſolicitatum ſimul initio cujusvis tempuſculi actione conjuncta virium quarumcunque, quarum directio & magnitudo toto tempuſculo perſeveret eadem, fore in fine ejus tempuſculi in eo loci puncto, in quo eſſet, ſi ſingulæ eadem intenſitate, & directione egiſſent aliæ poſt alias totidem tempuſculis, quot ſunt ipſæ vires, ceſſante omni nova ſolicitatione, & omni velocitate jam producta a vi qualibet poſt ſuum tempuſculum: tum rectam, quæ conjungit primum illud punctum cum hoc poſtremo, aſſumo pro menſura vis ex omnibus compoſitæ, quæ cum eadem perſeveret per totum tempuſculum, punctum mobile utique per unicam illam eandem rectam abiret. Quod ſi & velocitatem aliquam habuerit initio illius tempuſculi jam acquiſitam ante, aſſumo itidem fore in eo puncto loci, in quo eſſet, ſi altero tempuſculo percurreret ſpatiolum, ad quod determinatur ab illa velocitate, altero ſpatiolum, ad quod determinatur a vi, ſive aliis totidem tempuſculis percurreret ſpatiola, ad quorum ſingula determinatur a viribus ſingulis.

CCLVII. Huc recidere methodum componendi per parallelogramma facile conſtat; ſi enim in Fig 41 componendi ſint plures motus, vel vires expreſſæ a rectis PA, PB, PC &c, & incipiendo a binis quibusque PA, PB, eæ componantur per parallelogrammum PAMB, tum vis compoſita PM cum tertia PC per parallelogrammum PMNC, & ita porro; patet, ad idem loci punctum N per hæc parallelogramma definitum debere devenire punctum mobile, quod prius percurrat PA, tum AM parallelam & æqualem PB; tum MN parallelam, & æqualem PC, atque ita porro additis quotcunque aliis motibus, vel viribus, quæ rei nova parallela, & æqualia parallelogrammorum latera debeant compon. Fig. 41.

CCLVIII.

Digitized by Google

CCLVIII. Deveniretur quidem ad idem punctum N, ſi alio etiam ordine componerentur ii motus, vel vires, ut compoſitis viribus PA, PC per parallelogrammum PAOC, tum vi PO cum vi PB per novum parallelogrammum, quod itidem haberet cuſpidem in N; ſed eo deveniretur alia via PAON. Hoc autem ipſum, quod tam multis viis, quam multas diverſæ plurium compoſitiones motuum ac virium exhibere poſſunt, eodem ſemper deveniri debeat, ſic generaliter demonſtro. Si aſſumatur ultra omnia puncta, ad quæ per ejusmodi compoſitiones deveniri poteſt, planum quodcunque, ubi punctum mobile percurrit lineolam pertinentem ad quemcunque determinatum motum; habet eundem perpendicularem acceſſum ad id planum, vel receſſum ab eo, quocunque tempuſculo id fiat, ſive aliquo e prioribus, ſive aliquo e poſtremis, vel mediis. Nam ea lineola ex quocunque puncto diſcedat, ad quod deventum jam ſit, habet ſemper eandem & longitudinem, & directionem, cum eidem e componentibus parallela eſſe debeat, & æqualis. Quare ſumma ejusmodi acceſſuum, ac ſumma receſſuum erit eadem in fine omnium tempuſculorum, quocunque ordine diſponantur lineolæ hæ parallelæ & æquales lineolis componentibus, adeoque etiam id, quod prodit demendo receſſuum ſummam a ſumma acceſſuum, vel vice verſa, erit idem, & diſtantia puncti poſtremi, ad quod deventum eſt ab illo eodem plano, erit eadem. Inde autem ſponte jam fluit id, quod demonſtrandum erat, nimirum punctum illud eſſe idem ſemper. Si enim ad duo puncta duabus diverſis viis deveniretur, aſſumpto plano perpendiculari ad rectam, quæ illa duo puncta jungeret, diſtantia perpendicularis ab ipſo non eſſet utique eadem pro utroque, cum altera diſtantia deberet alterius eſſe pars.

CCLIX. Porro ſimilis admodum eſt etiam methodus, qua utor ad demonſtrandum præclariſſimum Newtòni theorema, in quod coaleſcunt ſimul duo, quæ ſuperius innui, & huc reducuntur. Si quotcunque materiæ puncta utcunque diſpoſita, & in quotcunque utcunque disjunctas maſſas coaleſcentia habeant velocitates quascunque cum directionibus quibuscunque, & præterea urgeantur viribus mutuis quibuscunque, quæ in binis quibusque punctis æqualiter agant in plagas oppoſitas; centrum commune gravitatis omnium vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum eodem motu, quem haberet, ſi nulla adeſſet mutua punctorum actio in ſe invicem. Hoc autem theorema ſic generaliter, & admodum facile, ac luculenter demonſtratur. Concipiamus vires ſingulas per quodvis determina-

Digitized by Google

minatum tempuſculum ſervare directiones ſuas, & magnitudines: in fine ejus tempuſculi punctum materiæ quodvis erit in eo loci puncto, in quo eſſet, ſi ſingularum virium effectus, vel effectus velocitatis ipſius illi tempuſculo debitus, haberentur cum eadem ſua directione & magnitudine alii poſt alios totidem tempuſculis, quot vires agunt. Aſſumantur jam totidem tempuſcula, quot ſunt punctorum binaria diverſa in ea omni congerie, & præterea unum, ac primo tempuſculo habeant omnia puncta motus debitos velocitatibus illis ſuis, quas habent initio ipſius, ſingula ſingulos; tum aſſignato quovis e ſequentibus tempuſculis cuivis binario, habeat binarium quodvis tempuſculo ſibi reſpondente motum debitum vi mutuæ, quæ agit inter bina ejus puncta, ceteris omnibus quieſcentibus. In fine poſtremi tempuſculi omnia puncta materiæ erunt in hac hypotheſi in iis punctis loci, in quibus revera eſſe debent in fine unici primi tempuſculi ex actione conjuncta virium omnium cum ſingulis ſingulorum velocitatibus.

CCLX. Concipiatur jam ultra omnia ejusmodi puncta planum quodcunque. Primo ex illis tot aſſumptis tempuſculis alia puncta accedent, alia recedent ab eo plano, & ſumma acceſſuum omnium punctorum omnium demptis omnibus receſſibus, ſi qua ſupereſt, vel vice verſa ſumma receſſuum demptis acceſſibus, diviſa per numerum omnium punctorum, æquabitur acceſſui perpendiculari ad idem planum, vel receſſui centri gravitatis communis; cum ſumma diſtantiarum perpendicularium tam initio tempuſculi, quam in fine, diviſa per eundem numerum exhibeat ipſius communis centri gravitatis diſtantiam per Num. 245. Sequentibus autem tempuſculis manebit utique eadem diſtantia centri gravitatis communis ab eodem plano nunquam mutata, quia ob æquales & contrarios punctorum motus, alterius acceſſus ab alterius receſſu æquali eliditur. Quamobrem in fine omnium tempuſculorum ejus diſtantia erit eadem, & acceſſus ad planum erit idem, qui eſſet, ſi ſolæ adfuiſſent ejusmodi velocitates, quæ habebantur initio, adeoque etiam cum omnes vires ſimul agunt, in fine illius unici tempuſculi habebitur diſtantia, quæ haberetur, ſi vires illæ mutuæ non egiſſent, & acceſſus æquabitur ſummæ acceſſuum, qui haberentur ex ſolis velocitatibus, demptis receſſibus. Si jam ſecundum tempuſculum conſideretur, in quo ſimul agant vires mutuæ, & velocitates, debebunt conſiderari tria genera motuum: primum eorum, qui proveniunt a velocitatibus, quæ habebantur initio primi tempuſculi; ſecundum eorum,

Digitized by Google

qui proveniunt a velocitatibus acquiſitis actione virium durante per primum tempuſculum; tertium eorum, qui proveniunt a novis actionibus virium mutuarum, quæ ob mutatas jam poſitiones concipiantur aliis directionibus agere per totum ſecundum tempuſculum. Porro quoniam hi poſteriorum duorum generum motus ſunt in ſingulis punctorum binariis contrarii & æquales, illi itidem diſtantiam centri gravitatis ab eodem plano, & acceſſum, vel receſſum debitum ſecundo tempuſculo non mutant, ſed ea habentur, ſicuti haberentur, ſi ſemper durarent ſolæ illæ velocitates, quæ habebantur initio primi tempuſculi; & idem redit argumentum pro tempuſculo quocunque: ſingulis advenientibus tempuſculis accedet novum motuum genus durantibus cum ſua directione, & magnitudine velocitatibus omnibus inductis per ſingula præcedentia tempuſcula, ex quibus omnibus, & ex nova actione vis mutuæ, componitur quovis tempuſculo motus puncti cujusvis: ſed omnia iſta inducunt motus contrarios, & æquales, adeoque ſummam acceſſuum, vel receſſuum ortam ab illis ſolis initialibus velocitatibus non mutant.

CCLXI. Quod ſi jam tempuſculorum magnitudo minuatur in infinitum, auctо itidem in infinitum intra quodvis finitum tempus eorundem numero, donec evadat continuum tempus, & continua poſitionum, ac virium mutatio; adhuc centrum gravitatis in fine continui temporis cujuscunque, adeoque & in fine partium quarumcunque ejusdem temporis, habebit ab eodem plano diſtantiam perpendicularem, quam haberet ex ſolis velocitatibus habitis initio ejus temporis, ſi nullæ deinde egiſſent mutuæ vires; & acceſſus ad illud planum, vel receſſus ab eo, æquabitur ſummæ omnium acceſſuum pertinentium ad omnia puncta demptis omnibus receſſibus, vel vice verſa. Is vero acceſſus vel receſſus aſſumptis binis ejus temporis partibus quibuscunque, erit proportionalis ipſis temporibus. Nam ſingulorum punctorum acceſſus vel receſſus orti ex illis velocitatibus initialibus perſeverantibus, adeoque ex motu æquabili, ſunt in ratione eadem earundem temporis partium; ac proinde & eorum ſummæ in eadem ratione ſunt.

CCLXII. Inde vero prona jam eſt theorematis demonſtratio. Ponamus enim centrum gravitatis quieſcere quodam tempore, tum moveri per aliquod aliud tempus. Debebit utique aliquo momento ejus temporis eſſe in alio loci puncto, diverſo ab eo, in quo erat initio motus. Sumatur pro prima e duabus partibus temporis continui pars ejus temporis, quo punctum quieſcebat, & pro ſecunda tem-

tempus ab initio motus usque ad quodvis momentum, quo centrum illud gravitatis devenit ad aliud aliquod punctum loci. Ducta recta ab initio ad finem hujusce motus, tum accepto plano aliquo perpendiculari ipsi productæ ultra omnia puncta, centrum gravitatis ad id planum accederet secunda continui ejus temporis parte per intervallum æquale illi rectæ, & nihil accessisset primo tempore, adeoque accessus non fuissent proportionales illis partibus continui temporis. Quamobrem ipsum commune gravitatis centrum vel semper quiescet, vel movetur semper. Si autem movetur, debet moveri in directum. Si enim omnia puncta loci, per quæ transit, non jacent in directum, sumantur tria in directum non jacentia, & ducatur recta per prima duo, quæ per tertium non transibit, adeoque per ipsam duci poterit planum, quod non transeat per tertium, tum ultra omnem punctorum congeriem planum ipsi parallelum. Ad id secundum nihil accessisset illo tempore, quo a primo loci puncto devenisset ad secundum, & eo tempore, quo iviſſet a secundo ad tertium, accessisset per intervallum æquale distantiæ a priore plano, adeoque accessus iterum proportionales temporibus non fuissent. Demum motus erit æquabilis. Si enim ultra omnia puncta concipiatur planum perpendiculare rectæ, per quam movetur ipsum centrum commune gravitatis, jacens ad eam partem, in quam id progreditur, accessus ad ipsum planum erit totus, integer motus ejusdem centri, adeoque cum ii accessus debeant esse proportionales temporibus, erunt ipsis temporibus proportionales motus integri; & idcirco non tantum rectilineus, sed & uniformis erit motus; unde jam evidentissime patet theorema totum.

CCLXIII. Ex eodem fonte, ex quo profluxit hoc generale theorema, sponte fluit hoc aliud ut consectarium: quantitas motus in mundo conservatur semper eadem, si ea computetur secundum directionem quamcunque ita, ut motus secundum directionem oppositam consideretur ut negativus, & ejusmodi motuum contrariorum summa subtrahatur a summa directorum. Si enim consideretur eidem directioni perpendiculare planum ultra omnia materiæ puncta, quantitas motus in ea directione est summa omnium accessuum, demptis omnibus recessibus, quæ summa tempusculis æqualibus manet eadem, cum mutuæ vires inducant accessus & recessus se mutuo destruentes; nec ejusmodi conservationi obstant liberi motus ab anima nostra producti, cum nec ipsa vires ullas possit exerere, nisi quæ agant in partes oppositas æqualiter.

Digitized by Google

CCLXIV. Porro ex illo Newtoniano theoremate ſtatim jam profluit lex actionis, & reactionis æqualium pro maſſis omnibus. Nimirum ſi duæ maſſæ quæcunque in ſe invicem agant viribus quibuscunque mutuis, & inter ſingula punctorum binaria æqualibus, binæ illæ maſſæ acquirent ab actionibus mutuis ſummas motuum æquales in partes contrarias, & celeritates acquiſitæ ab earum centris gravitatis in partes oppoſitas, componendæ cum antecedentibus ipſarum celeritatibus, erunt in ratione reciproca maſſarum. Nam centrum commune gravitatis omnium a mutuis actionibus nihil turbabitur per hoc theorema, & ſive ejusmodi vires agant, ſive non agant, ſed ſolius inertiæ effectus habeantur, ſemper ab eodem communi gravitatis centro diſtabunt ea bina gravitatis centra hinc, & inde in directum ad diſtantias reciproce proportionales maſſis ipſis. Quare ſi præter priores motus ex vi inertiæ uniformes, ob actionem mutuam adhuc magis ad hoc commune centrum accedet alterum ex iis, vel ab eo recedet, accedet & alterum, vel recedet, acceſſibus vel receſſibus reciproce proportionalibus ipſis maſſis. Nam acceſſus ipſi, vel receſſus, ſunt differentiæ diſtantiarum habitarum cum actione mutuarum virium a diſtantiis habendis ſine iis, adeoque erunt & ipſi in ratione reciproca maſſarum, in qua ſunt totæ diſtantiæ. Quod ſi per centrum commune gravitatis concipiatur planum quodcunque, cui quæpiam data directio non ſit parallela, ſumma acceſſuum, vel receſſuum punctorum omnium maſſæ utriuslibet ad ipſum ſecundum eam directionem demptis oppoſitis, quæ eſt ſumma motuum ſecundum directionem eandem, æquabitur acceſſui, vel receſſui centri gravitatis ejus maſſæ ducto in punctorum numerum; acceſſus vero vel receſſus alterius centri ad acceſſum, vel receſſum alterius in directione eadem, erit ut ſecundus numerus ad primum; nam acceſſus, & receſſus in quavis directione data ſunt inter ſe, ut acceſſus, vel receſſus in quavis alia itidem data; & acceſſus ac receſſus in directione, quæ jungit centra maſſarum, ſunt in ratione reciproca ipſarum maſſarum. Quare productum acceſſus, vel receſſus centri primæ maſſæ per numerum punctorum, quæ habentur in ipſa, æquatur producto acceſſus, vel receſſus ſecundæ per numerum punctorum, quæ in ipſa continentur; nimirum ipſæ motuum ſummæ in illa directione computatorum æquales ſunt inter ſe, in quo ipſa actionis, & reactionis æqualitas eſt ſita.

CCLXV. Ex hac actionum, & reactionum æqualitate ſponte profluunt leges colliſionis corporum, quas ex hoc ipſo principio

Wren-

Digitized by Google

Wrennus olim, Hugenius, & Wallisius invenerunt simul, ut in hac ipsa lege Naturæ exponenda Newtonus etiam memorat Principiorum Lib. 1. Ostendam autem, quo pacto generales formulæ inde deducantur tam pro directis collisionibus corporum mollium, quam pro perfecte, vel pro imperfecte elasticorum. Corpora mollia dicuntur ea, quæ resistunt mutationi figuræ, seu compressioni, sed compressa nullam exercent vim ad figuram recuperandam, ut est cera, vel sebum. Corpora elastica, quæ figuram amissam recuperare nituntur; & si vis ad recuperandam sit æqualis vi ad non amittendam, dicuntur perfecte elastica, quæ quidem, ut & perfecte mollia, nulla, ut arbitror, sunt in natura; si autem imperfecte elastica sunt, vis, quæ in amittenda, ad vim, quæ in recuperanda figura exercetur, datam aliquam rationem habet. Addi solet & tertium corporum genus, quæ dura dicunt, quæ nimirum figuram prorsus non mutent; sed ea itidem in natura nusquam sunt juxta communem sententiam, & multo magis nulla usquam sunt in hac mea Theoria. Adhuc qui ipsa velit agnoscere, is mollia consideret, quæ minus, ac minus comprimantur, donec compressio evadat nulla; & ita, quæ de mollibus dicentur, aptari poterunt duris multo meliore jure, quam alii elasticorum leges ad ipsa transferant, considerando elasticitatem infinitam ita, ut figura nec mutetur, nec se restituat; nam si figura non mutetur, adhuc concipi poterit, impenetrabilitatis vi amissus motus, ut amitteretur in compressione; sed ad supplendam vim, quæ exeritur ab elasticis in recuperanda figura, non est, quod concipi possit, ubi figura recuperari non debet. Porro unde corpora mollia sint, vel elastica, hic non quæro; id pertinet ad tertiam partem, quanquam id ipsum nuvi superius Num. 198, sed leges, quæ in eorum collisionibus observari debent, & ex superiore theoremate fluunt, expono. Ut autem simplicior evadat res, considerabo globos, atque hos ipsos circumquaque circa centrum, in eadem saltem ab ipso centro distantia, homogeneos, qui primo quidem concurrant directe; nam deinde ad obliquas etiam collisiones faciemus gradum.

CCLXVI. Porro ubi globus in globum agit, & ambo paribus a centro distantiis homogenei sunt, facile constat, vim mutuam, quæ est summa omnium virium, qua singula alterius puncta agunt in singula puncta alterius, habituram semper directionem, quæ jungit centra; nam in ea recta jacent centra ipsorum globorum, quæ in eo homogeneitatis casu facile constat, esse centra itidem gravita-

Digitized by Google

tis globorum ipſorum; & in eadem jacet centrum commune gravitatis utriusque, ad quod viribus illis mutuis, quas alter globus exercet in alterum, debent ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere; unde fit, ut motus, quos acquirunt globorum centra ex actione mutua alterius in alterum, debeant eſſe in directione, quæ jungit centra. Id autem generaliter extendi poteſt etiam ad caſum, in quo concipiatur maſſa immenſa terminata ſuperficie plana, ſive quoddam immenſum planum agere in globum finitum, vel in punctum unicum, ac vice verſa: nam alterius globi radio in infinitum aucto ſuperficies in planum deſinit; & radio alterius in infinitum imminuto, globus abit in punctum. Quin etiam ſi maſſa quævis teres, ſive circa axem quemdam rotunda, & in quovis plano perpendiculari axi homogenea, vel etiam circulus ſimplex, agat, vel concipiatur agere in globum, vel punctum in ipſo axe conſtitutum.

CCLXVII. Præcurrat jam globus mollis cum velocitate minore, quem alius itidem mollis conſequatur cum majore ita, ut centra ferantur in eadem recta, quæ illa conjungit, & hic demum incurrat in illum, quæ dicitur colliſio directa. Is incurſus mihi quidem non fiet per immediatum contactum, ſed antequam ad contactum deveniant, vi mutua repulſiva comprimentur partes poſteriores præcedentis, & anteriores ſequentis, quæ compreſſio fiet ſemper major, donec ad æquales celeritates devenerint; tum enim acceſſus ulterior deſinet, adeoque & ulterior compreſſio; & quoniam corpora ſunt mollia, nullam aliam exercent vim mutuam poſt ejusmodi compreſſionem, ſed cum æquali illa velocitate pergent moveri porro. Hæc æqualitas velocitatis, ad quam reducuntur ii duo duo globi, una cum æqualitate actionis, & reactionis æqualium, rem totam perficient. Sit enim maſſa, ſive quantitas materiæ, globi præcurrentis $= q$, inſequentis $= Q$; celeritas illius $= c$, hujus $= C$: quantitas motus illius ante colliſionem erit cq, hujus CQ; nam celeritas ducta per numerum punctorum exhibet ſummam motuum punctorum omnium, ſive quantitatem motus; unde etiam fit, ut quantitas motus per maſſam diviſa exhibeat celeritatem Ob actionem & reactionem æquales, hæc quantitas erit eadem etiam poſt colliſionem, poſt quam motus totus utriusque maſſæ, erit $CQ + cq$. Quoniam autem progrediuntur cum æquali celeritate, celeritas illa habebitur, ſi quantitas motus dividatur per totam quantitatem materiæ; quæ idcirco erit $\frac{CQ + cq}{Q + q}$ Nimirum ad habendam velocitatem communem poſt colliſionem, oportebit ducere

fin-

Digitized by Google

ſingulas maſſas in ſuas celeritates, & productorum ſummam dividere per ſummam maſſarum.

CCLXVIII. Si alter globus q quieſcat, ſatis erit illius celeritatem c conſiderate $= o$; & ſi moveatur motu contrario motui prioris globi, ſatis erit illi valorem negativum tribuere; ut adeo & hic, & in ſequentibus formula inventa pro illo primo caſu globorum in eandem progredientium plagam, omnes caſus contineat. In eo autem ſi libeat invenire celeritatem amiſſam a globo Q, & celeritatem acquiſitam a globo q, ſatis erit reducere ſingulas formulas $C - \frac{CQ + cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ + cq}{Q + q} - c$ ad eundem denominatorem, ac habebitur $\frac{Cq - cq}{Q + q}$, & $\frac{CQ - cQ}{Q + q}$, ex quibus deducitur hujusmodi theorema: *ut ſumma maſſarum ad maſſam alteram, ita differentia celeritatum ad celeritatem ab altera acquiſitam*, quæ in eo caſu accelerabit motum præcurrentis, & retardabit motum conſequentis.

CCLXIX. Ex hisce, quæ pertinent ad corpora mollia, facile eſt progredi ad perfecte elaſtica. In iis poſt compreſſionem maximam, & mutationem figuræ inductam ab ipſa, quæ habetur, ubi ad æquales velocitates eſt ventum, agent adhuc in ſe invicem bini globi, donec deveniant ad figuram priorem, & hæc actio duplicabit effectum priorem. Ubi ad ſphæricam figuram deventum fuerit, quod fit receſſu mutuo oppoſitarum ſuperficierum, quæ in compreſſione ad ſe invicem acceſſerant, pergent utique a ſe invicem recedere aliquanto magis eædem ſuperficies, & figura producetur, ſed oppoſita jam vi mutua inter partes ejusdem globi incipient retrahi, & productio perget fieri, ſed usque lentius, donec ad maximam quamdam productionem deventum fuerit, quæ deinde incipiet minui, & globus ad ſphæricam figuram accedet iterum, ac iterum comprimetur motu quodam oſcillatorio, ac partium trepidatione hinc, & inde a figura ſphærica, uti ſupra vidimus etiam duo puncta circa diſtantiam limitis cohæſionis oſcillare hinc, & inde; ſed id ad colliſionem, & motus centrorum gravitatis nihil pertinebit, quorum ſtatus a viribus mutuis nihil turbatur; actio autem unius globi in alterum ita iam cessabit poſt regreſſum ad figuram ſphæricam, poſt quem ſuperficies alterius poſtica, & alterius antica in centra jam retractæ, ulteriore centrorum diſceſſu a ſe invicem incipient ita diſtare, ut vires in ſe invicem non exerant, quarum effectus ſentiri poſſit; & hypotheſis perfecte elaſticorum

eſt,

Digitized by Google

eſt, ut tantus ſit mutuæ actionis effectus in recuperanda figura, quantus fuit in amittenda.

CCLXX. Duplicato igitur effectu globus Q amittet celeritatem $\frac{2Cq - 2cq}{Q+q}$, & globus q acquiret celeritatem $\frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$. Quare illius celeritas poſt colliſionem erit $C - \frac{2CQ - 2cQ}{Q+q}$, ſive $\frac{Cq - CQ + 2cQ}{Q+q}$; hujus vero erit $c + \frac{2Cq - 2cq}{Q+q} = \frac{cQ - cq + 2Cq}{Q+q}$, & motus fient in eandem plagam, vel globus alter quieſcet, vel fient in plagas oppoſitas, prout determinatis valoribus Q, q, C, c formulæ valor evaſerit poſitivus, nullus, vel negativus.

CCLXXI. Quodſi elaſticitas fuerit imperfecta, & vis in amittenda ad vim in recuperanda figura fuerit in aliqua ratione data, erit & effectus prioris ad effectum poſterioris itidem in ratione data, nimirum in ratione ſubduplicata prioris; nam ubi per idem ſpatium agunt vires, & velocitas oritur, vel extinguitur tota, ut hic reſpectiva velocitas extinguitur in compreſſione, oritur in reſtitutione figuræ, quadrata velocitatum ſunt ut areæ, quas deſcribunt ordinatæ viribus proportionales juxta Num. 175, & hinc areæ erunt in ratione virium, ſi, viribus conſtantibus, ſint conſtantes & ordinatæ, cum inde fiat, ut ſcalæ celeritatum ab iis deſcriptæ ſint rectangula. Sit igitur rationis conſtantis illarum virium ratio ſubduplicata m ad n, & erit effectus in amittenda figura ad ſummam effectuum in tota colliſione, ut m ad $m + n$, quæ ratio ſi ponatur eſſe 1 ad r, ut ſit $r = \frac{m+n}{m}$, ſatis erit, effectus illos inventos pro globis mollibus, ſive celeritatem ab altero amiſſam, ab altero acquiſitam, non duplicare, ut in perfecte elaſticis, ſed multiplicare per r, ut habeantur velocitates acquiſitæ in partes contrarias, & componendæ cum velocitatibus prioribus. Erit nimirum illa, quæ pertinet ad globum $Q = \frac{rCq - rcq}{Q+q}$ & quæ pertinet ad globum q, erit $= \frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$, adeoque velocitas illius poſt congreſſum erit $C - \frac{rCq - rcq}{Q+q}$ & hujus $c + \frac{rCQ - rcQ}{Q+q}$; quæ formulæ itidem reducuntur ad eosdem denominatores; ac tum ex hisce formulis, tum e ſuperioribus, quam plurima elegantiſſima theoremata deducuntur, quæ quidem paſſim inveniuntur in elementaribus libris, & ego ipſe

ali-

aliquanto uberius perſecutus ſum in Supplementis Stayanis ad Lib. 2 § 2; ſed hic ſatis eſt, fundamenta ipſa, & primarias formulas derivaſſe ex eadem Theoria, & ex proprietatibus centri gravitatis, ac motuum oppoſitorum æqualium, deductis ex Theoria eadem; nec niſi binos, vel ternos evolvam caſus uſui futuros infra, antequam ad obliquam colliſionem, ac reflexionem motuum gradum faciam.

CCLXXII. Si globus perfecte elaſticus incurrat in globum itidem quieſcentem, erit $e = o$, adeoque velocitas contraria priori pertinens ad incurrentem, quæ erat $\frac{2Cq - 2cq}{Q + q}$, erit $\frac{2Cq}{Q + q}$; velocitas acquiſita a quieſcente, quæ erat $\frac{2CQ - 2cQ}{Q + q}$, erit $\frac{2CQ}{Q + q}$; unde habebitur hoc theorema: *ut ſumma maſſarum ad duplam maſſam incurrentis, vel quieſcentis, ita celeritas incurrentis ad celeritatem amiſſam a primo, vel acquiſitam a ſecundo;* & ſi maſſæ æquales fuerint, fit ea ratio æqualitatis; ac proinde globus incurrens totam ſuam velocitatem amittit, acquirendo nimirum æqualem contrariam, a qua ea elidatur, & globus quieſcens acquirit velocitatem, quam ante habuerat globus incurrens.

CCLXIII. Si globus imperfecte elaſticus incurrat in globum quieſcentem immenſum, & qui habeatur pro abſolute infinito, cujus idcirco ſuperficies habetur pro plana, in formula velocitatis acquiſitæ a globo quieſcente $\frac{rCQ - rcQ}{Q + q}$, cum evaneſcat Q reſpectu q abſolute infiniti, & proinde $\frac{Q}{Q + q}$ evadat $= o$, tota formula evaneſcit, adeoque ipſe haberi poteſt pro plano immobili. In formula vero velocitatis, quam in partem oppoſitam acquiret globus incurrens, $\frac{rCq - rcq}{Q + q}$, evadit $e = o$, & Q evaneſcit itidem reſpectu q. Hinc habetur $\frac{rCq}{q}$, ſive rC, nimirum ob $r = \frac{m + n}{m}$ fit $\left(\frac{m + n}{m}\right) \times C$, cujus prima pars $\frac{m}{m} \times C$ ſive C, eſt illa, quæ amittitur, ſive acquiritur in partem oppoſitam in comprimenda figura, & $\frac{n}{m} \times C$ eſt illa, quæ acquiritur in recuperanda, ubi ſi ſit $n = o$ quod accidit nimirum in perfecte mollibus, habetur ſola pars prima; ſi $m = n$, quod accidit in perfecte elaſticis, eſt $\frac{n}{m} \times C = C$, ſecunda pars æqualis

Digitized by Google

primæ; & in reliquis caſibus eſt ut *m* ad *n*, ita illa pars prima C, ſive præcedens velocitas, quæ per primam partem acquiſitam eliditur, ad partem ſecundam, quæ remanet in plagam oppoſitam. Quamobrem habetur ejusmodi theorema: *ſi incurrat ad perpendiculum in planum immobile globus perfecte mollis, acquirit velocitatem contrariam æqualem ſuæ priori, & quieſcit; ſi perfecte elaſticus, acquirit duplam ſuæ, nimirum æqualem in compreſſione, qua motus omnis ſiſtitur, & æqualem in recuperanda figura, cum qua reſilit; ſi fuerit imperfecte elaſticus in ratione* m *ad* n, *in illa eadem ratione erit velocitas priori ſuæ contraria acquiſita, dum figura mutatur, quæ priorem ipſam velocitatem extinguit, ad velocitatem, quam acquirit, dum figura reſtituitur, & cum qua reſilit.*

CCLXXIV. Eſt & aliud theorema aliquanto operoſius, ſed generale, & elegans, ab Hugenio inventum pro perfecte elaſticis, quod nimirum ſumma quadratorum velocitatis ductorum in maſſas poſt congreſſum remaneat eadem, quæ fuerat ante ipſum. Nam Velocitates poſt congreſſum ſunt $C - \frac{2q}{Q+q}(C-c)$ & $c + \frac{2Q}{Q+q}(C-c)$; quadrata ducta in maſſas continent ſingula ternos terminos: primi erunt $QCC + qcc$; ſecundi erunt $(-CC+Cc)\frac{4Qq}{Q+q} + (cC-cc)\frac{4Qq}{Q+q}$, quorum ſumma evadit $(-CC+2Cc-cc)\frac{4Qq}{Q+q}$; poſtremi erunt $\frac{4Qqq}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, & $\frac{4qQQ}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, ſive ſimul $\frac{4(Q+q)\times Qq}{(Q+q)^2} \times (CC-2Cc+cc)$, vel $\frac{4Qq}{Q+q} \times (CC-2Cc+cc)$, quod deſtruit ſummam ſecundi terminorum binarii, remanente ſola illa $QCC + qcc$, ſumma quadratorum velocitatum præcedentium ducta in maſſas. Sed hæc æqualitas nec habetur in mollibus, nec in imperfecte elaſticis.

Fig. 42. CCLXXV. Veniendo jam ad congreſſus obliquos, deveniant dato tempore bini globi A, C in Fig. 42 per rectas quascunque AB, CD, quæ illorum velocitates metiantur, in B, & D ad Phyſicum contactum, in quo jam ſenſibilem effectum edunt vires mutuæ. Communi methodo collisionis effectus ſic definitur. Junctis eorum centris per rectam BD, ducantur ad eam productam, quæ opus eſt, perpendicula AF, CH, & completis rectangulis AFBE, CHDG reſolvantur ſinguli motus AB, CD in binos; ille quidem AF,

Digitized by Google

AF, AE, ſive BE, BF, hic vero CH, CG, ſive GD, DH. Primus utrobique manet illæſus; ſecundus FB, & HD colliſionem facit directam. Inveniantur per legem colliſionis directæ velocitates DI, DK, quæ juxta ejusmodi leges ſuperius expoſitas haberentur poſt colliſionem diverſæ pro diverſis corporum ſpeciebus, & componantur cum velocitatibus expoſitis per rectas BL, DQ jacentes in directum cum EB, GD, & illis æquales. His peractis expriment BM, DP celeritates, ac directiones motuum poſt colliſionem.

CCLXXVII. Hoc pacto conſideratur reſolutio motuum, ut vera quædam reſolutio in duos, quorum alter illæſus perſeveret, alter mutationem patiatur, ac in caſu, quem Figura exprimit, extinguatur penitus, tum iterum alius producatur. At ſine ulla vera reſolutione res vere accidit hoc pacto. Mutua vis, quæ agit in globos B, D, dat illis toto colliſionis tempore velocitates contrarias BN, DS æquales in caſu, quem Figura exprimit, binis illis, quarum altera vulgo concipitur ut eliſa, altera ut renaſcens. Eæ compoſitæ cum BO, DR jacentibus in directum cum AB, CD, & æqualibus iis ipſis, adeoque exprimentibus effectus integros præcedentium velocitatum, exhibent illas ipſas velocitates BM, DP. Facile enim patet, fore LO æqualem AE, ſive BF, adeoque MO æqualem BN, & BNMO fore parallelogrammum; ac eadem demonſtratione eſt itidem parallelogrammum DRPS. Quamobrem nulla ibi eſt vera reſolutio, ſed ſola compoſitio motuum, perſeverante nimirum velocitate priore per vim inertiæ, & ea compoſita cum nova velocitate, quam generant vires, quæ agunt in colliſione.

CCLXXVII. Idem mihi accidit, ubi oblique globus incurrit in planum, ſive conſideretur motus, qui haberi debet deinde, ſive percuſſionis obliquæ energia reſpectu perpendicularis. Deveniat in Fig. 43 globus A directione obliqua AB ad planum CD conſi- Fig. 43.
deratum ut immobile, quod contingat phyſice in N, & concipiatur planum GI parallelum priori ductum per centrum B, ad quod appellet ipſum centrum, & a quo reſilier, ſi reſilit. Ducta AF perpendiculari ad GI, & completo parallelogrammo AFBE, in communi methodo reſolvitur velocitas AB in duas AF, AE, ſive FB, EB; primam dicunt manere illæſam; ſecundam deſtrui a reſiſtentia plani; tum perſeverare illam ſolam per BI æqualem ipſi FB, ſi corpus incurrens ſit perfecte molle, vel componi cum alia in perfecte elaſticis BE, æquali priori EB; in imperfecte elaſticis

Digitized by Google

Be, quæ ad priorem EB habeat rationem datam, & percurrere in primo casu BI, in secundo BM, in tertio Bm. At in mea Theoria globus a viribus in illa minima distantia agentibus, quæ ibi sunt repulsivæ acquirit secundum directionem NE perpendicularem plano repellenti CD in primo casu velocitatem BE, æqualem illi, quam acquireret, si cum velocitate EB perpendiculariter advenisset per EB; in secundo BL ejus duplam; in tertio BP, quæ ad ipsam habeat illam rationem datam r ad 1, sive $m + n$ ad m, & haberet deinde velocitatem compositam ex velocitate priore manente; ac expressa per BO æqualem AB, & positam ipsi in directum, ac ex altera BE, BL, BP, ex quibus constat, componi illas ipsas BI, BM, Bm, quas prius, cum ob OI æqualem AF, sive BE, & IM, Im æquales BE, Be, sive EL, EP, totæ etiam totis OI, OM, Om sint æquales, & parallelæ.

CCLXXVIII. Res mihi per compositionem virium ubique eodem redit, quo in communi methodo per earum resolutionem. Resolutionem solent vulgo admittere in motibus, quos vocant impeditos, ubi vel planum subjectum, vel ripa ad latus procursum impediens, ut in fluviorum alveis, vel filum, aut virga sustentans, ut in pendulorum oscillationibus, impedit motum secundum eam directionem, qua agunt velocitates jam conceptæ, vel vires; ut & virium resolutionem agnoscunt, ubi binæ, vel plures etiam vires unius cujusdam vis alia directione agentis effectum impediunt, ut ubi grave a binis obliquis planis sustinetur, quorum utrumque premit directione ipsi plano perpendiculari, vel ubi a pluribus filis elasticis oblique fitis sustinetur. In omnibus istis casibus illi velocitatem, vel vim agnoscunt vere resolutam in duas, quarum utrique simul illa unica velocitas, vel vis æquivaleat, ex illis veluti partibus constituta, quarum si altera impediatur, debeat altera perseverare, vel si impediatur utraque, suum utraque effectum edat seorsum. At quoniam id impedimentum in mea Theoria nunquam habebitur ab immediato contactu plani rigidi subjecti, nec a virga vere rigida, & inflexili sustentante, sed semper a viribus mutuis repulsivis in primo casu, attractivis in secundo; semper habebitur nova velocitas, vel vis æqualis & contraria illi, quam communis methodus elisam dicit, quæ cum tota velocitate, vel vi obliqua composita eundem motum, vel idem æquilibrium restituet, ac idem omnino erit, in effectuum computatione considerare partes illas binas, & alteram, vel utramque impeditam, ac considerare priorem totam, aut velocita-

Digitized by Google

citatem, aut vim, compoſitam cum iis novis contrariis, & æqualibus illi parti, vel illis partibus, quæ dicebantur elidi. In id autem, quod vel inferne, vel ſuperne motum maſſæ cujuspiam impedit, vel vim, non aget pars illa prioris velocitatis, vel illius vis, quæ concipitur reſoluta, ſed velocitas orta a vi mutua, & contraria velocitati illi novæ genitæ in eadem maſſa, a vi mutua, vel ipſa vis mutua, quæ ſemper debet agere in partes contrarias, & cui occaſionem præbet illa determinata diſtantia major, vel minor, quam ſit, quæ limites, & æquilibrium conſtitueret.

CCLXXIX. Id quidem abunde apparet in ipſo ſuperiore exemplo. Ibi in Fig. 43 globus (quem concipiamus mollem) advenit oblique per AB, & oblique impeditur a plano ejus progreſſus. Non eſt velocitas perpendicularis AF, vel EB, quæ extinguitur, durante AE, vel FB, uti diximus; nec illa urſit planum CD. Velocitas AB occaſionem dedit globo accedendi ad planum CD usque ad eam exiguam diſtantiam, in qua vires variæ agerent, donec ex omnium actionibus conjunctis impediretur ulterior acceſſus ad ipſum planum, ſive perpendicularis diſtantiæ ulterior diminutio. Illæ vires agent ſimul in directione perpendiculari ad ipſum planum juxta Num. 266; debebunt autem, ut impediant ejusmodi ulteriorem acceſſum, producere in ipſo globo velocitatem, quæ compoſita cum tota BO perſeverante in eadem directione AB, exhibeat velocitatem per BI parallelam CD. Quoniam vero triangula rectangula AEB, BIO æqualia erunt neceſſario ob AB, BO æquales, erit BEIO parallelogrammum, adeoque velocitas perpendicularis, quæ cum priore velocitate BO debeat componere velocitatem per rectam parallelam plano, debebit neceſſario eſſe contraria. & æqualis illi ipſi EB perpendiculari eidem plano, in quam reſolvunt vulgo velocitatem AB. Interea vero vis, quæ ſemper agit in partes contrarias æqualiter, urſerit planum tantundem, & omnes in eo produxerit effectus illos, qui vulgo tribuuntur globo advenienti cum velocitate ejusmodi, ut perpendicularis ejus pars ſit EB.

CCLXXX. Idem accidet etiam in reliquis omnibus caſibus ſuperius memoratis. Deſcendat globus gravis per planum inclinatum CD (Fig. 44) oblique, quod in communi ſententia continget hunc in modum. Reſolvunt gravitatem BO in duas, alteram BR perpendicularem plano CD, qua urgetur ipſum planum, quod eum ſuſtinet; alteram BI, parallelam eidem plano, quæ obliquum deſcenſum accelerat. In mea Theoria gravitas cogit globum ſemper Fig. 44.

Digitized by Google

magis accedere ad planum CD, donec distantia evadat ejusmodi, ut vires mutuæ repulsivæ agant, & illa quidem, quæ agit in B, sit ejusmodi, ut composita cum BO exhibeat BI parallelam plano ipsi, adeoque non inducentem ulteriorem accessum, sit autem perpendicularis plano ipsi. Porro ejusmodi est BE, jacens in directum cum RB, & ipsi æqualis, cum nimirum debeat esse parallela, & æqualis OI. Vis autem æqualis ipsi, & contraria, adeoque expressa per BR, urgebit planum.

Fig. 45. CCLXXXI. Quod si grave suspensum (in Fig. 45) filo, vel virga BC debeat oblique descendere per arcum circuli BD, tum vero in communi methodo gravitatem BO itidem resolvunt in duas BR, BI, quarum prima filum, vel virgam tendat, & elidatur, secunda acceleret descensum obliquum, qui fieret ex velocitate concepta per rectam BA perpendicularem BC, ac præterea etiam tensionem fili agnoscunt ortam a vi centrifuga, quæ exprimitur per DA perpendicularem tangenti. At in mea Theoria res hoc pacto procedit. Globus ex B abit ad D per vires tres compositas simul cum velocitate præcedente; prima e viribus est vis gravitatis BO; secunda attractio versus C orta a tensione fili, vel virgæ, expressa per BE parallelam & æqualem OI, adeoque BR, quæ solæ componerent vim BI; tertia est attractio in C expressa per BH æqualem AD. Adest præterea velocitas præcedens, quam exprimit BK æqualis IA, ut sit BI æqualis KA. His viribus cum ea velocitate simul agentibus erit globus in D in fine ejus tempusculi, cui ejusmodi effectus illarum virium respondent. Nam ibi debet esse, ubi esset, si aliæ ex illis causis agerent post alias: gravitate agente veniret per BO; vi BE abiret per OI, velocitate BK abiret per IA ipsi æqualem; vi BH abiret per AD. Quamobrem res tota itidem peragitur sola compositione virium, & motuum.

CCLXXXII. Porro si sumatur EG æqualis BH; tum tota attractio orta a tensione fili erit BG, quæ prius considerata est tanquam e binis partibus in directum agentibus composita, ac res eodem redit; nam si prius componantur BH, & BE in BG (quo casu tota BG ut unica vis haberetur), tum BO, ac demum BK, ad idem punctum D rediretur juxta generalem demonstrationem, quam dedi Num. 258. Porro vi expressa per totum BG attraheretur contra punctum suspensionis versus B, ubi pars EG, vel BH ad partem BE habet proportionem pendentem a celeritate BK, ab angulo RBO, ac a radio CB; sed ista meæ Theoriæ cum omnium usita-

Digitized by Google

uſitatis Mechanicæ elementis communia ſunt, poſteaquam compoſitionis hujus cum illa reſolutione æquivalentia eſt demonſtrata.

BCLXXXIII. Quæ de motu diximus facto vi oblique, ſed non penitus impedita, eadem in æquilibrio habent locum, ubi omnis impeditur motus. Innitatur globus gravis B (Fig. 46) binis planis AC, CD, quæ accurate, vel in mea Theoria phyſice ſolum, contingat in H, & F, & gravitatem referat recta verticalis BO, ac ex puncto O ad rectas BH, BF ducantur rectæ OR, OI parallelæ ipſis BF, BH, & producta ſurſum BK tantundem, ducantur ex K ipſis BF, BH parallelæ KE, KL usque ad easdem BH, BF; ac patet, fore rectas BE, BL æquales & contrarias BR, BI. In communi methodo reſolutionis virium concipitur gravitas BO reſoluta in binas BR, BI, quarum prima urgeat planum AC, ſecunda DC; & quoniam ſi angulus H C F fuerit ſatis acutus, erit itidem ſatis acutus angulus R, qui ipſi æqualis eſſe debet, cum uterque ſit complementum HBF ad duos rectos, alter ob parallelogrammum, alter ob angulos BHC, BFC rectos; fieri poteſt, ut ſingula latera BR, RO ſive BI, ſint, quantum libuerit, longiora quam BO, vires ſingulæ, quæ urgent illa plana, poſſunt eſſe, quantum libuerit, majores, quam ſola gravitas: mirantur multi, fieri poſſe, ut gravitas per ſolam ejusmodi applicationem tantum quodammodo ſupra ſe aſſurgat, & effectum tanto majorem edat. Fig. 46.

CCLXXXIV. Difficultas ejusmodi in communi etiam ſententia evitari facile poteſt exemplo vectis, de quo agemus infra, in quo ſola applicatio vis in multo majore diſtantia collocatæ multo majorem effectum edit. Verum in mea Theoria ne ullus quidem difficultati eſt locus. Non reſolvitur revera gravitas in duas vires BR, BI, quarum ſingulæ plana urgeant, ſed gravitas inducit ejusmodi acceſſum ad ea plana, in quo vires repulſivæ perpendiculares ipſis planis agentes in globum componant vim BK æqualem, & contrariam gravitati BO, quam ſuſtineat, & ulteriorem acceſſum impediat. Ad id præſtandum requiruntur illæ vires BE, BL æquales & contrariæ hisce BR, BI, quæ rem conficiunt Sed quoniam vires ſunt mutuæ, habebuntur repulſiones agentes in ipſa plana contrariæ, & æquales illis ipſis BE, BL, adeoque agent vires expreſſæ per illas ipſam BR, BI, in quas communis methodus gravitatem reſolvit.

CCLXXXV. Quod ſi globus gravis P in Fig. 47 e filo BP pendeat, ac ſuſtineatur ab obliquis filis AB, DB, exprimat autem Fig. 47.

BH

BH gravitatem, & ſit BK ipſi contraria & æqualis, ac ſint HI, KL parallelæ DB, & HR, KE parallelæ filo AB; communis methodus reſolvit gravitatem BH in duas BR, BI, quæ a filis ſuſtineantur, & illa tendant; ſed ego compono vim BK gravitati contrariam, & æqualem e viribus BE, BL, quas exerunt attractivas puncta fili, quæ ob pondus P delatum deorſum ſua gravitate ita diſtrahuntur a ſe invicem, donec habeantur vires attractivæ componentes ejusmodi vim contrariam, & æqualem gravitati.

CCLXXXVI. Quamobrem per omnia caſuum diverſorum genera pervagati jam vidimus, nullam eſſe in mea Theoria veram aut virium, aut motuum reſolutionem, ſed omnia phænomena pendere a ſola compoſitione virium, & motuum, adeoque naturam eodem ubique modo ſimpliciſſimo agere, componendo tantummodo vires, & motus plures, ſive edendo ſimul eum effectum, quem ederent illæ omnes cauſæ, ſi aliæ poſt alias effectus ederent ſuos æquales, & eandem habentes directionem cum iis, quos ſingulæ, ſi ſolæ eſſent, producerent. Et quidem id generale eſſe Theoriæ meæ patet vel ex eo, quod nulli poſſunt eſſe motus ex parte impediti, ubi nullus eſt immediatus contactus, ſed in libero vacuo ſpatio punctum quodvis liberrime movetur parendo ſimul velocitati, quam habet jam acquiſitam, & viribus omnibus, quæ ab aliis omnibus materiæ punctis proveniunt.

CCLXXXVII. Quanquam autem habeatur revera ſola compoſitio virium, licebit adhuc vires imaginatione noſtra reſolvere in plures, quod ſæpe demonſtrationes theorematum, & ſolutionem problematum contrahet mirum in modum, ac expeditiores reddet, & elegantiores; nam licebit pro unica vi aſſumere vires illas, ex quibus ea componeretur. Quoniam enim idem omnino effectus oriri debet, ſive adſit unica vis componens, ſive reapſe habeantur ſimul plures illæ vires componentes, manifeſtum eſt, ſubſtitutione harum pro illa nihil turbari concluſiones, quæ inde deducuntur; & ſi poſt reſolutionem ejusmodi inveniatur vis contraria, & æqualis alicui e viribus, in quas vis illa data reſolvitur, illa haberi poteſt pro nulla, conſideratis ſolis reliquis, ſi in plures reſoluta fuit, vel ſola altera reliqua, ſi reſoluta fuit in duas. Nam componendo vim, quæ reſolvitur, cum illa contraria uni ex iis, in quas reſolvitur, eadem vis provenire debet omnino, quæ oritur componendo ſimul reliquas, quæ fuerant in reſolutione ſociæ illius eliſæ, vel retinendo unicam illam alteram reliquam, ſi reſolutio facta eſt in duas tan-

Digitized by Google

tantummodo; atque id ipſum conſtat pro reſolutione in duas ipſis ſuperioribus exemplis, & pro quacunque reſolutione in vires quotcunque facile demonſtratur.

CCLXXXVIII. Porro quod pertinet ad reſolutionem in plures vires vel motus, facile eſt ex iis, quæ dicta ſunt Num. 256 definire legem, quæ ipſam reſolutionem rite dirigat, ut habeantur vires, quæ datam aliquam componant. Sit in Fig. 48 vis quæcunque, vel motus AP, & incipiendo ab A ducantur quotcunque, & cujuscunque longitudinis rectæ AB, BC, CD, DE, EF, FG, GP, continuo inter ſe connexæ ita, ut incipiant ex A, ac deſinant in P; & ſi ipſis BC, CD &c ducantur parallelæ & æquales A*c*, A*d* &c, vires omnes AB, A*c*, A*d*, A*e*, A*f*, A*g*, A*p* component vim AP; unde patet illud: ad componendam vim quamcunque poſſe aſſumi vires quotcunque, & quascunque, quibus aſſumptis determinari poterit una alia præterea, quæ compoſitionem perficiat; nam poterunt duci rectæ AB, BC, CD &c parallelæ, & æquales datis quibuscunque, & ubi poſtremo deventum fuerit ad aliquod punctum G, ſatis erit addere vim expreſſam per GP. Fig. 48.

CCLXXXIX. Eo autem generali caſu continetur particularis caſus reſolutionis in vires tantummodo duas, quæ poteſt fieri per duo quævis latera trianguli cujuscunque, ut in Fig. 49, ſi datur vis AP, & fiat quodcunque triangulum ABP, vis reſolvi poteſt in duas AB, BP, & data illarum altera, datur & altera, quod quidem conſtat etiam ex ipſa compoſitione, ſeu reſolutione per parallelogrammum ABPC, quod ſemper compleri poteſt, & in quo AC eſt parallela & æqualis BP, ac binæ vires AB, AC componunt vim AP; atque idem dicendum de motibus. Fig. 49.

CCXC. Ejusmodi reſolutio illud etiam palam faciet, cur vis compoſita a viribus non in directum jacentibus, ſit minor ipſis componentibus, quæ nimirum ſunt ex parte ſibi invicem contrariæ, & eliſis mutuo contrariis & æqualibus, remanet in vi compoſita ſumma virium conſpirantium, vel differentia oppoſitarum pertinentium ad componentes. Si enim in Fig. 50, 51, 52 vis AP componatur ex viribus AB, AC, quæ ſint latera parallelogrammi AEPC, & ducantur in AP perpendicula BE, CF, cadentibus E, & F inter A, & P in Fig. 50; in A, & P in Fig. 51, extra in Fig. 52, ſatis patet, fore in prima & poſtrema æqualia triangula AEB, PFC, adeoque vires BE, FC contrarias & æquales elidi; vim vero AP in primo caſu eſſe ſummam binarum virium conſpirantium AE, AF; Fig. 50. 51. & 52

Digitized by Google

æquari unicæ AF in ſecundo; & fore differentiam in tertio oppoſitarum AE, AF.

CCXCI. In reſolutione quidem vis creſcit quodammodo, quia mente adjungimus alias oppoſitas & æquales, quæ adjunctæ cum ſe invicem elidant, rem non turbant. Sic in Fig. 52 reſolvendo AP in binas AB, AC, adjicimus ipſi AP binas AE, PF contrarias, &præterea in directione perpendiculari binas EB, FC itidem contrarias, & æquales. Cum reſolutio non ſit realis, ſed imaginaria tantummodo ad faciliorem problematum ſolutionem, nihil inde difficultatis afferri poteſt contra communem methodum concipiendi vires, quas huc usque conſideravimus, & quæ momento temporis exercent ſolum niſum, ſive preſſionem; unde etiam fit, ut dicantur vires mortuæ, & idcirco ſolum continuo durantes tempore ſine contraria aliqua vi, quæ illas elidat, velocitatem inducunt, ut cauſæ velocitatis ipſius inductæ; nec inde argumentum ullum deſumi poterit pro admittendis illis, quas Leibnitius invexit primus, & vires vivas appellavit, quas hinc potiſſimum neceſſario ſaltem concipiendas eſſe arbitrantur non nulli, ne nimirum in reſolutione virium habeatur effectus non æqualis ſuæ cauſæ. Effectus quidem non æqualis, ſed proportionalis eſſe debet, non cauſæ, ſed actioni cauſæ, ubi ejusmodi actio contraria aliqua actione non impeditur vel tota, vel ex parte; quod accidit, uti vidimus, in obliqua compoſitione; ac utcunque & aliæ reſponſiones ſint in communi etiam ſententia pro caſu reſolutionis; in mea Theoria, cum ipſa reſolutio realis nulla ſit, nulla itidem eſt, uti monui, difficultas.

CCXCII. Et quidem tam ex iis, quæ huc usque demonſtrata ſunt, quam ex iis, quæ conſequentur, ſatis apparebit, nullum usquam eſſe ejusmodi virium vivarum indicium, nullam neceſſitatem, cum omnia naturæ phænomena pendeant e motibus, & æquilibrio, adeoque a viribus mortuis, & velocitatibus inductis per earum actiones, quam ipſam ob cauſam in illa Diſſertatione de Viribus Vivis, quæ hujus ipſius Theoriæ occaſionem mihi præbuit ante annos 13, affirmavi, vires vivas in natura nullas eſſe, & multa, quæ ad eas probandas proferri ſolebant, ſatis luculenter expoſui per ſolas velocitates a viribus non vivis inductas.

CCXCIII. Unum hic proferam, quod pertinet ad colliſionem globorum elaſticorum obliquam, quæ compoſitionem reſolutioni ſubſtitutam illuſtrat. Sint in Fig. 53 triangula ADB, BHG, GML Fig. 53. rectangula in D, H, M, ita, ut latera BD, GH, LM ſint æqua-

lia

Digitized by Google

lia ſingula dimidiæ baſi AB, ac ſint BG, GL, LQ parallelæ AD, BH, GM. Globus A cum velocitate AB = 2 incurrat in B in globum C ſibi æqualem jacentem in DB producta: ex colliſione obliqua dabit illi velocitatem CE = 1, æqualem ſuæ BD, quam amittet, & progredietur per BG cum velocitate = AD = √3. Ibi eodem pacto ſi inveniat globum I, dabit ipſi velocitatem IK = 1, amiſſa ſua GH, & progredietur per GL cum √2; tum ibi dabit globo O velocitatem OP = 1, amiſſa ſua LM, & abibit cum LQ = 1, quam globo R, directe in eum incurrens, communicabit. Quare, ajunt, illa vi, quam habebat cum velocitate = 2, communicabit quatuor globis ſibi æqualibus vires, quæ junguntur cum velocitatibus ſingulis = 1, ubi ſi vires fuerint itidem ſingulæ = 1, erit ſumma virium = 4, quæ cum fuerit ſimul cum velocitate = 2, vires ſunt, non ut ſimplices velocitates in maſſis æqualibus, ſed ut quadrata velocitatum.

CCXCIV. At in mea Theoria id argumentum nullam ſane vim habet. Globus A non transfert in globum C partem DB ſuæ velocitatis AB reſolutæ in duas DB, TB, & cum ea partem ſuæ vis. Agit in globos vis nova mutua in partes oppoſitas, quæ alteri imprimit velocitatem CE, alteri BD. Velocitas prior globi A expreſſa per BF poſitam in directum cum AF, & ipſi æqualem, componitur cum hac nova accepta BD, & oritur velocitas BG, minor ipſa BF ob obliquitatem compoſitionis. Eodem pacto nova vis mutua agit in globos in G & I, in L & O, in Q & R, & velocitates novas primi globi GL, LQ, *zero*, componunt velocitates GH & GN, LM, & LS, LQ & QL, ſine ulla aut vera reſolutione, aut translatione vis vivæ, natura in omni omnino caſu, & in omni corporum genere agente prorſus eodem modo.

CCXCV. Sed quod attinet ad colliſiones corporum, & motus reflexos, unde digreſſi eramus, inprimis illud monendum duco: cum nulli mihi ſint continui globi, nulla plana continua, pleraque ex illis, quæ dicta ſunt, habebunt locum tantummodo ad ſenſum, & proxime tantummodo, non accurate; nam intervalla, quæ habentur inter puncta, inducent inæqualitates ſane multas. Sic etiam in Fig. 43, ubi globus delatus ad B incurrit in CD, mutatio viæ directionis non fiet in unico puncto B, ſed per continuam curvaturam; ac ubi globus reflectetur, ipſa reflexio non fiet in unico puncto B, ſed per curvam quandam. Recta AB, per quam globus adveniet, non erit accurate recta, ſed proxime; nam vires ad diſtan- Fig. 43.

Digitized by Google

ſtantias omnes conſtanti lege ſe extendunt, ſed in majoribus diſtantiis ſunt inſenſibiles, niſi maſſa, in quam tenditur, ſit enormis, ut eſt totius terræ maſſa, in quam ſenſibili vi tendunt gravia. At ubi globus advenerit ſatis prope planum CD, incipiet incurvari etiam via centri, quæ quidem jam attracto, jam repulſo globo ſerpet etiam, donec alicubi repulſio ſatis prævaleat ad omnem ejus perpendicularem velocitatem extinguendam (utar enim impoſterum etiam ego vocabulis communibus a virium reſolutione petitis, uti & ſuperius aliquando uſus fueram, & nunc quidem potiore jure, poſteaquam demonſtravi æquipollentiam veræ compoſitionis virium cum imaginaria reſolutione), & retro etiam motum reflectat.

CCXCVI. Et quidem ſi vires in acceſſu ad planum, ac in receſſu a plano fuerint prorſus æquales inter ſe, dimidia curva ab initio ſenſibilis curvaturæ usque ad minimam diſtantiam a plano erit prorſus æqualis, & ſimilis reliquæ dimidiæ curvæ, quæ habebitur inde usque ad finem curvaturæ ſenſibilis, ac angulus incidentiæ erit æqualis angulo reflexionis. Id in caſu, quem exprimit Fig. 43, curva ob inſenſibilem ejus tractum conſiderata pro unico puncto, pro perfecte elaſticis patet ex eo, quod in triangulis rectangulis AFB, MIB latera æqualia circa angulos rectos ſecum trahant æqualitatem angulorum ABF, MBI, quorum alter dicitur angulus incidentiæ, & alter reflexionis, ubi in imperfecte elaſticis non habetur ejusmodi æqualitas, ſed tantummodo conſtans ratio inter tangentem anguli incidentiæ, & tangentem anguli reflexionis, quæ nimirum ad radios æquales BF, BI ſunt FA & I*m*, & ſunt juxta determinationem, quam ſupra adhibuimus, & retinuimus huc usque, ut *m* ad *n*.

Fig. 54. CCXCVII. Curvaturam in reflexione exhibet Fig. 54, ubi via puncti mobilis repulſi a plano CO eſt ABQDM, quæ circa B, ubi vires incipiunt eſſe ſenſibiles, incipit ad ſenſum incurvari, & deſinit in eadem diſtantia circa D. Ea quidem, ſi habeatur ſemper repulſio, incurvatur perpetuo in eandem plagam, ut Figura exhibet; ſi vero & attractio repulſionibus interſeratur, ſerpit, uti monui; ſed ſi paribus a plano diſtantiis vires æquales ſunt, ſatis patet, & accuratiſſime demonſtrari etiam poſſet, ubi ſemel deventum ſit alicubi, ut in Q, ad directionem parallelam plano, debere deinceps deſcribi arcum QD prorſus æqualem, & ſimilem arcui QB, & ita ſimiliter poſitum reſpectu plani CO, ut ejus inclinationes ad ipſum planum in diſtantiis æqualibus ab eo, & a Q hinc, & inde ſint

pror-

Digitized by Google

prorſus æquales; quam ob cauſam tangentes BN, DP, quæ ſunt quaſi continuationes rectarum AB, MD, angulos faciunt ANC, MPO æquales, qui deinde habentur pro angulis incidentiæ, & reflexionis.

CCCVIII. Si planum ſit aſperum, ut Figura exhibet, & ut ſemper contingit in natura; æqualitas illa virium utique non habetur. At ſi ſcabrities ſit ſatis exigua reſpectu ejus diſtantiæ, ad quam vires ſenſibiles protenduntur, inæqualitas ejusmodi erit perquam exigua, & anguli incidentiæ, & reflexionis æquales erunt ad ſenſum. Si enim eo intervallo concipiatur ſphæra VRTS habens centrum in puncto mobili, cujus ſegmentum RTS jaceat ultra planum; agent omnia puncta conſtituta intra illud ſegmentum, adeoque monticuli prominentes ſatis exigui reſpectu totius ejus maſſæ, ſatis exiguam inæqualitatem poterunt inducere; & proinde ſenſibilem æqualitatem angulorum incidentiæ, & reflexionis non turbabunt, ſicut & noſtri terreſtres montes in globo oblique projecto, & ita ponderante, ut a reſiſtentia aeris non multum patiatur, ſenſibiliter non turbant parabolicum motum ipſius, in quo bina crura ad idem horizontale planum eandem ad ſenſum inclinationem habent. Secus accideret, ſi illi monticuli ingentes eſſent etiam reſpectu ejusdem ſphæræ. Atque hæc quidem, qui diligentius perpenderit, videbit ſane, & lucem a vitro ſatis lævigato reſilire debere cum angulo reflexionis æquali ad ſenſum angulo incidentiæ, licet & ibi pulviſculus, quo poliuntur vitra, relinquat ſulcos, & monticulos, ſed perquam exiguos etiam reſpectu diſtantiæ, ad quam extenditur ſenſibilis actio vitri in lucem; ſed reſpectu ſuperficierum, quæ ad ſenſum ſcabræ ſunt, debere irregulariter diſpergi quaqua verſus.

* CCXCIX. Pariter ubi globus non elaſticus deveniat per AB in eadem Figura 43, & deinde debeat ſine reflexione excurrere per BQ, non deſcribet utique rectam lineam accurate, ſed ſerpet, & ſaltitabit non nihil; erit tamen recta ad ſenſum; velocitas vero mutabitur ita, ut ſit velocitas prior AB ad poſteriorem BI, ut radius ad coſinum inclinationis planorum OBI, ac ipſa velocitas prior ad velocitatum differentiam, ſive ad partem velocitatis amiſſam, quam exprimit IQ determinata ab arcu OQ habente centrum in B, erit ut radius ad ſinum verſum ipſius inclinationis. Quoniam autem imminuto in infinitum angulo, ſinus verſus decreſcit in infinitum etiam reſpectu ipſius arcus, adeoque ſumma omnium ſinuum verſorum pertinentium ad omnes inflexiones infiniteſimas tempore finito

Digitized by Google

nito factas adhuc in infinitum decrescit; ubi inflexio evadat continua, uti fit in curvis continuis, ea summa evanescit, & nulla fit velocitatis amissio ex inflexione continua orta, sed vis perpetua, quæ tantummodo ad habendam curvaturam requiritur perpendicularis ipsi curvæ, nihil turbat velocitatem, quam parit vis tangentialis, si qua est, quæ motum perpetuo acceleret, vel retardet; ac in curvilineis motibus quibuscunque, qui habeantur per quascunque directiones virium, semper resolvi potest vis illa, quæ agit, in duas, alteram perpendicularem curvæ, alteram secundum directionem tangentis, & motus in curva per hanc tangentialem vim augebitur vel retardabitur eodem modo, quo si eædem vires agerent, & motus haberetur in eadem recta linea constanter. Sed hæc jam meæ Theoriæ communia sunt cum Theoria vulgari.

CCC. Communis est itidem in Fig. 44 & 45 ratio gravitatis absolutæ BO ad vim BI, quæ obliquum descensum accelerat, vel ascensum retardat, quæ est ut radius ad sinum anguli BOI, vel OBR, sive cosinum OBI. Angulus OBI est is in Fig. 44, quem continet directio BI, quæ est eadem, ac directio plani CD, cum linea verticali BO, adeoque angulus OBR est æqualis inclinationi plani ad horizontem, & angulus idem OBR in Fig. 45 est is, quem continet cum verticali BO recta CB jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis. Quare habentur hæc theoremata: *Vis accelerans descensum, vel retardans ascensum in planis inclinatis, vel ubi oscillatio fit in arcu circulari, est ad gravitatem absolutam, ibi quidem ut sinus inclinationis ipsius plani, hic vero ut sinus anguli, quem cum verticali linea continet recta jungens punctum oscillans cum puncto suspensionis, ad radium.* E quorum theorematum priore fluunt omnia, quæ Galilæus tradidit de descensu per plana inclinata; ac e posteriore omnia, quæ pertinent ad oscillationes in circulo; quin immo etiam ad oscillationes factas in curvis quibuscunque pondere per filum suspenso, & curvis evolutis applicato; ac eodem utemur infra in definiendo centro oscillationis.

CCCI. Hisce perspectis applicanda est etiam Theoria ad motuum refractionem, ubi continentur elementa mechanica pro refractione luminis, & occurrit elegantissimum theorema a Newtono inventum huc pertinens. Fig. 55. Sint binæ superficies AB, CD (Fig. 55) parallelæ inter se, & punctum mobile quodpiam extra illa plana nullam sentiat vim, inter ipsa vero urgeatur viribus quibuscunque, quæ tamen & semper habeant directionem perpendicularem ad ipsa plana,

Digitized by Google

na, & in æqualibus distantiis ab altero ex iis æquales sint ubique; ac mobile deferatur ad alterum ex iis, ut AB, directione quacunque GE. Ante appulsum feretur motu rectilineo & æquabili, cum nulla urgeatur vi; ejus velocitatem exprimat EH, quæ erecta ER, perpendiculari ad AB, resolvi poterit in duas, alteram perpendicularem ES, alteram parallelam HS. Post ingressum inter illa duo plana incurvabitur motus illis viribus, sed ita, ut velocitas parallela ab iis nihil turbetur, velocitas autem perpendicularis vel minuatur, vel augeatur, prout vires tendent versus planum citerius AB, vel versus ulterius CD. Jam vero tres casus haberi hinc possunt; vel enim iis viribus tota velocitas perpendicularis ES extinguitur, antequam deveniatur ad planum ulterius CD; vel perstat usque ad appulsum ad ipsum CD, sed imminuta, vi contraria prævalente viribus eadem directione agentibus; vel perstat potius aucta.

CCCII. In primo casu, ubi primum velocitas perpendicularis extincta fuerit alicubi in X, punctum mobile reflectet cursum retro per XI, & iisdem viribus agentibus in regressu, quæ egerant in progressu, acquiret velocitatem perpendicularem IL æqualem amissæ ES, quæ composita cum parallela LM, æquali priori HS, exhibebit obliquam IM in recta nova IK, quam describet post egressum, & erunt æquales anguli MIL, HES, adeoque & anguli KIB, GEA; quod congruit cum iis, quæ in Fig. 54 sunt exhibita, & pertinent ad reflexionem.

CCCIII. In secundo casu prodibit ultra superficiem ulteriorem CD, sed ob velocitatem perpendicularem OP minorem priore ES, parallelam vero PN æqualem priori HS, erit angulus ONP minor, quam EHS, adeoque inclinatio VOD ad superficiem in egressu minor inclinatione GEA in ingressu. Contra vero in tertio casu ob *op* majorem ES, angulus *no*D erit major. In utroque autem hoc casu differentia quadratorum velocitatis ES, & OP vel *op*, erit constans, per Num. 176 in not. (*m*), quæcunque fuerit inclinatio GE in ingressu, a qua inclinatione pendet velocitas perpendicularis SE.

CCCIV. Inde autem facile demonstratur, fore sinum anguli incidentiæ HES, ad sinum anguli refracti PON (& quidquid dicitur de iis, quæ designantur litteris PON, erunt communia iis, quæ exprimuntur litteris *pon*) in ratione constanti, quæcunque fuerit inclinatio rectæ incidentis GE. Sumatur enim HE constans, quæ exprimat velocitatem ante incidentiam, exprimet HS velocitatem

Digitized by Google

ratem parallelam, quæ erit æqualis rectæ PN exprimenti velocitatem parallelam poſt refractionem; ac ES, OP expriment velocitates perpendiculares ante, & poſt, quarum quadrata habebunt differentiam conſtantem. Sed ob HS, PN ſemper æquales, differentia quadratorum HE, ON æquatur differentiæ quadratorum ES, OP. Igitur etiam differentia quadratorum HE, ON erit conſtans; cumque ob HE conſtantem debeat eſſe conſtans ejus quadratum, erit conſtans etiam quadratum ON, adeoque conſtans etiam ipſa ON, & proinde conſtans erit & ratio HE ad ON; quæ quidem ratio eſt eadem, ac ſinus anguli NOP ad ſinum HES: cum enim ſit in quovis triangulo rectangulo radius ad latus utrumvis, ut baſis ad ſinum anguli oppoſiti; in diverſis triangulis rectangulis ſunt ſinus, ut latera oppoſita diviſa per baſes, ſive directe ut latera, & reciproce ut baſes; & ubi latera ſunt æqualia, ut hic HS, PN, erunt reciproce ut baſes.

CCCV. Quamobrem in refractionibus, quæ hoc modo fiant motu libero per intervallum inter duo plana parallela, in quo vires paribus diſtantiis ab altero eorum pares ſint, ratio ſinus anguli incidentiæ, ſive anguli, quem facit via ante incurſum cum recta perpendiculari plano, ad ſinum anguli refracti, quem facit via poſt egreſſum itidem cum verticali, eſt conſtans, quæcunque fuerit inclinatio in ingreſſu. Præterea vero habetur & illud, fore celeritates abſolutas ante, & poſt in ratione reciproca eorum ſinuum. Sunt enim ejusmodi velocitates ut HE, ON, quæ ſunt reciproce ut illi ſinus.

CCCVI. Hæc quidem ad luminis refractiones explicandas viam ſternunt, ac in Tertia Parte videbimus, quo pacto hypotheſis hujusce theorematis applicetur particulis luminis. Sed interea conſiderabo vires mutuas, quibus in ſe invicem agant tres maſſæ, ubi habebuntur generalius ea, quæ pertinent etiam ad actiones trium punctorum, & quæ a Num. 224, & 227 huc reſervavimus. Porro ſi integræ vires alterius in alteram diriguntur ad ipſa centra gravitatis, referam hic ad ſe invicem vires ex integris compoſitas; ſed etiam ubi vires aliam directionem habeant quamcunque; ſi ſingulæ reſolvantur in duas, alteram, quæ ſe dirigat a centro ad centrum; alteram, quæ ſit ipſi perpendicularis, vel in quocunque dato angulo obliqua, omnia in prioribus habebunt itidem locum.

Fig. 56. CCCVII. Agant in ſe invicem in Fig. 56 tres maſſæ, quarum centra gravitatis ſint A, B, C, viribus mutuis ad ipſa centra directis,

Digitized by Google

ctis, & considerentur inprimis directiones virium. Vis puncti C ex utraque CV, C*d* attractiva erit C*e*; ex utraque repulsiva CY, C*a*, erit CZ, & utriusque directio saltem ad partes oppositas producta ingreditur triangulum, & secat illa angulum internum ACB, hæc ipsi ad verticem oppositum *a*CY. Vi CV attractiva in B, ac CY repulsiva ab A, habetur CX; & vi C*d* attractiva in A, ac C*a* repulsiva a B, habetur C*b*, quarum utraque abit extra triangulum, & secat angulos ipsius externos. Primæ C*e*, cum debeant respondere attractiones BP, AG, respondent cum attractionibus mutuis BN, AE, vires BO, AF; vel cum repulsionibus AI, BR vires AH, BQ, ac tam priores binæ, quam posteriores, jacent ad eandem partem lateris AB, & vel ambæ ingrediuntur triangulum tendentes versus ipsum, vel ambæ extra ipsum etiam productæ abeunt, & tendunt ad partes oppositas directioni CT respectu AB. Secundæ CZ debent respondere repulsiones BT, AL, quæ cum repulsionibus AI, BR constituunt AK, BS, cum attractionibus AE, BN constituunt AD, BM, ac tam priores binæ, quam posteriores jacent ad eandem plagam respectu AB, & ambarum directiones vel productæ ex parte posteriore ingrediuntur triangulum, sed tendunt ad partes ipsi contrarias, ut CZ, vel extra triangulum utrinque abeunt ad partes oppositas directioni CZ respectu AB. Quod si habeatur CX, quam exponunt CV, CY, tum illi respondent BP, & AL, ac si prima conjungitur cum BN, jam habetur BO ingrediens triangulum; si BR, tum habetur quidem BQ, cadens etiam ipsa extra triangulum, ut cadit ipsa CX; sed secunda AL jungetur cum AI, & habebitur AK, quæ producta ad partes A ingredietur triangulum. Eodem autem argumento cum vi C*b* vel conjungitur AF ingrediens triangulum, vel BS, quæ producta ad B triangulum itidem ingreditur. Quamobrem semper aliqua ingreditur, & tum de reliquis binis redeunt, quæ dicta sunt in casu virium C*e*, CZ.

CCCVIII. Habetur igitur hoc theorema. *Quando tres massæ in se invicem agunt viribus directis ad centra gravitatis, vis composita saltem unius habet directionem, quæ saltem producta ad partes oppositas secat angulum internum trianguli, & ipsum ingreditur: reliquæ autem duæ vel simul ingrediuntur, vel simul evitant, & semper jungumur ad eandem plagam respectu lateris jungentis earum duarum massarum centra; ac in primo casu vel omnes tres tendunt ad interiora trianguli jacendo in angulis internis, vel omnes tres ad exteriora in partes triangulo*

oppoſitas jacendo in angulis ad verticem oppoſitis; in ſecundo vero caſu reſpectu lateris jungentis eas binas maſſas tendunt in plagas oppoſitas, in quam tendit vis illa prioris maſſæ.

CCCIX. Sed eſt adhuc elegantius theorema, quod ad directionem pertinet, nimirum: *omnium trium compoſitarum virium directiones utrinque productæ tranſeunt per idem punctum; & ſi id jaceat intra triangulum, vel omnes ſimul tendunt ad ipſum, vel omnes ſimul ad partes ipſi contrarias; ſi vero jaceat extra triangulum, binæ, quarum directiones non ingrediuntur triangulum, tendunt ad ipſum, ac tertia, cujus directio triangulum ingreditur, tendit ad partes ipſi contrarias; vel illæ binæ ad partes ipſi contrarias, & tertia ad ipſum.*

Prima pars, quod omnes tranſeant per idem punctum, ſic demonſtratur. In Figura quavis a 57 ad 62, quæ omnes caſus exhibent, vis pertinens ad C ſit ea, quæ triangulum ingreditur, ac reliquæ binæ HA, QB concurrant in D: oportet demonſtrare, vim etiam, quæ pertinet ad C, dirigi ad D. Sint CV, C*d* vires componentes, ac ducta CD, ducatur VT parallela CA, occurrens CD in T; & ſi oſtenſum fuerit, ipſam fore æqualem C*d*, res erit perfecta; ducta enim *d*T remanebit CVT*d* parallelogrammum. Ejusmodi autem æqualitas demonſtrabitur conſiderando rationem CV ad C*d* compoſitam ex quinque intermediis, CV ad BP, BP ad PQ, PQ ſive BR ad AI, AI ſive HG ad C*d*. Prima vocando A, B, C maſſas, quarum ea ſunt centra gravitatum, eſt ex actione & reactione æqualibus maſſæ B ad C; ſecunda *ſin* PQB, ſive ABD, ad *ſin* PBQ, ſive CBD; tertia A ad B; quarta *ſin* HAG, ſive CAD, ad *ſin* GHA, ſive BAD; quinta C ad A. Tres rationes, in quibus habentur maſſæ, componunt rationem B × A × C ad C × B × A, quæ eſt 1 ad 1. Quare remanet ratio *ſin* ABD × *ſin* CAD ad *ſin* CBD × *ſin* BAD. Pro *ſin* ABD, & *ſin* BAD, ponantur AD, & BD ipſis proportionales; ac pro *ſinn* CAD, & *ſin* CBD ponantur $\frac{\text{ſin ACD} \times \text{CD}}{\text{AD}}$, & $\frac{\text{ſin BCD} \times \text{CD}}{\text{BD}}$, ipſis æquales ex trigonometria, & habebitur ratio *ſin* ACD × CD ad *ſin* BCD × CD, ſive *ſin* ACD, vel CTV, qui ipſi æquatur ob VT, CA parallelas, ad *ſin* BCD, ſive VCT, nimirum ratio ejusdem illius CV ad VT. Quare VT æquatur C*d*, CVT*d* eſt parallelogrammum, & vis pertinens ad C, habet directionem itidem tranſeuntem per D.

Se-

Digitized by Google

Secunda pars patet ex iis, quæ demonſtrata ſunt de directione duarum virium, ubi tertia triangulum ingreditur, & 6 caſus, qui haberi poſſunt, exhibentur totidem Figuris, in quibus omnibus demonſtratio eſt communis juxta leges transformationis locorum Geometricorum, quas diligenter expoſui, & fuſius perſecutus ſum in Diſſertatione adjecta meis *Sectionum conicarum elementis*, Elementorum tomo 3.

CCCX. Quoniam evadentibus binis parallelis, punctum D abit in infinitum, & tertia evadit parallela reliquis binis etiam ipſa juxta easdem leges, patet illud: *ſi binæ ex ejusmodi directionibus fuerint parallelæ inter ſe, erit iisdem parallela & tertia; ac illa, quæ jacet inter directiones virium tranſeuntes per reliquas binas, quæ idcirco in eo caſu appellari poteſt mediæ, habet directionem oppoſitam directionibus reliquarum conformibus inter ſe.*

CCCXI. Patet autem, datis binis directionibus virium dari ſemper & tertiam. Si enim illæ ſint parallelæ, erit illis parallela & tertia; ſi autem concurrant in aliquo puncto, tertiam determinabit recta ad idem punctum ducta; ſed oportet, habeant illam conditionem, ut tam binæ, quæ triangulum non ingrediantur, quam quæ ingrediantur, vel ſimul tendant ad illud punctum, vel ſimul ad partes ipſi contrarias.

CCCXII. Hæc quidem pertinent ad directiones; nunc ipſas earum virium magnitudines inter ſe comparabimus, ubi ſtatim occurret elegantiſſimum illud theorema, de quo mentionem feci Num. 224: *Vires acceleratrices binarum quarumvis e tribus maſſis in ſe mutuo agentibus ſunt in ratione compoſita ex directa ſinuum angulorum, quos continet recta jungens ipſarum centra gravitatis, cum rectis jungentibus eadem centra cum centro tertiæ maſſæ; reciproca ſinuum angulorum, quos directiones ipſarum virium continent cum iisdem rectis illas jungentibus cum tertia; & reciproca maſſarum.*

Nam eſt BQ ad AH ſimul ut BQ ad BR, & BR ad AI, & AI ad AH. Prima ratio eſt ſinus QRB, ſive CBA ad ſinum BQR, ſive PBQ, vel CBD; ſecunda maſſæ A ad maſſam B; tertia ſinus IHA, ſive HAG vel CAD, ad ſinum HIA, ſive CAB: eæ rationes, permutato ſolo ordine antecedentium, & conſequentium, ſunt rationes ſinus CBA ad ſinum CAB, quæ eſt illa prima ratio directa; ſinus CAD ad ſinum CBD, quæ eſt ſecunda reciproca; & maſſæ A ad maſſam B, quæ eſt tertia itidem reciproca. Eadem autem eſt prorſus demonſtratio, ſi comparetur

Digitized by Google

BQ, vel AH cum CT, ac in hac demonſtratione, ut & alibi ubique, ubi de ſinubus angulorum agitur, angulis quibusvis ſubſtitui poſſunt, uti ſæpe eſt factum, & fiet impoſterum, eorum complementa ad duos rectos, quæ eosdem habent ſinus.

CCCXIII. Inde conſequitur, *eſſe ejusmodi vires reciproce, ut maſſas ductas in ſuas diſtantias a tertia maſſa, & reciproce, ut ſinus, quos earum directiones continent cum iisdem rectis; adeoque ubi eæ ad ejusmodi rectas inclinentur in angulis æqualibus, eſſe tantummodo reciproce, ut producta maſſarum per diſtantias a maſſa tertia.* Nam ratio directa ſinuum CBA, CAB eſt eadem, ac diſtantiarum AC, BC, ſive reciproca diſtantiarum BC, CA, qua ſubſtituta pro illa, habentur tres rationes reciprocæ, quas exprimit ipſum theorema hic propoſitum. Porro ubi anguli æquales ſunt, ſinus itidem ſunt æquales, adeoque eorum ſinuum ratio fit 1 ad 1.

CCCXIV. *Vires autem motrices ſunt in ratione compoſita ex binis tantummodo, nimirum directa ſinuum angulorum, quos continent diſtantiæ a tertia maſſa cum diſtantia a ſe invicem; & reciproca ſinuum angulorum, quos continent cum iisdem diſtantiis directiones virium; vel in ratione compoſita ex reciproca illarum diſtantiarum, & reciproca horum poſteriorum ſinuum: ac ſi inclinationes ad diſtantias ſint æquales, in ſola ratione reciproca diſtantiarum.* Nam vires motrices ſunt ſummæ omnium virium determinantium celeritatem in punctis omnibus ſecundum eam directionem, ſecundum quam movetur centrum gravitatis commune, quæ idcirco ſunt præterea directe, ut maſſæ, ſive ut numeri punctorum; adeoque ratio directa, & reciproca maſſarum mutuo eliduntur.

CCCXV. Præterea *vires acceleratrices, ſi alicubi earum directiones concurrunt, ſunt ad ſe invicem in ratione compoſita ex reciproca maſſarum, & reciproca ſinuum angulorum, quibus inclinantur ad directionem tertiæ; & vires motrices in hac poſteriore tantum.* Nam ob latera proportionalia ſinubus angulorum oppoſitorum, erit AC × *ſin* CAD = CD × *ſin* CDA; & pariter CB × *ſin* CBA = CD × *ſin* CDB. Quare ob CD communem, ſola ratio ſinuum ADC, BDC, quibus directiones AD, BD inclinantur ad CD, æquatur compoſitæ ex rationibus ſinuum CAD, CBD, & diſtantiarum CA, CB, quæ ingrediebantur rationem virium B & A; ac eodem pacto AC × *ſin* ACD = AD × *ſin* ADC, & AB × *ſin* ABD = AD × *ſin* ADB, adeoque AC × *ſin* ACD ad AB × *ſin* ABD, ut ſinus ADC ad ſinum ADB, quibus directiones CD, BD

Digitized by Google

BD inclinantur ad AD; & eadem eſt demonſtratio pro ſinubus ADB, EDB aſſumpto communi latere BD.

CCCXVI. *Si ducatur* MO *parallela* DA, *occurrens* CD *in* O, *& compleatur parallelogrammum* MOND, *erunt vires motrices ad ſe invicem in* C, B, A, *ut* DO, DM, DN; *& vires acceleratrices præterea in ratione maſſarum reciproca.* Sunt enim ad ſe invicem eæ rectæ, ut ſinus angulorum DMO, MOD, MDO, ſive ut ſinus MDN, ODN, ODM. Quamobrem *ſi tres vires agerent in idem punctum cum directionibus, quas habent eæ vires motrices, & eſſent iis proportionales, binæ componerent vim oppoſitam, & æqualem tertiæ, ac eſſent in æquilibrio.* Id autem etiam directe patet; nam vires BQ, AH componuntur ex quatuor viribus BR, BP, AI, AG, quæ ſi ducantur in maſſas ſuas, ut fiant motrices, evadit prima æqualis, & contraria tertiæ, quam idcirco elidit; ubi deinde AH, BQ componantur ſimul, & in ejusmodi compoſitione remanent BP, AG, ex quarum oppoſitis, & æqualibus CV, C*d* componitur tertia CT.

CCCXVII. Hinc in hisce viribus motricibus habebuntur omnia, quæ habentur in compoſitione virium, dummodo capiatur compoſitæ contraria. Si nimirum reſolvantur ſingulæ componentes in duas, alteram ſecundum directionem tertiæ, alteram ipſi perpendicularem, hæ poſteriores elidentur, illæ priores conficient ſummam æqualem tertiæ, ubi ambæ eandem directionem habent, uti ſunt binæ, quæ ſimul ingrediantur, vel ſimul evitent triangulum; nam in iis, quarum altera ingreditur, altera evitat, tertia æquaretur differentiæ; & facile tam hic, quam in ratione compoſita, res traducitur ad reſolutionem in aliam quamcunque directionem datam, præter directionem tertiæ, binis ſemper eliſis, & reliquarum acceptа ſumma, ſi rite habeatur ratio poſitivorum, & negativorum.

CCCXVIII. Eſt & illud elegans: *tres vires motrices* C, B, A, *ſint inter ſe ut* $\frac{AB}{CD}$, $\frac{AE}{AD}$, $\frac{EB}{BD}$; *& acceleratrices præterea in ratione reciproca maſſarum.* Eſt enim theorema elementare, in omni triangulo ADB in ejusmodi ratione eſſe ſinus angulorum ADB, ADE, EDB, quod ſic facile demonſtratur: eſt $\frac{AB}{AD} = \frac{\text{ſin}\,ADB}{\text{ſin}\,BAD}$; & $\frac{AE}{AD}$

 $= \text{ſin}$

Digitized by Google

$= \frac{\sin ADE}{\sin EAD} = \frac{\sin ADE}{\sin BAD}$. Quare $\frac{AB}{CD} : \frac{AE}{AD} :: \sin ADB : \sin ADE$;
& ſimilis eſt demonſtratio pro reliquis.

CCCXIX. Si punctum D abeat in infinitum, directionibus virium evadentibus parallelis, ratio rectarum ED, AD, BD, ad ſe invicem evadit ratio æqualitatis. Quare in eo caſu illæ tres vires ſunt ut AB, AE, EB. Concipiantur rectæ parallelæ directioni virium ductæ per omnium trium maſſarum centra gravitatis, quarum maſſarum eam, quæ jacuerit inter reliquarum binarum parallelas, diximus mediam; ac ſi ducantur in quavis alia directione data rectæ ab iis maſſis ad illas parallelas; erunt ejusmodi diſtantiæ ab iis parallelis, ut ipſæ AB, EB, ad quas erunt ſingulæ in ratione data, ob datas directiones. Quare pro viribus parallelis habetur hujusmodi theorema: *Vires parallelæ motrices binarum quarumvis ex tribus maſſis ſunt inter ſe reciproce ut diſtantiæ a directione communi tranſeunte per tertiam; vires autem acceleratrices præterea in ratione reciproca maſſarum; & media eſt directionis contrariæ reſpectu reliquarum; ac vis media motrix æquatur reliquarum ſummæ; utralibet vero extremæ differentiæ.*

CCCXX. Hoc theorema primo quidem exhibet centrum æquilibrii, viribus utcunque divergentibus, vel convergentibus. Si nimirum ſint tres maſſæ A, B, C (& nomine maſſarum etiam intelligi poſſunt ſingula puncta), quarum binæ, ut A, & B, ſolicitentur viribus motricibus externis, poterunt mutuis viribus illas elidere, ac eſſe in æquilibrio; & eas elident omnino, mutatis, quantum libuerit, parum mutuis diſtantiis, ſi fuerint ante applicationem earum virium externarum in ſatis validis limitibus cohæſionis, ac vis maſſæ C elidatur fulcro oppoſito in directione DC, vel ſuſpenſione contraria; dummodo binæ illæ vires ductæ in maſſas habeant conditiones requiſitas in ſuperioribus, ut nimirum ambæ tendant ad idem punctum, vel ab eodem, aut ſi fuerint parallelæ, ambæ eandem directionem habeant, ubi ſimul ambæ ingrediantur, vel ſimul ambæ evitent triangulum ABC. Ubi vero altera ingrediatur triangulum, altera evitet, tendat altera ad punctum concurſus, altera ad partes illi oppoſitas; vel ſi fuerint parallelæ, habeant directiones oppoſitas; & ſi parallelæ fuerint, ſint inter ſe ut diſtantiæ a directione virium tranſeunte per C; ſi fuerint convergentes, ſint reciproce ut ſinus angulorum, quos earum directiones continent cum

recta

Digitized by Google

recta ex C tendente ad earum concurſum; vel ſint in ratione reciproca ſinuum angulorum, quos continent cum rectis AC, BC, & ipſarum rectarum conjunctim.

CCCXXI. Determinabitur autem admodum facile per ipſa theoremata etiam vis, quam ſuſtinebit fulcrum C, quæ in caſu paralleliſmi æquabitur ſummæ, vel differentiæ reliquarum, prout ibi fuerit media vel extrema; & in caſibus reliquis omnibus æquabitur ſummæ pariter, vel differentiæ reliquarum ad ſuam directionem reductarum, reliquis binis in reſolutione priorum ſociis ſe per contrariam directionem & æqualitatem elidentibus.

CCCXXII. Habebitur igitur, quidquid pertinet ad æquilibrium virium agentium in eodem plano, & connexarum non per virgas inflexiles carentes omni vi præter cohæſionem, uti eas vulgo concipiunt, ſed hisce viribus mutuis. Et Theoria quidem habebit locum tum hic, tum in ſequentibus, licet maſſæ A, B, C non agant in ſe invicem immediate, ſed ſint aliæ maſſæ intermediæ, quæ ipſas jungant. Nam ſi inter maſſam B & C ſint aliæ maſſæ nullis externis viribus agitatæ, & poſitæ in æquilibrio cum hisce maſſis, & inter ſe, ac prima, quæ venit poſt B, agat in ipſam vi motrice æquali BP, aget & B in ipſam vi æquali: quare debebit illa ad ſervandum æquilibrium urgeri a ſecunda, quæ eſt poſt ipſam, vi æquali in partes contrarias. Hinc æquali contraria aget tertia in ſecundam, ut ſecunda in æquilibrio ſit, & ita porro, donec deveniatur ad C, ubi habebitur vis motrix æqualis motrici, quæ erat in B, & erunt vires BP, CV acceleratrices in ratione reciproca maſſarum B & C, cum vires illæ motrices æquales ſint productæ ex acceleratricibus ductis in maſſas. At ſi circumquaque ſint maſſæ quotcunque cum vacuis quibuscunque, ac ubicunque interjectis, quæ connectantur cum punctis A, B, C, affectis illis tribus viribus externis, quarum una concipitur provenire a fulcro, una ſolet appellari potentia, & una reſiſtentia, ac vires illæ externæ QB, NA concipiantur reſolutæ ſingulæ in binas agentes ſecundum eas rectas, quæ illa tria puncta conjungunt, poterit eliſis mutuo reliquis omnibus æquilibrium conſtituentibus deveniri ad vires in punctis binis, ut A & C, acceleratrices contrarias viribus BP, BR, & reciproce proportionales maſſis ipſarum reſpectu maſſæ B; licet ipſæ proveniant a maſſis quibusvis etiam non in eadem directione ſitis, & agentibus in latus: nam per ejusmodi reſolutionem, & ejusmodi virium conſiderationem, adhuc habetur æquilibrium totius ſyſtematis

Digitized by Google

tis affecti in illis tribus punctis per illas tres vires, cum assumantur in iis tantummodo vires motrices contrariæ, & æquales; unde fit, ut etiam illæ, quæ præterea ad has in illis considerandas assumuntur, & per quas connectuntur cum reliquis massis, se mutuo elidant.

CCCXXIII. Quod si vires ejusmodi non fuerint in ea ratione inter se, non poterunt puncta B & A esse in æquilibrio, sed consequetur motus secundum directionem ejus, quæ prævalet: ac si omnis motus puncti C fuerit impeditus, habebitur conversio circa ipsum C.

CCCXXIV. Quod si non in tribus tantummodo massis habeantur vires externæ, sed in pluribus, licebit considerare quamvis aliam massam carentem omni externa vi, & eam concipere connexam cum singulis reliquarum massis, & massa C per vires mutuas, ac habebitur itidem Theoria pro æquilibrio omnium, cum positione omnium constanter servata etiam sine ulla figuræ mutatione, quæ sensu percipi possit. Quin immo si singulæ vires illæ externæ resolvantur in duas, quarum altera urgeat in directione rectæ transeuntis per C, ac elidatur vi proveniente a solo puncto C, & altera agat perpendiculariter ad ipsam, ut habeatur æquilibrium in singulis ternariis, oportebit esse singulas vires novæ massæ assumptæ, ad vim ejus, cum qua conjungitur, in ratione reciproca distantiarum ipsarum massarum a C; cum jam sinus anguli recti ubique sit idem. Debebunt autem omnes vires, quæ in massam assumptam agunt directionibus contrariis, se mutuo elidere ad habendum æquilibrium. Quare debebit summa omnium productorum earum virium, quæ urgent conversionem in unam plagam, per ipsarum distantias a centro conversionis, æquari summæ productorum earum, quæ urgent in plagam oppositam, per distantias ipsarum, ut habeatur æquilibrium: cumque arcus circulares in ea conversione descripti dato tempusculo sint illis distantiis proportionales, & proportionales sint ipsis arcubus velocitates; debebunt singularum virium agentium in unam plagam producta per velocitates, quas haberent puncta, quibus applicantur secundum suam directionem, si vincerentur, vel contra, si vincerent, simul sumpta æquari summæ ejusmodi productorum agentium in plagam oppositam. Atque inde habetur principium pro machinis & simplicibus, & compositis, ac notio illius, quod appellant momentum virium, deducta ex eadem Theoria.

CCCXXV. Casus trium tantummodo massarum exhibet vectem, cujus brachia sint utcunque inflexa. Quod si tres massæ jaceant

Digitized by Google

ceant in directum, efformabunt rectilineum vectem, qui quidem applicatis viribus inflectetur ſemper nonnihil, ut & in ſuperioribus caſibus ſemper non nihil a priore poſitione diſcedet ſyſtema novis viribus externis affectum; ſed is diſceſſus poterit eſſe utcunque exiguus, ut ſupra monui, ſi limites ſint ſatis validi, adeoque poterit adhuc vectis eſſe ad ſenſum rectilineus. Tum vero vires externæ debebunt eſſe unius directionis, & contrariæ directioni vis mediæ, & binæ quævis ex iis erunt ad ſe invicem reciproce, ut diſtantiæ a tertia. Inde autem oriuntur tria genera vectium: ſi fulcrum, vel hypomochlium, ſit in medio in E, vis in altero extremo A, reſiſtentia in altero B; vis ad reſiſtentiam eſt, ut B E, diſtantia reſiſtentiæ a fulcro, ad A E diſtantiam vis ab eodem; fulcrum autem ſentiet ſummam virium. Et quod de hoc vectis genere dicitur, id omne ad libram pariter pertinet, quæ ad hoc ipſum vectis genus reducitur. Si fulcrum ſit in altero extremo, ut in B, vis in altero, ut in A, & reſiſtentia in medio, ut in E, vis ad reſiſtentiam erit in ratione diſtantiæ E B ad diſtantiam majorem A B, cujus idcirco momentum, ſeu energia, augetur in ratione ſuæ diſtantiæ A B ad E B, ut nimirum poſſit tanto majori reſiſtentiæ æquivalere. Si demum fuerit quidem fulcrum in altero extremo B, & reſiſtentia in A, vis prior in E, tum e contrario erit vis ad reſiſtentiam in majore ratione A B ad E B, decreſcente tantundem ejus energia, ſeu momento. In utroque autem caſu fulcrum ſentiet differentiam virium.

CCCXXVI. Quod ſi perticæ utcunque inclinatæ applicetur pondus in aliquo puncto E, & bini humeros ſupponant in A & B, ſentient ponderis partes inæquales in ratione reciproca diſtantiarum ab ipſo; & ſi e contrario bina pondera ſuſpendantur in A & B utcunque inæqualia, aſſumpto autem puncto E, cujus diſtantiæ a punctis A & B ſint in ratione reciproca ipſorum ponderum, adeoque maſſarum, quibus pondera proportionalia ſunt, quod idcirco erit centrum gravitatis, ſuſpenſa per id punctum pertica, vel ſuppoſito fulcro, habebitur æquilibrium, & in E habebitur vis æqualis ſummæ ponderum. Quin immo ſi pertica ſit utcunque inflexa, & pendeant in A, & B pondera; ſuſpendatur autem ipſa pertica per C ita, ut directio verticalis tranſeat per centrum gravitatis, habebitur æquilibrium, & ibi ſentietur vis æqualis ſummæ ponderum; cum ob naturam centri gravitatis debeant eſſe ſingula pondera ſeu maſſæ ductæ in ſuas perpendiculares diſtantias a linea ver-

Digitized by Google

ticali, quam etiam vocant lineam directionis, hinc & inde æqualia. Nam vires ponderum ſunt parallelæ, & in iis juxta Num. 319 ſatis eſt ad æquilibrium, ſi vires motrices ſint reciproce proportionales diſtantiis a directione virium tranſeunte per tertium punctum; ſentietur autem in ſuſpenſione vis æqualis ſummæ ponderum. Atque inde fluit, quidquid vulgo traditur de æquilibrio ſolidorum, ubi linea directionis tranſit per baſin, ſive fulcrum, vel per punctum ſuſpenſionis, & apparet, cur in iis caſibus haberi poſſit tota maſſa tanquam collecta in ſuo centro gravitatis, & habeatur æquilibrium impedito ejus deſcenſu tantummodo. Gravitas omnium punctorum non applicatur ad centrum gravitatis, nec ibi agit; ſed ejusmodi eſſe debent diſtantiæ punctorum totius ſyſtematis, ut inter fulcrum, & punctum ipſi imminens habeatur vis æqualis ſummæ virium omnium parallelarum, & directa ad partes oppoſitas directionibus illarum.

CCCXXVII. At non minus feliciter ex eadem Theoria, & ex eodem illo theoremate, fluit determinatio centri oſcillationis. Pendula breviora citius oſcillant, remotiora lentius. Quare ubi connexa ſunt inter ſe plura pondera, aliud propius axi oſcillationis, aliud remotius ab ipſo, oſcillatio neque fiet tam cito, quam requirunt propiora, neque tam lente, quam remotiora, ſed actio mutua debebit accelerare hæc, retardare illa. Erit autem aliquod punctum, quod nec accelerabitur, nec retardabitur, ſed oſcillabit, tanquam ſi eſſet ſolum. Illud dicitur centrum oſcillationis. Determinatio illius ab Hugenio primum eſt facta, ſed precario, & non demonſtrato principio; tum alii alias itidem obliquas inierunt vias, ac præcipuas quasque methodos huc usque notas perſecutus ſum in Supplementis Stayanis § 4 Lib. 3. En autem ejus determinationem ſimpliciſſimam ope ejusdem theorematis Num. 312.

Fig. 63. CCCXXVIII. Sint plures maſſæ, quarum una A (Fig. 63) mſtuis viribus ſingulæ connexæ cum P, cujus motus ſit impeditus ſuſpenſione, vel fulcro, & cum maſſa Q jacente in quavis recta PQ, cujus maſſæ Q motus a mutuo nexu nihil turbetur, quæ nimirum ſit in centro oſcillationis. Porro hic cum maſſas pono in punctis ſpatii A, P, Q, intelligo vel puncta ſingula, vel quævis aggregata punctorum quæ concipiantur, ut compenetrata in iis punctis. Velocitati jam acquiſitæ in deſcenſu nihil obſtabit is nexus, cum ea ſit proportionalis diſtantiæ a puncto ſuſpenſionis P, niſi quatenus per eum nexum retrahentur omnes maſſæ a recta tangente ad arcum cir-

circuli, ſuſtinente puncto ipſo ſuſpenſionis juxta Num. 281 vim mutuam reſpondentem iis omnibus viribus centrifugis. Reſolura gravitate in duas partes, quarum altera agat ſecundum rectam, quæ jungit maſſam cum P, altera ſit ipſi perpendicularis; idem punctum P ſuſtinebit etiam priorem illam; poſterior autem determinabit maſſas ad motus AN, QM, perpendiculares ipſis AP, QP, ac proportionales per ipſum Num. 300 ſinubus angulorum APR, QPR, exiſtente PR verticali. Sed nexus coget deſcribere arcus ſimiles, adeoque proportionales diſtantiis a P. Quare ſi ſit AO ſpatium, quod vi gravitatis obliquæ, ſed ex parte impeditæ a nexu, revera percurrat maſſa A; quoniam Q non turbatur, adeoque percurrit totum ſuum ſpatium QM, erit QM ad AO, ut QP ad AP. Demum actio ex A in Q ad actionem ex Q in A proportionalem ON, erit ex theoremate Num. 313 ut eſt $Q \times QP$ ad $A \times AP$, & omnes ejusmodi actiones ab omnibus maſſis in Q debebunt evaneſcere, poſitivis & negativis valoribus ſe mutuo elidentibus. Ex illis tribus proportionibus, & hac æqualitate res omnis ſic facillime expeditur.

CCCXXIX. Dicatur $QM = V$, ſinus $APR = a$, ſinus $QPR = q$. Erit ex prima proportione $q : a :: QM = V : AN = \frac{a \times V}{q}$.

Ex ſecunda $QP : AP :: QM = V : AO = \frac{AP \times V}{QP}$. Quare $ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V$. Sed ex tertia $Q \times QP : A \times AP :: ON = \left(\frac{a}{q} - \frac{AP}{QP}\right) \times V : \left(\frac{a \times A \times AP}{q} - \frac{A \times AP^2}{QP}\right) \times \frac{V}{Q \times QP}$, quæ erit actio in Q ex nexu cum A. Ac eodem pacto ſi eſſet alibi alia maſſa B, itidem connexa cum P & Q, actio in Q inde orta haberetur, poſitis B, b loco A, a; & ita porro in quibusvis maſſis C, D &c. Omnes autem iſti valores poſiti $= o$, dividi poſſent per $\frac{V}{Q \times QP}$, utique commune omnibus, & deberent e valoribus concluſis intra parentheſes poſitivi æquari negativis. Quare habebitur

$a \times A \times AP + b \times B \times BP$ &c $= A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c; & inde

$$QP = q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{a \times A \times AP + b \times B \times BP} \text{ &c.}$$

Digitized by Google

CCCXXX. Sint jam primo omnes maſſæ in eadem recta linea cum puncto ſuſpenſionis P, & cum centro oſcillationis Q; & angulus QPR æquabitur cuivis ex angulis APR, ac ejus ſinus q ſingulis ſinubus a, b &c. Quare pro eo caſu formula evadit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$ &c, quæ eſt ipſa formula Hugeniana pro ponderibus jacentibus in recta tranſeunte per centrum ſuſpenſionis.

CCCXXXI. Quod ſi jaceant extra ejusmodi rectam in plano POR perpendiculari ad axem rotationis tranſeuntem per P, ſit G centrum commune gravitatis omnium maſſarum, ducanturque perpendicula AÀ, GĠ, QQ̀ ad PR, & erit ut radius = 1 ad a, ita AP ad AÀ = $a \times AP$; & eodem pacto QQ̀ = $q \times QP$, GĠ = $g \times GP$. Subſtitutis AÀ pro $a \times AP$, & eodem pacto BB̀ (quam Figura non exprimit) pro $b \times BP$ &c, evadet $QP = \frac{q \times A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AÀ + B \times BB̀}$ &c. Sed ſi ſumma maſſarum dicatur M, eſt ex natura centri gravitatis per Num. 242 $A \times AÀ + B \times BB̀$ &c = $M \times GĠ = M \times g \times GP$. Habebitur igitur valor QP radii nihil turbati in ea inclinatione $\frac{q}{g} \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$.

CCCXXXII. Is valor erit variabilis pro varia inclinatione ob valores ſinuum q & g variatos, niſi QP tranſeat per G, quo caſu fit $q = g$; & quidem ubi G accedit in infinitum ad PR, decreſcente g in infinitum, ſi PQ non tranſeat per G, manente finito q, valor $\frac{q}{g}$ excreſcit in infinitum; contra vero appellente QP ad PR, evadit $\frac{q}{g} = o$, & g remanet aliquid, adeoque $\frac{q}{g}$ evaneſcit. Id vero accidit, quia in appulſu G ad verticalem totum ſyſtema vim acceleratricem in infinitum imminuit, & lentiſſime acceleratur; adeoque ut radius PQ adhuc obliquus ſit ipſi in ea particula oſcillationis infiniteſima iſochronus, nimirum æque parum acceleratus, debet in infinitum produci. Contra vero appellente PQ ad PR ipſius acceleratio minima eſſe debet, dum adhuc acceleratio radii PG obliqui

Digitized by Google

liqui eſt in immenſum major, quam ipſa; adeoque brevitate ſua ipſe radius compenſare debet accelerationis imminutionem.

CCCXXXIII. Quare ut habeatur pendulum ſimplex conſtantis longitudinis, & in quacunque inclinatione iſochronum compoſito, debet radius PQ ita aſſumi, ut tranſeat per centrum gravitatis G, quo unico caſu fit conſtanter $q = g$, & formula evadit conſtans $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$ &c, quæ eſt formula generalis pro oſcillationibus in latus maſſarum quotcunque, & quomodocunque collocatarum in eodem plano perpendiculari ad axem rotationis, ad quas ſolas extenditur Theoria trium tantummodo maſſarum mutuis inter ſe viribus connexarum, qui caſus generaliter continet caſum maſſarum jacentium in eadem recta tranſeunte per punctum ſuſpenſionis, quem prius eruimus.

CCCXXXIV. Inde autem pro hujusmodi caſibus plura corollaria deducuntur. Inprimis patet, gravitatis centrum debere jacere in recta, quæ a centro ſuſpenſionis ducitur per centrum oſcillationis, uti demonſtratum eſt Num. 333. Sed & debet jacere ad eandem partem cum ipſo centro oſcillationis. Nam utcunque mutetur ſitus maſſarum per illud planum, manentibus puncto ſuſpenſionis P, & centro gravitatis G, ſignum valoris quadrati cujusvis AP, BP manebit ſemper idem. Quare formula valoris ſui ſignum mutare non poterit; adeoque ſi in uno aliquo caſu jaceat Q reſpectu P ad eandem plagam, ad quam jacet G, debebit jacere ſemper. Jacet autem ad eandem plagam in caſu, in quo concipiantur omnes maſſæ abire in ipſum centrum gravitatis; quo caſu pendulum evadit ſimplex, & centrum oſcillationis cadit in ipſum centrum gravitatis, in quo ſunt maſſæ. Jacebit igitur ſemper ad eandem partem cum G.

CCCXXXV. Deinde debet centrum gravitatis jacere inter punctum ſuſpenſionis, & centrum oſcillationis. Sint enim in Fig. 64 puncta A, P, G, Q eadem, ac in Fig. 63, ducanturque AG, AQ, & A *a* perpendicularis ad PQ; ſumma autem omnium maſſarum ductarum in ſuas diſtantias a recta quapiam, vel plano, vel in earum quadrata, deſignetur præfixa libera f ſoli termino pertinente ad maſſam A, ut contractiores evadant demonſtrationes. Erit ex formula inventa $PQ = f.\frac{A \times AP^2}{M \times GP}$. Porro eſt $AG^2 = \frac{AP^2}{}$ Fig. 64.

Digitized by Google

$AP^2 + GP^2 - 2GP \times Pa$, adeoque $AP^2 = AG^2 - GP^2 + 2GP \times Pa$, & $\int A \times GP^2$ eſt $M \times GP^2$, ob GP conſtantem; ac $\int A \times Pa$ eſt $= M \times GP$, cum Pa ſit æqualis diſtantiæ maſſæ a plano perpendiculari ad QP tranſeunte per P, & eorum productorum ſumma æquetur diſtantiæ centri gravitatis ductæ in ſummam maſſarum; adeoque $\int A \times 2GP \times Pa$ erit $= 2M \times GP^2$. Quare $\int A \times AP^2$ erit $= \int A \times AG^2 - M \times GP^2 + 2M \times GP^2 = \int A \times AG^2$

$\overline{M \times GP}$ $\overline{M \times GP}$ $\overline{M \times GP}$

$+ GP$. Erit igitur PQ major, quam PG, exceſſu $GQ = \int A \times AG^2$.

$\overline{M \times GP}$

CCCXXXVI. Ex illo exceſſu facile conſtat, mutato utcunque puncto ſuſpenſionis, rectangulum ſub binis diſtantiis centri gravitatis ab ipſo, & a centro oſcillationis fore conſtans. Cum enim ſit $GQ = \int A \times AG^2$, erit $GQ \times GP = \int A \times AG^2$, quod pro-

$\overline{M \times GP}$

ductum eſt conſtans, & habetur hujusmodi elegans theorema: *ſingulæ maſſæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum a centro gravitatis communi, & dividatur omnium ejusmodi productorum ſumma per ſummam maſſarum, ac habebitur productum ſub binis diſtantiis centri gravitatis a centro ſuſpenſionis, & a centro oſcillationis.*

CCCXXXVII. Inde autem primo eruitur illud: *manente puncto ſuſpenſionis, & centro gravitatis, debere etiam centrum oſcillationis manere nihil mutatum, utcunque totum ſyſtema, ſervata reſpectiva omnium maſſarum diſtantia, & poſitione ad ſe invicem convertatur intra idem planum circa ipſum gravitatis centrum;* nam illa GP invecta eo pacto pendet tantummodo a diſtantiis, quas ſingulæ maſſæ habent a centro gravitatis.

CCCXXXVIII. Sed & illud ſponte conſequitur: *centrum oſcillationis, & centrum converſionis reciprocari ita, ut ſi fiat ſuſpenſio per id punctum, quod fuerat centrum oſcillationis, evadat oſcillationis centrum illud, quod fuerat punctum ſuſpenſionis; & alterius diſtantia a centro gravitatis mutata, mutetur & alterius diſtantia in eadem ratione reciproca.* Cum enim earum diſtantiarum rectangulum debeat eſſe conſtans, ſi pro ſecunda ponatur valor, quem habuerat prima, debet pro prima obvenire valor, quem habuerat ſecunda, & altera debet æquari quantitati conſtanti diviſæ per alteram.

CCCXXXIX.

Digitized by Google

CCCXXXIX. Conſequitur etiam illud: *altera ex iis binis diſtantiis evaneſcente, abire alteram in infinitum, niſi omnes maſſæ in unico puncto ſint ſimul compenetratæ.* Nam ſine ejusmodi compenetratione ſumma omnium productorum ex maſſis & quadratis diſtantiarum a centro gravitatis, remanet ſemper finita quantitas; adeoque remanet finita etiam, ſi dividatur per ſummam maſſarum, & quotus, manente diviſo finito, creſcit in infinitum, ſi diviſor in infinitum decreſcat.

CCCXL. Hinc vero iterum deducitur, *ſuſpenſione facta per ipſum centrum gravitatis nullum motum conſequi.* Evaneſcit enim in eo caſu diſtantia centri gravitatis a puncto ſuſpenſionis, adeoque diſtantia centri oſcillationis creſcit in infinitum, & celeritas oſcillationis evadit nulla.

CCCXLI. Quoniam utraque diſtantia ſimul evaneſcere non poteſt, poteſt autem centrum oſcillationis abire in infinitum, nulla erit maxima e longitudinibus penduli ſimplicis iſochroni pendulo facto per ſuſpenſionem dati ſyſtematis, ſed aliqua debet eſſe minima, ſuſpenſione quadam inducente omnium celerrimam dati ſyſtematis oſcillationem. Ea vero minima debet eſſe, ubi illæ binæ diſtantiæ æquantur inter ſe. Ibi enim evadit minima earum ſumma, ubi altera creſcente, & altera decreſcente, incrementa prius minora decrementis, incipiunt eſſe majora, adeoque ubi ea æquantur in ſe. Quoniam autem illæ binæ diſtantiæ mutantur in eadem ratione, ut ut reciproca, incrementum alterius infiniteſimum erit ad alterius decrementum in ratione ipſarum, nec ea æquari poterunt inter ſe, niſi ubi ipſæ diſtantiæ inter ſe æquales fiant. Tum vero illarum productum evadit utriuslibet quadratum, & longitudo penduli ſimplicis iſochroni æquatur eorum ſummæ; ac proinde habetur hujusmodi theorema: *ſingulæ maſſæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum a centro gravitatis, & productorum ſumma dividatur per ſummam maſſarum: & dupla radix quadrata quoti exhibebit minimam penduli ſimplicis iſochroni longitudinem.* Vel Geometrice ſic: *pro quavis maſſa capiatur recta, quæ ad diſtantiam cujusvis maſſæ a centro gravitatis ſit in ratione ſubduplicata ejusdem maſſæ ad maſſarum ſummam: inveniatur recta, cujus quadratum æquetur quadratis omnium ejusmodi rectarum ſimul, & ipſius duplum dabit quæſitam longitudinem mediam, quæ brevisſimam præſtet oſcillationem.*

CCCLII. Hæc quidem omnia locum habent, ubi omnes maſſæ ſint in unico plano perpendiculari ad axem rotationis, ut nimirum

ſin-

Digitized by Google

ſingulæ maſſæ poſſint connecti cum puncto ſuſpenſionis, & centro oſcillationis. At ubi in diverſis ſunt planis, vel in plano non perpendiculari ad axem rotationis, oportet ſingulas maſſas connectere cum binis punctis axis, & cum centro oſcillationis, ubi jam occurrit ſyſtema quatuor maſſarum in ſe mutuo agentium (q), & relatio virium, quæ in latus agant extra planum, in quo tres e maſſis jaceant, quæ perquiſitio eſt operoſior, ſed multo fœcundior, & ad problemata plurima rite ſolvenda magni uſus; ſed quæ hucusque protuli, ſpeciminis loco abunde ſunt; mirum enim, quo in hujusmodi Theoria promovenda, & ad Mechanicam applicanda progredi liceat. Sic etiam determinando centro percuſſionis, virgam tantummodo rectilineam conſiderabo, ſpeciminis loco futuram, ſive maſſas in eadem recta linea ſitas, & mutuis actionibus inter ſe connexas.

Fig. 65. CCCXLIII. Sint in Fig. 65 maſſæ A, B, C, D connexæ inter ſe in recta quadam, quæ concipiatur revoluta circa punctum P in ea ſitum, & quæratur in eadem recta punctum quoddam Q, cujus motu impedito debeat impediri omnis motus earundem maſſarum per mutuas actiones; quod punctum appellatur *centrum percuſſionis*. Quoniam ſyſtema totum gyrat circa P, ſingulæ maſſæ habebunt velocitates A a, B b &c proportionales diſtantiis a P, adeoque ſingularum motus, qui per mutuas vires motrices extingui debent, poterunt exprimi per $A \times AP$, $B \times BP$ &c. Quare vires motrices in iis debebunt eſſe proportionales iis motibus. Concipiantur ſingulæ connexæ cum punctis P & Q, & quoniam velocitas puncti P erat nulla, ibi omnium actionum ſumma debebit eſſe $= o$; ſumma autem earum, quæ habentur in Q, elidetur a vi externa percuſſionem ſuſtinente.

CCCXLIV. Quoniam actiones debent eſſe perpendiculares eidem rectæ jungenti maſſas, erit per theorema Num. 313 ut PQ ad AQ, ita actio in $A = A \times AP$, ad actionem in $P = \frac{A \times AP \times AQ}{PQ}$, ſive ob $AQ = PQ - AP$, erit ea actio $\frac{A \times AP \times PQ - A \times AP^2}{PQ}$.

Eo-

(q) *Syſtema binarum maſſarum cum binis punctis connexarum, & inter ſe, ſed adhuc in eodem plano jacentium, perſecutus fueram ante aliquot annos; quod ſibi a me communicatum exhibuit in ſua* Synopſi Phyſicæ Generalis *P. Benventus, ut ibidem ipſe innuit. Id inde excerptum habetur hic in Supplementis §. 5.*

Digitized by Google

Eodem pacto actio in P ex nexu cum B erit $\frac{B \times BP \times PQ - B \times PB^2}{PQ}$, & ita porro. Iis omnibus positis = o, divisor communis PQ abit, & omnia positiva æquantur negativis. Erit igitur $A \times AP \times PQ + B \times BP \times PQ$ &c $= A \times AP^2 + B \times P^2$ &c; quare $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$ &c, quæ formula est eadem, ac formula centri oscillationis, ac habetur hujusmodi theorema: *distantia centri percussionis a puncto conversionis æquatur distantiæ centri oscillationis a puncto suspensionis;* adeoque hic locum habent in hoc casu, quæcunque de centro oscillationis superius dicta sunt.

CCCXLV, Quod si quis quærat vim percussionis in Q, hic habebit, $QP.AP :: A \times AP . \frac{A \times AP^2}{QP}$, quæ erit vis in Q ex nexu cum A. Eodem pacto *invenientur vires* ex reliquis; adeoque summa virium erit $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{PQ}$ &c, sive ob $PQ =$ $\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AP + B \times BP}$ &c, summa illa erit $A \times AP + B \times BP$ &c; nimirum ejusmodi vis erit æqualis summæ virium, quæ requiruntur ad sistendos omnes motus massarum A, B &c cum illis diversis velocitatibus progredientium, videlicet ejusmodi, quæ in massa percussionem excipiente possit producere quantitatem motus æqualem toti motui, qui sistitur in massis omnibus, quod congruit cum lege actionis, & reactionis æqualium, & cum conservatione ejusdem quantitatis motus in eandem plagam, de quibus egimus Num. 264, & 263.

CCCXLVI. Haberent hic locum alia sane multa, quæ pertinent ad summas virium, quibus agunt massæ, compositarum e viribus, quibus agunt puncta, vel a Newtono, vel ab aliis demonstrata, & magni usus in Mechanica & Physica: hujusmodi sunt ea omnia, quæ Newtonus habet Sectione 12 & 13 Libri 1 Princip. de attractionibus corporum sphæricorum, & non sphæricorum, quæ componantur ex attractionibus particularum; ubi habentur præclarissima theoremata tam pro viribus quibuscunque generaliter, quam pro certis virium legibus, ut illa, quæ pertinet ad rationem reciprocam duplicatam distantiarum, in qua globus globum trahit, tan-

Digitized by Google

quam ſi omnis materia eſſet compenetrata in centris eorundem; punctum intra orbem ſphæricum, vel ellipticum vacuum nullas vires ſentit, elilis contrariis; intra globos plenos punctum habet vim directe proportionalem diſtantiæ; unde fit, ut in particulis exiguis ejusmodi vires fere evaneſcant, & ad hoc, ut vires adhuc etiam in iis ſint admodum ſenſibiles, debeant decreſcere in ratione multo majore, quam reciproca duplicata diſtantiarum. Hujusmodi etiam ſunt, quæ Mac-Laurinus tradidit de ſphæroide elliptico potiſſimum, quæ Clairautius de attractionibus pro tubulis capillaribus, quæ D'Alembertus, Eulerus, aliique pluribus in locis perſecuti ſunt; quin omnis Mechanica, quæ agit vel de æquilibrio, vel de motibus, ſecluſa omni impulſione, huc pertinet, & ad diverſos arcus reduci poteſt curvæ noſtræ, qui poſſunt eſſe quantumlibet multi, habere quascunque amplitudines, ſive diſtantias limitum, & areas, quæ ſint inter ſe in ratione quacunque, ac ad curvas quascunque ibi accedere, quantum libuerit; ſed res in immenſum abiret, & ſatis eſt, ea omnia innuiſſe.

CCCXLVII. Addam nonnulla tantummodo, quæ generaliter pertinent ad preſſionem, & velocitatem fluidorum. Tendant di-
Fig. 66. rectione quacunque AB puncta diſpoſita in eadem recta (Fig. 66) vi quadam externa reſpectu ſyſtematis eorum punctorum, cujus actionem mutuis viribus elidant ea puncta, & ſint in æquilibrio. Inter primum punctum A, & ſecundum ipſi proximum debebit eſſe vis repulſiva, quæ æquetur vi externæ puncti A. Quare urgebitur punctum ſecundum hac vi repulſiva, & præterea vi externa ſua. Hinc vis repulſiva inter ſecundum, & tertium punctum debebit æquari vi huic utrique, adeoque erit æqualis ſummæ virium externarum puncti primi, & ſecundi. Adjecta igitur ſua vi externa tendet deorſum cum vi æquali ſummæ virium externarum omnium trium; & ita porro progrediendo usque ad B, quodvis punctum urgebitur deorſum vi æquali ſummæ virium externarum omnium ſuperiorum punctorum.

CCCXLVIII. Quod ſi non in directum diſpoſita ſint, ſed utcunque diſperſa per parallelepipedum, cujus baſin perpendicularem
Fig. 67. directioni vis externæ exprimat recta FH (Fig. 67) & FEGH faciem ipſi parallelam; adhuc facile demonſtrari poteſt componendo, vel reſolvendo vires; ſed & per ſe patet, vires repulſivas, quas debebit ipſa baſis exercere in particulas ſibi propinquas, & ad quas vis ejus mutua pertinebit, fore æquales ſummæ omnium ſuperiorum vi-

virium externarum; atque id erit commune tam ſolidis, quam fluidis. At quoniam in fluidis particulæ poſſunt ferri directione quacunque, quod unde proveniat, videbimus in tertia parte; quævis particula in omnem plagam urgebitur viribus æqualibus, & urgebit ſibi proximas, quæ preſſionem in alias propagabunt ita, ut, quæ ſint in eodem plano IL parallelo FH, in cujus directione nulla vis externa agit, vires ubique eædem ſint. Quamobrem quævis particula ſita ubicunque in ea recta in N, habebit eandem vim tam verſus planum EF, quam verſus planum EG, & verſus FH, quam habet particula collocata in eadem linea in MK etiam, ubi addantur parietes AM, CK paralleli FE, cum planis LM, KI, parallelis FH; nimirum vi, quæ reſpondet altitudini MA; ac particula ſita in O prope baſin FH urgebit ut quaquaverſum, ita & verſus ipſam, iisdem viribus, quibus particula ſita in BD ſub AC. Ipſam urgebunt particulæ in eodem plano horizontali jacentes, & accedet ad omnes fluidi, & baſeos particulas, donec vi contraria elidatur vis ejus tota ab ejusmodi preſſione derivata. Quamobrem baſis FH a fluido tanto minore FLMACKIH ſentiet preſſionem, quam ſentiret a toto fluido FEGH; ſuperficies autem LM ſentiet a particulis N vim æqualem vi maſſæ LEAM, accedentibus ad ipſam particulis, donec vis mutua repulſiva ei vi æquetur.

CCCXLIX. Hinc autem patet, cur in fluidis noſtris gravitate prædita baſis FH ſentiat preſſionem tanto majorem maſſæ fluidæ incumbentis pondere, & cur pondere perquam exiguo fluidi AMKC elevetur pondus collocatum ſupra LM etiam immane, ubi repagulum LM ſit ejusmodi, ut preſſioni fluidi parere poſſit, quemadmodum ſunt coriacea. At totum vas FLMACKIH bilanci impoſitum habebit pondus æquale ponderi ſuo, & fluidi contenti tantummodo; nam ſuperficies vaſis LM, KI horizontalis vi repulſiva mutua urgebitur ſurſum, quantum urget deorſum puncta omnia N verſus O, & illa preſſio tantundem imminuit vim, quam in bilancem exercet vas, ac tota vis ipſius habebitur dempta preſſione ſurſum ſuperficiei LM, KI a preſſione fundi FH facta deorſum; & pariter ſe mutuo elident vires exercitæ in parietes oppoſitos. Atque hæc Theoria poterit applicari facile aliis etiam figuris quibuscunque. Reſpondebit ſemper preſſio ſuperficiei, & toti ponderi fluidi, quod habeat baſin illi ſuperficiei æqualem, & altitudinem ejusmodi, quæ usque ad ſupremam ſuperficiem pertinet inde accepta in directione illius externæ vis.

Digitized by Google

CCCL. Quod ſi vires particularum repulſivæ ſint ejusmodi, ut ad eas multum augendas requiratur mutatio diſtantiæ, quæ ad diſtantiam totam habeat rationem ſenſibilem, tum vero compreſſio maſſæ erit ſenſibilis, & denſitas in diverſis altitudinibus admodum diverſa; ſed in iisdem horizontalibus planis eadem. Si vero mutatio ſufficiat, quæ rationem habet prorſus inſenſibilem ad totam diſtantiam; tum vero compreſſio ſenſibilis nulla erit, & maſſa in fundo eandem habebit ad ſenſum denſitatem, quam prope ſuperficiem ſupremam. Id pendet a lege virium mutua inter particulas, & a curva, quæ illam exprimit. Exprimat in Fig. 68 A D diſtantiam quandam, & aſſumpta B D ad A B in quacunque ratione utcunque parva, vel utcunque ſenſibili, capiantur rectæ perpendiculares D E, B F itidem in quacunque ratione minoris inæqualitatis utcunque magna; poterit utique arcus M N curvæ exprimentis mutuas particularum vires tranſire per illa puncta E, F, & exhibere quodcunque preſſionis incrementum cum quacunque preſſione utcunque magna, vel utcunque inſenſibili.

Fig. 68.

CCCLI. Compreſſionem ingentem experimur in aere, quæ in eo eſt proportionalis vi comprimenti. Pro eo caſu demonſtravit Newtonus Princ. Lib. 3 prop. 23, vim particularum repulſivam mutuam debere eſſe in ratione reciproca ſimplici diſtantiarum. Quare in iis diſtantiis, quas habere poſſunt particulæ aeris perſeverantis cum ejusmodi proprietate, & formam aliam non inducentis (nam & aerem poſſe e volatili fieri fixum, Newtonus innuit, ac Haleſius inprimis uberrime demonſtravit), oportet, arcus M N accedat ad formam arcus hyperbolæ conicæ Apollonianæ. At in aqua compreſſio ſenſibilis habetur nulla, utcunque magnis ponderibus comprimatur. Inde aliqui inferunt, ipſam elaſtica vi carere, ſed perperam; quin immo vires habere debet ingentes diſtantiis utcunque parum imminutis; quanquam eædem particulæ debent eſſe prope limites, nam & diſtractioni reſiſtit aqua. Infinita ſunt curvarum genera, quæ poſſunt rei ſatisfacere, & ſatis eſt, ſi arcus E F directionem habeat fere perpendicularem axi A C. Si curvam cognitam adhibere libeat, ſatis eſt, ut arcus EF accedat plurimum ad Logiſticam, cujus ſubtangens ſit perquam exigua reſpectu diſtantiæ AD. Demonſtratur paſſim, ſubtangentem Logiſticæ ad intervallum ordinatarum exhibens rationem duplam eſſe proxime ut 14 ad 10; & eadem ſubtangens ad intervallum, quod exhibeat ordinatas in quacunque magna ratione inæqualitatis, habet in omnibus Logiſticis ratio-

Digitized by Google

tionem eandem. Si igitur minuatur ſubtangens Logiſticæ, quantum libuerit, minuetur utique in eadem ratione intervallum BD reſpondens cuicunque rationi ordinatarum BF, DE, & accedet ad æqualitatem, quantum libuerit, ratio AB ad AD, a qua pendet compreſſio, & cujus ratio reciproca triplicata eſt ratio denſitatum, cum ſpatia ſimilia ſint in ratione triplicata laterum homologorum, & maſſa compreſſa poſſit cum eadem nova denſitate redigi ad formam ſimilem. Quare poterit haberi incrementum vis comprimentis in quacunque ingenti ratione auctæ cum compreſſione utcunque exigua, & ratione denſitatum utcunque accedente ad æqualitatem. Verum ubi ordinata ED jam ſatis exigua fuerit; debet curva recedere plurimum ab arcu Logiſticæ, ad quem acceſſerat, & qui in infinitum protenditur ex parte eadem, ac debet accedere ad axem AC, & ipſum ſecare, ut habeantur deinde vires attractivæ, quæ ingentes etiam eſſe poſſunt; tum poſt exiguum intervallum debet haberi alius arcus repulſivus, recedens plurimum ab axe, qui exhibeat vires illas repulſivas ingentes, quas habent particulæ aqueæ, ubi in vapores abierunt per fermentationem, vel calorem.

CCCLII. In caſu denſitatis non immutatæ ad ſenſum, & virium illarum parallelarum æqualium, uti eas in gravitate noſtra concipimus, preſſiones erunt ut baſes, & altitudines; nam numerus particularum paribus altitudinibus reſpondens erit æqualis, adeoque in diverſis altitudinibus erit in earum ratione; virium autem æqualium ſummæ erunt ut particularum numeri. Atque id experimur in omnibus homogeneis fluidis, ut in Mercurio, & aqua.

CCCLIII. Ubi facto foramine liber exitus relinquitur ejusmodi maſſæ particulis, erumpent ipſæ velocitatibus, quas acquirent, & quæ reſpondebunt viribus, quibus urgentur, & ſpatio, quo indigent, ut recedant a particulis ſe inſequentibus, donec vis mutua repulſiva jam nulla ſit. Prima particula relicta libera ſtatim incipit moveri vi illa repulſiva, qua premebatur a particulis proximis: utcunque parum illa receſſerit, jam ſecunda illi proxima magis diſtat ab ea, quam a tertia, adeoque movetur in eandem plagam, differentia virium accelerante motum; & eodem pacto aliæ poſt alias ita, ut tempuſculo utcunque exiguo omnes aliquem motum habeant, ſed initio eo minorem, quo poſteriores ſunt. Eo pacto diſcedunt a ſe invicem, & ſemper minuitur vis accelerans motum, donec ea evadat nulla; quin immo etiam aliquanto plus æquo a ſe invicem deinde recedunt particulæ, & jam attractivis viribus retrahuntur, accedentes

Digitized by Google

tes iterum, non quod retro redeant, ſed quod anteriores moveantur jam aliquanto minus velociter, quam poſteriores; tum iterum aucta vi repulſiva incipiunt accelerari magis, & recedere, ubi & oſcillationes habentur quædam hinc, & inde.

CCCLIV. Velocitates, quæ remanent poſt exiguum quoddam determinatum ſpatium, in quo vires mutuæ vel nullæ jam ſunt, vel æque augentur, & minuuntur, pendent ab area curvæ, cujus axis partes exprimant non diſtantias a proxima particula, ſed tota ſpatia ab initio motus percurſa, & ordinatæ in ſingulis punctis axis exprimant vires, quas in iis habebat particula. Velocitates in efluxu aquæ experimur in ratione ſubduplicata altitudinum, adeoque ſubduplicata virium comprimentium. Id haberi debet, ſi id ſpatium ſit ejusdem longitudinis, & vires in ſingulis punctis reſpondentibus ejus ſpatii ſint in ratione primæ illius vis. Tum enim areæ totæ erunt ut ipſæ vires initiales, & proinde velocitatum quadrata, ut ipſæ vires. Infinita ſunt curvarum genera, quæ rem exhibere poſſunt; verum id ipſum ad ſenſum exhibere poteſt etiam arcus alterius Logiſticæ cujuspiam amplioris illa, quæ exhibuit diſtantias ſingularum particularum.

Fig. 69. Sit ea in Fig. 69 MFIN. Tota ejus area infinita ad partes CN aſymptotica a quavis ordinata æquatur producto ſub ipſa ordinata, & ſubtangente conſtanti. Quare ubi ordinata ED jam eſt perquam exigua reſpectu ordinatarum BF, HI, tota area CDEN reſpectu CBFN inſenſibilis erit, & areæ CBFN, CHIN integræ accipi poterunt pro areis FBDE, IHDE, quæ idcirco erunt ut vires initiales BF, HI.

CCCLV. Inde quidem habebuntur quadrata celeritatum proportionalia preſſionibus, ſive altitudinibus. Ut autem velocitas abſoluta ſit æqualis illi, quam particula acquireret cadendo a ſuperficie ſuprema, quod in aqua experimur ad ſenſum, debet præterea tota ejusmodi area æquari rectangulo facto ſub recta exprimente vim gravitatis unius particulæ, ſive vis repulſivæ, quam in ſe mutuo exercent binæ particulæ, quæ ſe primo repellunt, ſuſtinente inferiore gravitatem ſuperioris, & ſub tota altitudine. Deberet eo caſu eſſe totum pondus BF ad illam vim, ut eſt altitudo tota fluidi ad ſubtangentem Logiſticæ, ſi FE eſt ipſius Logiſticæ arcus. Eſt autem pondus FE ad graviratem primæ particulæ, ut numerus particularum in ea altitudine ad unicam, adeoque ut eadem illa tota altitudo ad diſtantiam primarum particularum. Quare ſubtangens illius Logiſticæ deberet

æqua-

Digitized by Google

æquari illi diſtantiæ primarum particularum, quæ quidem ſubtangens erit itidem idcirco perquam exigua.

CCCLVI. An in omnibus fluidis habeatur ejusmodi abſoluta velocitas, & an quadrata velocitatum in effluxu reſpondeant altitudinibus; per experimenta videndum eſt, ut conſtet, an curvæ virium in omnibus ſequantur ſuperiores leges, an diverſas. Sed ego jam ab applicatione ad Mechanicam ad applicationem ad Phyſicam gradum feci, quam uberius in tertia Parte perſequar. Hæc interea ſpeciminis loco ſint ſatis ad immenſam quandam hujusce campi fœcunditatem indicandam utcunque.

PARS

Digitized by Google

PARS III.

Applicatio Theoriæ ad Phyſicam.

CCCLVII. IN ſecunda hujusce Opuſculi parte, dum Theoriam meam applicarem ad Mechanicam, multa identidem immiſcui, quæ applicationi ad Phyſicam ſternerent viam, & vero etiam ad eandem pertinerent; at hic, quæ pertinent ad ipſam Phyſicam, ordinatius perſequar; & primo quidem de generalibus agam proprietatibus corporum, quas omnes omnino exhibet illa lex virium, quam initio primæ partis expoſui; tum ex eadem præcipua diſcrimina deducam, quæ inter diverſas obſervamus corporum ſpecies, & mutationes, quæ ipſis accidunt, alterationes, atque transformationes evolvam.

CCCLVIII. Primum igitur agam de Impenetrabilitate, de Extenſione, de Figurabilitate, de Mole, Maſſa, & Denſitate, de Inertia, de Mobilitate, de Continuitate motuum, de Æqualitate Actionis & Reactionis, de Diviſibilitate, & Componibilitate, quam ego diviſibilitati in infinitum ſubſtituo, de Immutabilitate primorum materiæ elementorum, de Gravitate, de Cohæſione, quæ quidem generalia ſunt. Tum agam de Varietate Naturæ, & particularibus proprietatibus corporum, nimirum de varietate particularum & maſſarum multiplici, de Solidis, & Fluidis, de Elaſticis, & Mollibus, de Principiis Chemicarum Operationum, ubi de Diſſolutione, Præcipitatione, Adhæſione, & Coaleſcentia, de Fermentatione, & emiſſione Vaporum, de Igne, & emiſſione Luminis; ac ipſis præcipuis Luminis proprietatibus, de Odore, de Sapore, de Sono, de Electricitate, de Magnetiſmo itidem aliquid innuam ſub finem; ac demum ad generaliora regreſſus, quid alterationes, corruptiones, transformationes mihi ſint, explicabo. Verum in horum pluribus rem a mea Theoria deducam tantummodo ad communia principia, ex quibus peculiares ſingulorum tractatus pendent; ac alicubi methodum indicabo tantummodo, quæ ad rei perquiſitionem aptiſſima mihi videatur.

CCCLIX. Impenetrabilitas corporum a mea Theoria omnino ſponte fluit; ſi enim in minimis diſtantiis agunt vires repulſivæ, quæ iis in infinitum imminutis creſcant in infinitum ita, ut pares ſint extinguendæ cuilibet velocitati utcunque magnæ, utique non poteſt ulla finita vis, aut velocitas efficere, ut diſtantia duorum punctorum eva-

Digitized by Google

evaneſcat, quod requiritur ad compenetrationem; ſed ad id præſtandum infinita Divina virtus, quæ infinitam vim exerceat, vel infinitam producat velocitatem, ſola ſufficit.

CCCLX. Præter hoc impenetrabilitatis genus, quod a viribus repulſivis oritur, eſt & aliud, quod provenit ab inextenſione punctorum, & quod evolvi in Diſſertationibus de Spatio & Tempore, quas ex Stayanis Supplementis huc tranſtuli, & habetur hic in fine Supplementorum §. 3, & 4. Ibi enim ex eo, quod in ſpatio continuo numerus punctorum loci ſit infinities infinitus, & numerus punctorum materiæ finitus, erui illud: nullum punctum materiæ occupare unquam punctum loci, non ſolum illud, quod tunc occupat aliud materiæ punctum, ſed nec illud, quod vel ipſum, vel ullum aliud materiæ punctum occupavit unquam. Probatio inde petitur, quod ſi ex caſibus ejusdem generis una claſſis infinities plures contineat, quam altera, infinities improbabilius ſit, caſum aliquem, de quo ignoremus, ad utram claſſem pertineat, pertinere ad ſecundam, quam ad primam. Ex hoc autem principio id etiam immediate conſequitur; ſi enim una maſſa projiciatur contra alteram, & ab omnibus viribus repulſivis abſtrahamus animum, numerus projectionum, quæ aliquod punctum maſſæ projectæ dirigant per rectam tranſeuntem per aliquod punctum maſſæ, contra quam projicitur, eſt utique finitus, cum numerus punctorum in utraque maſſa finitus ſit; at numerus projectionum, quæ dirigant puncta omnia per rectas nulli ſecundæ maſſæ puncto occurrentes, eſt infinities infinitus, ob puncta ſpatii in quovis plano infinities infinita. Quamobrem, habita etiam ratione infinitorum continui temporis momentorum, eſt infinities improbabilior primus caſus ſecundo; & in quacunque projectione maſſæ contra maſſam nullus habebitur immediatus occurſus puncti materiæ cum altero puncto materiæ, adeoque nulla compenetratio, etiam independenter a viribus repulſivis.

CCCLXI. Si vires repulſivæ non adeſſent, omnis maſſa libere tranſiret per aliam quamvis maſſam, ut lux per vitra, & gemmas tranſit, ut oleum per marmora inſinuatur; atque id ſemper fieret ſine ulla vera compenetratione. Vires, quæ ad aliquod intervallum extenduntur ſatis magnæ, impediunt ejusmodi liberum commeatum. Porro hic duo caſus diſtinguendi ſunt; alter, in quo curva virium non habeat ullum arcum aſymptoticum cum aſymptoto perpendiculari ad axem, præter illum primum, quem exhibet Fig. 1, cujus aſymptotus eſt in origine abſciſſarum; alter, in quo adſint

Digitized by Google

alii ejusmodi arcus aſymptotici. In hoc ſecundo caſu ſi ſit aliqua aſymptotus ad aliquam diſtantiam ab origine abſciſſarum, quæ habeat arcum citra ſe attractivum, ultra repulſivum cum area infinita, ut juxta Num. 187 puncta poſita in minore diſtantia non poſſint acquirere diſtantiam majorem, nec, quæ in majore ſunt, minorem; tum vero particula compoſita ex punctis in minore diſtantia poſitis, eſſet prorſus impenetrabilis a particula poſita in majore diſtantia ab ipſa, nec ulla finita velocitate poſſet cum illa commiſceri, & in ejus locum irrumpere; & ſi duæ habeantur aſymptoti ejusmodi ſatis proximæ, quarum citerior habeat ulterius crus repulſivum, ulterior citerius attractivum cum areis infinitis, tum duo puncta collocata in diſtantia a ſe invicem intermedia inter diſtantias earum aſymptotorum, nec poſſent ulla finita vi, aut velocitate acquirere diſtantiam minorem, quam ſit diſtantia aſymptoti citerioris, nec majorem, quam ſit ulterioris; & cum eæ duæ aſymptoti poſſint eſſe utcunque ſibi invicem proximæ, illa puncta poſſent eſſe neceſſitata ad non mutandam diſtantiam intervallo utcunque parvo. Si jam in uno plano ſit ſeries continua quadratorum habentium eas diſtantias pro lateribus, & in ſingulis angulis poneretur quicunque numerus punctorum ad diſtantiam inter ſe ſatis minorem ea, qua diſtent illæ duæ aſymptoti, vel etiam puncta ſingula, fieret utique velum quoddam indiſſolubile, quod tamen eſſet plicatile in quavis e rectis continentibus quadratorum latera, & poſſet etiam plicari in gyrum more veterum voluminum. Si autem ſit ſolidum diviſum eodem modo in continuam cuborum ſeriem, & in ſingulis angulis collocarentur puncta, vel maſſæ punctorum, id eſſet ſolidiſſimum, & ne plicatile quidem, etiamſi craſſitudo unicam cuborum ſeriem admitteret. Poſſent autem eſſe diſperſa inter latera illius veli, vel hujus muri, puncta quotcunque, nec eorum ullum poſſet inde egredi ad diſtantiam a punctis poſitis in angulis veli, vel muri, majorem illa diſtantia ulterioris aſymptoti. Quod ſi præterea ultra aſymptotum ulteriorem haberetur area repulſiva infinita, nulla externa puncta poſſent perrumpere nec murum, nec velum ipſum, vel per vacua ſpatiola tranſire, utcunque magna cum velocitate advenirent; cum nullum in quadrato ſit punctum, quod ab aliquo ex angulis non diſtet minus, quam per latus quadrati. Quod ſi ejusmodi binæ, aſymptoti inter ſe proximæ ſint in ingenti diſtantia a principio abſciſſarum, & in diſtantia media inter earum binas diſtantias ab ipſo initio ponantur in cuſpidibus trianguli æquilateri tria puncta materiæ, tum

in

in cuſpide pyramidis regularis habentis id triangulum æquilaterum pro baſi ponantur quotcunque puncta, quæ inter ſe minus diſtent quam pro diſtantia illarum aſymptotorum; maſſula conſtans hisce punctis erit indiſſolubilis, cum nec ullum ex iis punctis poſſit acquirere diſtantiam a reliquis, nec reliqua inter ſe diſtantiam minorem diſtantia aſymptoti citerioris, & majorem diſtantia ulterioris, & ipſa hæc particula impenetrabilis a quovis puncto externo materiæ, cum nullum ad reliqua illa tria puncta poſſit ita accedere, ſi diſtat magis, vel recedere, ſi minus, ut acquirat diſtantiam, quam habent puncta ejus maſſæ. Ejusmodi maſſis ita cohibitis per terna puncta ad maximas diſtantias ſita poſſet integer conſtare Mundus, qui haberet in ſuis illis maſſulis, ſeu primigeniis particulis impenetrabilitatem continuam prorſus inſuperabilem, ſine ulla extenſione continua, & indiſſolubilitatem itidem inſuperabilem etiam ſine ullo mutuo nexu inter earum puncta, per ſolum nexum, quem haberent ſingula cum illis tribus punctis remotis. In omnibus hisce caſibus habetur in maſſa non continua vis ita cotinua, ut nulla ne apparens quidem compenetratio, & permixtio haberi poſſet æque, ac in communi ſententia de continua impenetrabilis materiæ extenſione. Quod autem in illo velo, vel muro exhibuit quadratorum ſeries, idem obtineri poteſt per figuras alias quamplurimas, & id multo pluribus adhuc modis obtineretur, ſi non in unica, ſed in pluribus diſtantiis eſſent ejusmodi aſymptotica repagula cum impenetrabilitate continua per non continuam punctorum diſperſorum diſpoſitionem. At in primo illo caſu, in quo nulla habetur ejusmodi aſymptotus præter primam, res longe alio modo ſe haberet. Patet in eo caſu illud, ſi velocitas imprimi poſſet maſſæ cuipiam ſatis magna, fore, ut ea tranſeat per maſſam quamcunque ſine ulla perturbatione ſuarum partium, & ſine ulla partium alterius; nam vires, ut agant, & motum aliquem finitum ſenſibilem gignant, indigent continuo tempore, quo imminuto in immenſum, uti imminuitur, ſi velocitas in immenſum augeatur, imminuitur itidem in immenſum earum effectus. Rei ideam exhibebit globulus ferreus, qui debeat tranſire per planum, in quo diſperſæ ſint hac, illac plurimæ maſſæ magneticæ vim habentes validam ſatis. Si is globus cum velocitate non ita ingenti projiciatur per directionem etiam, quæ in nullam maſſam debeat incurrere, progredi ultra illas maſſas non poterit, ſed ejus motus ſiſtetur ab illarum attractionibus. At ſi velocitas ſit ſatis magna, ut actiones virium magneticarum ſatis exiguo tempore durare poſ-

Digitized by Google

ſint, prætervolabit utique, nullo ſenſibili damno ejus velocitati illato.

CCCLXII. Quin immo ibi conſiderandum & illud: ſi velocitas ejus fuerit exigua, ipſum globum facile ſiſti, exiguo motu a vi mutua æquali ſeu reactione impreſſo magnetibus, quo per ſolam plani frictionem, & mutuas eorum vires impedito, exigua in eorum poſitionibus mutatio fiat. Si velocitas impreſſa aliquantulum creverit, tum mutatio in poſitione magnetum major fiet, & adhuc ſiſtetur globuli motus; ſed ſi velocitas fuerit multo major, globulus autem tranſeat ſatis prope aliquas e maſſis magneticis, ab actione mutua inter ipſum, & eas maſſas, communicabitur ſatis ingens motus iis ipſis maſſis, quo poſſint etiam ipſum non nihil retardatum, ſed adhuc progredientem ſequi, avulſæ a cæteris, quæ ob actiones in majore diſtantia minores, & brevitatem temporis, remaneant ad ſenſum immotæ, & nihil turbatæ. Sed ſi velocitas ipſa adhuc augeretur, quantum eſt opus, eo deveniri poſſet, ut maſſa utcunque proxima in globuli tranſitu nullum ſenſibilem motum auferret illi, & ipſa ſibi acquireret.

CCCLXIII. Porro ejusmodi exemplum intueri licet, ubi globus aliquis contra obſtaculum aliquod projicitur, quod, ſi ſatis magnam velocitatem habet, concutit totum, & diffringit, ac eo majorem effectum edit, quo major eſt velocitas, ut in muris arcium accidit, qui tormentariis globis impetuntur. At ubi velocitas ad ingentem quandam magnitudinem devenerit, niſi ſatis ſolida ſit compages obſtaculi, ſive vires cohæſionis ſatis validæ, jam non major effectus fit, ſed potius minor, foramine tantum excavato, quod æquetur ipſi globo. Id experimur, ſi globus ferreus explodatur ſclopeto contra portam ligneam, quæ licet ſemiaperta ſit, & ſummam habeat ſuper ſuis cardinibus mobilitatem, tamen nihil prorſus commovetur, ſed excavatur tántummodo foramen æquale ad ſenſum diametro globi; quod in mea Theoria multo facilius utique intelligitur, quam ſi continuo nexu partes perfecte ſolidæ inter ſe complicarentur, & conjungerentur. Nimirum ut in ſuperiore magnetum caſu, particulæ globi ſecum abripiunt particulas ligni, ad quas acceſſerunt magis, quam ipſæ ad ſibi proximas accederent, & brevitas temporis non permiſit viribus illis, a quibus diſtantium ligni punctorum nexus præſtabatur, ut in iis motus ſenſibilis haberetur, qui nexum cum aliis ſibi proximis a vi mutua ortum diſſolveret, aut illis, & toti portæ ſatis ſenſibilem motum communicaret. Quod ſi velocitas ſatis adhuc augeri poſſet, ne iis quidem avulſis maſſa per

maſ-

maſſam transvolaret, nulla ſenſibili mutatione facta, & ſine vera compenetraticne haberetur illa apparens compenetratio, quam habet lumen, dum per homogeneum ſpatium liberrimo rectilineo motu progreditur; quam ipſam fortaſſe ob cauſam Divinus Naturæ Opifex tam immanem luci velocitatem voluit imprimi, quantam in ea nobis oſtendunt eclipſes Jovis ſatellitum, & annua Fixarum aberratio, ex quibus Roemerus, & Bradleyus deprehenderunt, lumen ſemiquadrante horæ percurrere diſtantiam æqualem diſtantiæ ſolis a terra, ſive plura milliariorum millia ſingulis arteriæ pulſibus.

CCCLIV. Ac eodem pacto, ubi herbarum forma in cinere cum tenuiſſimis filamentis remanet intacta, avolantibus oleoſis partibus omnibus ſine ulla læſione ſtructuræ illarum, id quidem admodum facile intelligitur, qui fiat, ubi nova vis excitata ingentem velocitatem pariat brevi tempore, quæ omnem alium effectum impediat virium mutuarum inter olea, & cineres, oleaginoſis particulis inter terreas cum hac apparenti compenetratione liberrime avolantibus ſine ullo immediato impactu, & incurſu.

CCCLXV. Quod ſi ita res habet, liceret utique nobis per occluſas ingredi portas, & per duriſſima transvolare murorum ſepta ſine ullo obſtaculo, & ſine ulla vera compenetratione, ſi nimirum ſatis magnam velocitatem nobis ipſis poſſemus imprimere, quod ſi natura nobis permiſiſſet, & velocitates corporum, quæ habemus præ manibus, ac noſtrorum digitorum celeritates ſolerent eſſe ſatis magnæ, apparentibus ejusmodi continuis compenetrationibus aſſueti, nullam impenetrabilitatis haberemus ideam, quam mediocritati noſtrarum virium, & velocitatum, ac experimentis hujus generis a ſinu materno, & prima infantia usque adeo frequentibus, & perpetuo repetitis debemus omnem.

CCCLXVI. Ex impenetrabilitate oritur extenſio. Ea ſita eſt in eo, quod aliæ partes ſint extra alias: id autem neceſſario haberi debet, ſi plura puncta idem ſpatii punctum ſimul occupare non poſſint. Et quidem ſi nihil aliunde ſciremus de diſtributione punctorum materiæ, ex regulis probabilitatis conſtaret nobis, diſperſa eſſe per ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum; atque ita conſtaret, ut de eo dubitare omnino non liceret, adeoque haberemus extenſionem in longum, latum, & profundum ex eadem etiam ſola Theoria deductam. Nam in quovis plano pro quavis recta linea infinita ſunt curvarum genera, quæ eadem directione egreſſæ e dato puncto extenduntur in longum, & latum reſpectu ejusdem rectæ, & pro quavis ex ejusmodi curvis infinitæ ſunt cur-

Digitized by Google

væ, quæ ex illo puncto egreſſæ habeant etiam tertiam dimenſionem per diſtantiam ab ipſo. Quare ſunt infinities plures caſus poſitionum cum tribus dimenſionibus, quam cum duabus ſolis, vel unica, & idcirco infinities major eſt probabilitas pro uno ex iis, quam pro uno ex his, & probabilitas abſolute infinita omnem eximit dubitationem de caſu infinite improbabili, ut ut abſolute poſſibili. Quin immo ſi res rite conſideretur, & numeri caſuum inter ſe conferantur, inveniemus, eſſe infinite improbabile, uspiam jacere prorſus accurate in directum plura, quam duo puncta, & accurate in eodem plano plura, quam terna.

CCCXVII. Hæc quidem extenſio non eſt Mathematice, ſed phyſice tantum continua; at de præjudicio, ex quo ideam omnino continuæ extenſionis ab infantia nobis efformavimus, ſatis dictum eſt in prima Parte a Num. 157; ubi etiam vidimus, contra meam Theoriam non poſſe afferri argumenta, quæ contra Zenoniſtas olim ſunt facta, & nunc contra Leibnitianos militant, quibus probatur, extenſum ab inextenſo fieri non poſſe. Nam illi inextenſa contigua ponunt, ut mathematicum continuum efforment, quod fieri non poteſt, cum inextenſa contigua debeant compenetrari; dum ego inextenſa admitto a ſe invicem disjuncta. Nec vero illud vim ullam contra me habet, quod nonnulli adhibent, dicentes, hujusmodi extenſionem nullam eſſe, cum conſtet punctis penitus inextenſis, & vacuo ſpatio, quod eſt purum nihil. Conſtat per me non ſolis punctis, ſed punctis habentibus relationes diſtantiarum a ſe invicem: eæ relationes in mea Theoria non conſtituuntur a ſpatio vacuo intermedio, quod ſpatium nihil eſt actu exiſtens, ſed eſt aliquid ſolum poſſibile a nobis indefinite conceptum, nimirum eſt poſſibilitas realium modorum localium exiſtendi cognita a nobis ſecludentibus mente omnem hiatum, uti expoſui in prima Parte Num. 141, & fuſius in ea Diſſertatione de ſpatio & tempore, quam hic ad calcem adjicio; conſtituuntur a realibus exiſtendi modis, qui realem utique relationem inducunt realiter, & non imaginarie tantum diverſam in diverſis diſtantiis. Porro ſi quis dicat, puncta inextenſa, & hosce exiſtendi modos inextenſos non poſſe conſtituere extenſum aliquid; reponam facile, non poſſe conſtituere extenſum mathematice continuum, ſed poſſe extenſum phyſice continuum, quale ego unicum admitto, & poſitivis argumentis evinco, nullo argumento favente alteri mathematice continuo extenſo, quod potius etiam independenter a meis argumentis difficultates habet quamphu-

Digitized by Google

plurimas. Id extenſum, quod admitto, eſt ejusmodi, ut puncta materiæ alia ſint extra alia, ac diſtantias habeant aliquas inter ſe, nec omnia jaceant in eadem recta, nec in eodem plano omnia, ſint vero multa ita proxima, ut eorum intervalla omnem ſenſum effugiant. In eo ſita eſt extenſio, quam admitto, quæ erit reale quidpiam, non imaginarium, & erit phyſice continua.

CCCLXVIII. At erit fortaſſe, qui dicet, ſublata extenſione abſolute Mathematica tolli omnem Geometriam. Reſpondeo, Geometriam non tolli, quæ conſiderat relationes inter diſtantias, & inter intervalla diſtantiis intercepta, quæ mente concipimus, & per quam ex hypotheſibus quibusdam concluſiones cum iis connexas ex primis quibusdam principiis deducimus. Tollitur Geometria actu exiſtens, quatenus nulla linea, nulla ſuperficies mathematice continua, nullum ſolidum mathematice continuum ego admitto inter ea, quæ exiſtunt; an autem inter ea, quæ poſſunt exiſtere, habeantur, omnino ignoro. Sed aliquid ejusmodi in communi etiam ſententia accidit. Nulla exiſtit revera in Natura recta linea, nullus circulus, nulla ellipſis, nec in ejusmodi lineis accurate talibus fit motus ullus, cum omnium Planetarum & Terræ in communi ſententia motus habeantur in curvis admodum complicatis, atque altiſſimis, &, ut eſt admodum probabile, tranſcendentibus. Nec vero in magnis corporibus ullam habemus ſuperficiem accurate planam, & continuam, aut ſphæricam, aut cujusvis e curvis, quas Geometræ contemplantur, & plerique ex iis ipſis, qui ſolida volunt elementa, ſimplices ejusmodi figuras ne in ipſis quidem elementis admittent.

CCCLXIX. Quamobrem Geometria tota imaginaria eſt, & idealis, ſed propoſitiones hypotheticæ, quæ inde deducuntur, ſunt veræ, & ſi exiſtant conditiones ab illa aſſumptæ, exiſtent utique & conditiones inde erutæ, ac relationes inter diſtantias punctorum imaginarias ope Geometriæ ex certis conditionibus deductæ, ſemper erunt reales, & tales, quales eas invenit Geometria, ubi illæ ipſæ conditiones in realibus punctorum diſtantiis exiſtant Ceterum ubi de realibus diſtantiis agitur, nec illud in ſenſu phyſico eſt verum, ubi punctum interjacet aliis binis in eadem recta poſitis, a quibus æque diſtet, binas illas diſtantias fore partes diſtantiæ punctorum extremorum juxta ea quæ diximus Num. 67. Phyſice diſtantia puncti primi a ſecundo conſtituitur per puncta ipſa, & binos reales ipſorum exiſtendi modos, ita & diſtantia ſecundi a tertio; quorum ſumma omnia tria puncta cum tribus exiſtendi modis, dum diſtantia

Digitized by Google

ſtantia primi a tertio conſtituitur per ſola duo puncta extrema, & duos ipſorum exiſtendi modos, quæ ablato intermedio reali puncto manet prorſus eadem. Illæ duæ ſunt partes illius tertiæ tantummodo in imaginario, & geometrico ſtatu, qui concipit indefinite omnes poſſibiles intermedios exiſtendi modos locales, & per eam cognitionem abſtractam concipit continua intervalla, ac eorum partes aſſignat, ac ope ejusmodi conceptuum ratiocinationes inſtituit ab aſſumptis conditionibus petitas, quæ, ubi demum ad aliquod reale deducunt, non niſi ad verum poſſint deducere, ſed quod verum ſit tantummodo, ſi rite intelligantur termini, & explicentur. Sic quod aliqua diſtantia duorum punctorum ſit æqualis diſtantiæ aliorum duorum, ſitum eſt in ipſa natura illorum modorum, quibus exiſtunt, non in eo, quod illi modi, qui eam individuam diſtantiam conſtituunt, transferri poſſint, ut congruant. Eodem pacto relatio duplæ, vel triplæ diſtantiæ habetur immediate in ipſa eſſentia, & natura illorum modorum. Vel ſi potius velimus illam referre ad diſtantiam æqualem, dici poterit, eam eſſe duplam alterius, quæ talis ſit, ut ſi alteri ex alterius punctis ponatur tertium novum ad æqualem diſtantiam ex parte altera; diſtantia nova hujus tertii a primo ſit æqualis illi, quæ duplæ nomen habet, & ſic de reliquis, ubi ad realem ſtatum tranſitur. Neque enim in ſtatu reali haberi poteſt usquam congruentia duarum magnitudinum in extenſione, ut haberi nec in tempore poteſt unquam; adeoque nec æqualitas per congruentiam in ſtatu reali haberi poteſt, nec ratio dupla per partium æqualitatem. Ubi decempeda transfertur ex uno loco in alium, ſuccedunt alii, atque alii punctorum extremorum exiſtendi modi, qui relationes inducunt diſtantiarum ad ſenſum æqualium: ea æqualitas a nobis ſupponitur ex cauſis, nimirum ex mutuo nexu per vires mutuas, uti hora hodierna ope egregii horologii comparatur cum heſterna itidem æqualitate ſuppoſita ex cauſis, ſed loco ſuo divelli, & ex uno die in alterum hora eadem traduci non poteſt. Verum hæc omnia ad Metaphyſicam potius pertinent, & ea fuſius cum omnibus loci, ac temporis relationibus perſecutus ſum in memoratis Diſſertationibus, quas hic in fine ſubjicio.

CCCLXX. Ex extenſione oritur figurabilitas, cum qua connectitur moles, & denſitas ſuppoſita maſſa. Quoniam puncta diſperguntur per ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum; ſpatium, per quod extenduntur, habet ſuos terminos, a quibus figura pendet. Porro figuram determinatam ab ipſa natura, & exi-

Digitized by Google

exiſtentem in re, poſſunt agnoſcere tantummodo in elementis ii, qui admittunt elementa ipſa ſolida, atque compacta, & continua, & qui ab inextenſis extenſum continuum componi poſſe arbitrantur; ubi nimirum tota illa materia ſuperficie continua quadam terminetur. Ceterum in corporibus hisce, quæ nobis ſub ſenſum cadunt, idea figuræ, quæ videtur maxime diſtincta, eſt admodum vaga, & indefinita, quod quidem diligenter expoſui agens ſuperiore anno de Figura Telluris in Diſſertatione inſerta poſtremo Bononienſium Actorum tomo, in qua continetur Synopſis mei operis de *Expeditione Litteraria per Pontificiam ditionem*, ubi ſic habeo: *Inprimis hoc ipſum nomen figuræ terreſtris, quod certam quandam, ac determinatam ſignificationem videtur habere, habet illam quidem admodum incertam, & vagam. Superficies illa, quæ maria, & lacus, & fluvios, ac montes, & campos, vallesque terminat, eſt illa quidem admodum, nobis ſaltem, irregularis, & vero etiam inſtabilis: mutatur enim quovis utcunque minimo undarum, & glebarum motu; nec de hac Telluris figura agunt, qui in figuram Telluris inquirunt. Aliam ipſi ſubſtituunt, quæ regularis quodammodo ſit, ſit autem illi priori proxima, quæ nimirum abraſis haberetur montibus, collibusque, vallibus vero oppletis. At hæc iterum terreſtris figuræ notio vaga admodum eſt, & incerta. Uti enim infinita ſunt curvarum regularium genera, quæ per datum datorum punctorum numerum tranſire poſſint, ita infinita ſunt genera curvarum ſuperficierum, quæ Tellurem ita ambire poſſint, atque concludere, ut vel omnes, vel datos contingant in datis punctis montes, colleſque, vel ſi per medios tranſire colles, ac montes debeat ſuperficies quædam, ita, ut regularis ſit, & tantumdem materiæ concludat extra, quantum vacui aeris infra ſeſe concludat usque ad veram hanc nobis irregularem Telluris ſuperficiem, quam intuemur; infinitæ itidem, & a ſe invicem diverſæ admodum ſuperficies haberi poſſint, quæ problemati ſatisfaciant, atque eæ ejusmodi etiam, ut nullam, quæ ſenſu percipi poſſit, præ ſe ferant gibboſitatem, quæ ipſa vox non ita determinatam continet ideam.*

CCCLXXI. Hæc ego ibi de Telluris figura, quæ omnino pertinent ad figuram corporis cujuscunque in communi etiam ſententia de continua extenſione materiæ; nam omnium fere corporum ſuperficies hic apud nos utique multo magis ſcabræ ſunt pro ratione ſuæ magnitudinis, quam Terra pro ratione magnitudinis ſuæ, & vacuitates internas habent quamplurimas. Verum in mea Theoria res adhuc magis indefinita, & incerta eſt. Nam infinitæ

 ſunt

Digitized by Google

ſunt etiam ſuperficies curvæ continuæ, in quibus tamen omnia jaceant puncta maſſæ cujusvis: quin immo infinitæ numero curvæ ſunt lineæ, quæ per omnia ejusmodi puncta tranſeant. Quamobrem mente tantummodo confingenda eſt quædam ſuperficies, quæ omnia puncta includat, vel quæ pauciora, & a reliquorum coacervatione remotiora excludat, quod æſtimatione quadam morali fiet, non accurata geometrica determinatione. Ea ſuperficies figuram exhibebit corporis; atque hic jam, quæ ad diverſa figurarum genera pertinent, id omne mihi commune eſt cum communi Theoria de continua extenſione materiæ.

CCCLXXII. A figura pendet moles, quæ nihil eſt aliud, niſi totum ſpatium extenſum in longum, latum, & profundum externa ſuperficie concluſum. Porro niſi concipiamus ſuperficiem illam, quam innui, quæ figuram determinet, nulla certa habebitur molis idea: quin immo ſi ſuperficiem concipiamus tortuoſam illam, in qua jaceant puncta omnia, jam moles triplici dimenſione prædita erit nulla; ſi lineam curvam concipimus per omnia tranſeuntem, nec duarum dimenſionum habebitur ulla moles. Sed in eo itidem incerta æſtimatione indiget ſententia communis ob interſtitia illa vacua, quæ habentur in omnibus corporibus, & ſcabritiem, juxta ea, quæ diximus de indeterminatione figuræ. Hic autem itidem concepta ſuperficie extima terminante figuram ipſam, quæ deinde de mole relata ad ſuperficiem tradi ſolent, mihi communia ſunt cum aliis omnibus; ut illud, poſſe eandem magnitudine molem terminari ſuperficiebus admodum diverſis, & forma, & magnitudine, ac omnium minimam eſſe ſphæricæ figuræ ſuperficiem reſpectu molis; in figuris autem ſimilibus molem eſſe in ratione triplicata laterum homologorum, & ſuperficiem in duplicata, ex quibus pendent phænomena ſane multa, atque ea inprimis, quæ pertinent ad reſiſtentiam tam fluidorum, quam ſolidorum.

CCCLXXIII. Maſſa corporis eſt tota quantitas materiæ pertinentis ad id corpus, quæ quidem mihi erit ipſe numerus punctorum pertinentium ad illud corpus. At hic jam oritur indeterminatio quædam, vel ſaltem ſumma difficultas determinandi maſſæ ideam, nec id tantum in mea, verum etiam in communi ſententia, ob illud additum *punctorum pertinentium ad illud corpus*, quod heterogeneas ſubſtantias excludit. Ea de re ſic ego quidem in Stayanis Supplementis § 10 Lib. 1: *Nam admodum difficile eſt determinare, quæ ſint illæ ſubſtantiæ heterogeneæ, quæ non pertinent ad corporis conſtitutionem.*

Digitized by Google

tionem. Si materiam ſpectemus, ea & mihi, & aliis plurimis homogenea eſt, & ſolis ejus diverſis combinationibus diverſæ oriuntur corporum ſpecies. Quare ab ipſa materia non poteſt deſumi diſcrimen illud inter ſubſtantias pertinentes, & non pertinentes. Si autem & diverſam illam combinationem ſpectemus, corpora omnia, quæ obſervamus, mixta ſint ex ſubſtantiis admodum diſſimilibus, quæ tamen omnes ad ejus corporis conſtitutionem pertinent. Id in animalium corporibus, in plantis, in marmoribus plerisque, oculis etiam patet, in omnibus autem corporibus, Chemia docet, quæ mixtionem illam diſſolvit.

CCCLXXIV. *Ex alia parte tenuiſſima ætherea materia, quæ omnino eſt aliqua noſtro aere varior, ad conſtitutionem maſſæ nequaquam pertinere cenſetur, ut nec pro corporibus plerisque aer, qui meatibus internis interjacet. Sic aer incluſus ſpongiæ meatibus, ad ipſius conſtitutionem nequaquam cenſetur pertinere. Idem autem ad multorum corporum conſtitutionem pertinet, ſaltem ad fixam naturam redactus, ut Haleſius demonſtravit, plures & animalis regni, & vegetabilis ſubſtantias magna ſui parte conſtare aere fixitatem adepto. Rurſus ſubſtantiæ volatiles, aere ipſo tenuiores multo, quæ in corporum diſſolutione chemica in halitus, & fumos abeunt, & plures fortaſſe, quas nos nullo ſenſu percipimus, ad ipſa corpora pertinebant.*

CCCLXXV. *Nec illud aſſumi poteſt, quidquid ſolidum & fixum eſt, tantummodo pertinere ad corporis maſſam; quis enim a corporis humani maſſa ſanguinem omnem, & tot lymphas exhudat, a lignis reſectis ſuccos nondum concretos? Præterquam quod maſſæ idea non ad ſolida ſolum corpora pertinet, ſed etiam ad fluida, in quibus ipſis alia tenuiora aliorum denſiorum meatibus interjacent. Nec vero dici poteſt, pertinere ad corporis conſtitutionem, quidquid materiæ translato corpore, ſimul cum ipſo transfertur; nam aer, qui intra ſpongiam eſt, partim mutatur in ea translatione, is nimirum, qui orificio eſt propior, partim manet, qui nimirum intimior, & qui aliquamdiu manet, mutatur deinde.*

CCCLXXVI. *Hæc & alia mihi diligentius perpendenti, illud videtur demum, ideam maſſæ non eſſe accurate determinatam, & diſtinctam, ſed admodum vagam, arbitrariam, & confuſam. Erit maſſa materia omnis ad corporis conſtitutionem pertinens; ſed a craſſa quadam, & arbitraria æſtimatione pendebit illud, quod eſt pertinere ad ipſam ejus conſtitutionem.* Hæc ego ibi; tum ad molem tranſeo, de cujus indeterminatione jam hic ſuperius egimus, ac deinde ad denſitatem, quæ eſt relatio maſſæ ad molem, eo major, quo pari mole eſt ma-

Digitized by Google

jor maſſa, vel quo pari maſſa eſt minor moles. Hinc menſura denſitatis eſt maſſa diviſa per molem; & quæcunque vulgo proferuntur de comparationibus inter maſſam, molem, & denſitatem, hæc omnia & mihi communia ſunt. Maſſa eſt ut factum ex mole & denſitate; moles ut maſſa diviſa per denſitatem. Raritas autem etiam mihi, ut & aliis, eſt denſitatis inverſa, ut nimirum idem ſit dicere, corpus aliquod eſſe decuplo minus denſum alio aliquo corpore, ac dicere, eſſe decuplo magis rarum. Verum quod ad denſitatem & raritatem pertinet, in eo ego quidem a communi ſententia diſcrepo, uti expoſui Num. 88, quod ego nullum habeo limitem denſitatis & raritatis, nec maximum, nec minimum; dum illi minimam debeant aliquam raritatem agnoſcere, & maximam denſitatem poſſibilem, utut finitam, quæ illis idcirco per ſaltum quemdam neceſſario abrumpitur, licet nullam agnoſcant raritatem maximam, & minimam denſitatem. Mihi enim materiæ puncta poſſunt & augere diſtantias a ſe invicem, & imminuere in quacunque ratione, cum data linea quavis poſſit ex ipſis Euclideis elementis inveniri ſemper alia, quæ ad ipſam habeat rationem quamcunque utcunque magnam, vel parvam; adeoque poteſt, ſtante eadem maſſa augeri moles, & minui in quacunque ratione data; at illis poteſt quidem quævis maſſa dividi in quemvis numerum particularum, quæ diſperſæ per molem utcunque magnam augeant raritatem, & minuant denſitatem in immenſum; ſed ubi maſſa omnis ita ad contactus immediatos devenit, ut nihil jam ſuperſit vacui ſpatii; tum vero denſitas eſt maxima, & raritas minima omnium, quæ haberi poſſint, & tamen finita eſt, cum menſura prioris habeatur, maſſa finita per finitam molem diviſa, & menſura poſterioris diviſa mole per maſſam.

CCCLXXVII. Inertia corporum oritur ab inertia punctorum, & a viribus mutuis; nam illud demonſtravimus Num. 259, ſi puncta quæcunque vel quieſcant, vel moveantur directionibus, & celeritatibus quibuscunque, ſed ſingula æquabili motu, centrum commune gravitatis vel quieſcere, vel moveri uniformiter in directum; ac vires mutuas quascunque inter eadem puncta nihil turbare ſtatum centri communis gravitatis ſive quieſcendi, ſive movendi uniformiter in directum. Porro vis inertiæ in eo ipſo eſt ſita; nam vis inertiæ eſt determinatio perſeverandi in eodem ſtatu quieſcendi, vel movendi uniformiter in directum, niſi externa vis cogat ſtatum ſuum mutare; & cum ex mea Theoria demonſtretur, eam proprietatem debere habere centrum gravitatis maſſæ cujuscunque compoſitæ

ſitæ punctis quotcunque, & utcunque diſpoſitis, patet, eam deduci pro corporibus omnibus; & hic illud etiam intelligitur, cur concipiantur corpora tanquam collecta, & compenetrata in ipſo gravitatis centro.

CCCLXXVIII. Mobilitas recenſeri ſolet inter generales corporum proprietates, quæ quidem ſponte conſequitur vel ex ipſa curva virium: cum enim ipſa exprimat ſuarum ordinatarum ope determinationes ad acceſſum vel receſſum, requirit neceſſario mobilitatem, ſive poſſibilitatem motuum, ſine quibus acceſſus, & receſſus ipſi haberi utique non poſſunt. Aliqui & quieſcibilitatem adſcribunt corporibus; at ego quidem corporum quietem ſaltem in natura, uti conſtituta eſt, haberi non poſſe arbitror, uti expoſui Num: 85. Eam excludi oportere cenſeo etiam infinitæ improbabilitatis argumento, quo ſum uſus in ea Diſſertatione de ſpatio, & tempore, quam toties jam nominavi, & in Supplementis hic proferam § 3, ubi evinco, caſum, quo punctum aliquod materiæ occupet quovis momento temporis punctum ſpatii, quod alio quopiam quocunque occuparit vel ipſum, vel aliud punctum quodcunque, eſſe infinities improbabilem, conſiderato nimirum numero punctorum materiæ finito, numero momentorum poſſibilium infinito ejus generis, cujus ſunt infinita puncta in una recta, qui numerus momentorum bis ſumitur, ſemel cum conſideratur puncti dati materiæ cujuscunque momentum quodvis, & iterum cum conſideratur momentum quodvis, quo aliud quodpiam materiæ punctum alicubi fuerit, ac iis collatis cum numero punctorum ſpatii habentis extenſionem in longum, latum, & profundum, qui idcirco debet eſſe infinitus ordinis tertii reſpectu ſuperiorum. Deinde ab omnium corporum motu circa centrum commune gravitatis, vel uniformiter progrediens in recta linea, quies actualis itidem a natura excluditur.

CCCLXXIX. Verum ipſam quietem excludit alia mihi proprietas, quam omnibus itidem materiæ punctis, & omnium corporum centris gravitatis communem cenſeo, nimirum continuitas motuum, de qua egi Num. 295, & alibi. Quodvis materiæ punctum ſecluſis motibus liberis, qui oriuntur ab imperio liberorum ſpirituum, debet deſcribere curvam quandam lineam continuam, cujus determinatio reducitur ad hujusmodi problema generale: Dato numero punctorum materiæ, ac pro ſingulis dato puncto loci, quod occupent dato quopiam momento temporis, ac data directione,

Digitized by Google

ne, & velocitate motus initialis, ſi tum primo projiciuntur, vel tangentialis, ſi jam ante fuerunt in motu, ac data lege virium expreſſa per curvam aliquam continuam, cujusmodi eſt curva Figuræ primæ, quæ meam Theoriam continet, invenire ſingulorum punctorum trajectorias, lineas nimirum, per quas ea moventur ſingula. Id problema Mechanicum quam ſublime ſit, quam omnem humanæ mentis excedat vim, ille ſatis intelliget, qui in Mechanica verſatus non nihil noverit, trium etiam corporum motus, admodum ſimplici etiam vi præditorum, nondum eſſe generaliter definitos, uti monui Num. 203, & conſideret immenſum punctorum numerum, ac altiſſimam curvæ virium tantis flexibus circa axem circumvolutæ elevationem.

CCCLXXX. Sed licet ejusmodi problema vires omnes humanæ mentis excedat, adhuc tamen unusquisque Geometra videbit facile problema, eſſe prorſus determinatum, & curvas ejusmodi fore omnes continuas ſine ullo ſaltu, ſi in lege virium nullus ſit ſaltus. Quin immo & illud arbitror, in ejusmodi curvis nec ullas usquam cuſpides occurrere; nam nodos nullos eſſe conſequitur ex eo, quod nullum materiæ punctum redeat ad idem punctum ſpatii, in quo ipſum aliquando fuerit, adeoque nullus habeatur regreſſus, qui tamen ad nodum eſt neceſſarius. Hujusmodi curvæ neceſſariæ eſſent omnes, & mens, quæ tantam haberet vim, quanta requiritur ad ejusmodi problemata rite tractanda, & intimius perſpiciendas ſolutiones (quæ quidem mens poſſet etiam finita eſſe, ſi finitus ſit punctorum numerus, & per finitam expreſſionem data notio curvæ exprimentis legem virium) poſſet ex arcu continuo deſcripto a punctis materiæ omnibus exiguo etiam tempore derivare ipſam virium legem, cum quidam finiti tantummodo poſitionum numeri finitos determinare poſſint numeros punctorum curvæ virium, & arcus continuus legem ipſam continuam; & fortaſſe ſolæ etiam poſitiones omnium punctorum cum dato arcu continuo percurſo ab unico etiam puncto motu continuo, exiguo etiam aliquo tempuſculo, ad rem præſtandam ſatis eſſent. Cognita autem lege virium, & poſitione, ac velocitate, & directione punctorum omnium dato tempore, poſſet ejusmodi mens prævidere omnes futuros neceſſarios motus, ac ſtatus, & omnia naturæ phænomena neceſſaria, ab iis utique pendentia, atque prædicere; & ex unico arcu deſcripto a quovis puncto, tempore continuo utcunque parvo, quem aliqua mens ſatis comprehenderet, eadem determinare poſſet reliquum omnem ejusdem continuæ curvæ tractum utraque e parte in infinitum productum.

CCCLXXXI.

Digitized by

CCCLXXXI. Nos eo aſpirare non poſſumus, tum ob noſtræ mentis imbecillitatem, tum quia ignoramus numerum, & poſitionem, ac motum punctorum ſingulorum; nam nec motus abſolutos intuemur, ſed reſpectivos tantummodo reſpectu Telluris, vel ad ſummum reſpectu ſyſtematis planetarii, vel ſyſtematis Fixarum omnium; tum etiam quia curvas illas turbant liberi motus, quos producunt ſpirituales ſubſtantiæ. Harmonia præſtabilita Leibnitianorum ejusmodi perturbationem tollit omnem, ſaltem reſpectu animæ noſtræ, cum omne immediatum commercium demat inter corpus, & animam; & id, quod tantopere improbatum eſt in Theoria Carteſiana, quæ Bruta redegerat ad automata, ad homines etiam ipſos transfert, quorum motus a machina provenire omnes, & neceſſarios eſſe in ea Theoria, facile conſtat; & quidem idcirco etiam eadem mihi Theoria diſplicet plurimum, quam præterea ſi admitterem, nullam ſane viderem, ne tenuiſſimam quidem rationem, quæ mihi ſuadere poſſet, præter animam meam, cujus ideæ per ſe, & ſine ullo immediato nexu cum corpore evolvantur, me habere aliquod corpus, quod motus ullos habeat, & multo minus, ejusmodi motus eſſe conformes iis ideis, aut ullos alios eſſe homines, ullam naturam corpoream extra me; ad quæ omnia, & multo adhuc pejora, mentem ſuis omnia momentis librantem deducat omnino oportet ejusmodi ſententia, quam promoveri paſſim, & vero etiam recipi, ac usque adeo gliſcere, quin & omnino tolerari, ſemper miratus ſum.

CCCLXXXII. Cenſeo igitur, & id intima vi, qua anima ſuarum idearum naturam, & proprietates quasdam, atque originem novit, conſtare arbitror, motus liberos corporis ab anima provenire; ac quemadmodum virium lex neceſſaria in ipſa fortaſſe materiæ natura ſita ejusmodi eſt, ut juxta eam bina materiæ puncta debeant ad ſe invicem accedere, vel a ſe invicem recedere, determinata & quantitate motus, & directione per diſtantias; ita eſſe alias leges virium liberas animæ, ſecundum quas debeant quædam puncta materiæ habentia ejusmodi diſpoſitionem, quæ ad vivum, & ſanum corpus organicum requiritur, ad ipſius animæ nutum moveri; ſed hujusmodi leges itidem cenſeo requirere illud, ut nulli materiæ puncto imprimatur motus aliquis, niſi alicui alteri imprimatur alius contrarius, & æqualis, quod conſtat ex ipſo niſu, quem ſemper exercemus in partes contrarias, juxta ea, quæ diximus Num. 74; ac itidem arbitror, & id ipſum diligenti obſervatione, & reflexione facile

Digitized by Google

cile colligitur, ejusmodi quoque motus imprimi non posse, nisi servata lege continuitatis sine ullo saltu; quod si ab omnibus spiritibus observari debeat, discedent quidem veri motus a curvis illis necessariis, & a libera voluntatis determinatione pendebunt curvæ descriptæ, sed motuum continuitas nequaquam turbabitur.

CCCLXXXIII. Porro inde constat, cur in motibus nullum uspiam deprehendamus saltum, cur nullum materiæ punctum ab uno loci puncto abeat ad aliud punctum loci sine transitu per intermedia, cur nulla densitas mutetur per saltum, cur & motus reflexi, & refracti fiant per curvaturam continuam, ac alia ejusmodi, quæ huc pertinent. Verum simul patebit & illud, in cujus gratiam hæc congessimus, nullam fore absolutam quietem, in qua nimirum continuatus ille curvæ descriptæ ductus abrumpatur, ea continuitate læsa nihilo minus, quam læderetur, si curva continua desineret alicubi in rectam.

CCCLXXXIV. Jam vero ad actionis, & reactionis æqualitatem gradu facto, eam abunde deduximus a Num. 264 pro binis quibusque corporibus ex actione & reactione æqualibus in punctis quibuscunque. Cum nimirum mutuæ vires nihil turbent statum centri gravitatis communis, & centra gravitatis binarum massarum debeant cum ipso communi centro jacere in directum ad distantias hinc & inde reciproce proportionales ipsis massis, ut ibidem demonstravimus; consequitur illud, motus quoscunque, quos ex mutua actione habebunt binarum massarum centra gravitatis, debere fieri in lineis similibus, & proportionalibus distantiæ singularum ab ipso gravitatis centro communi, adeoque reciproce proportionalibus ipsis massis; & quod inde consequitur, summa motuum computatorum secundum directionem quamcunque, quam ex mutuis actionibus acquiret altera massa, fore semper æqualem summæ motuum computatorum secundum oppositam, quam altera acquiret simul, in quo ipso sita est actionis & reactionis æqualitas, ex qua corporum collisiones deduximus in secunda parte, & ex qua multa phænomena pendent, in Astronomia inprimis.

CCCLXXXV. Illud unum hic adnotandum censeo, per hanc ipsam legem comprobari plurimum ipsas vires mutuas inter materiæ particulas, & deveniri ad originem motuum plurimorum, quæ inde pendet; si nimirum particulæ massæ cujuslibet ingentem habeant motum reciprocum hac, illac, & interea centrum commune gravitatis iisdem iis motibus careat, id sane indicio est, eos motus pro-

Digitized by Google

provenire ab internis viribus mutuis inter puncta ejusdem maſſæ. Id vero accidit inprimis in fermentationibus, quæ habentur poſt quarumdam ſubſtantiarum permixtionem, quarum particulæ non omnes ſimul jam in unam feruntur plagam, jam in aliam, ſed ſingillatim motibus diverſiſſimis, & inter ſe etiam contrariis, quos idcirco motus omnes illarum centra gravitatis habere non poſſunt: ii motus provenire omnino debent a mutuis viribus, & commune gravitatis centrum interea quieſcet reſpectu ejus vaſis, in quo fermentatio fit, & terræ, reſpectu cujus quieſcit vas.

CCCLXXXVI. Quod ad diviſibilitatem pertinet, eam quidem in infinitum progredientem ſine ullo limite in ſpatio continuo ille ſolus non agnoſcet, qui Geometriæ elementaris etiam vim non ſentiat, a qua pro ejusmodi diviſibilitate in infinitum tam multa, & ſimplicia, & perſpicua ſane argumenta deſumuntur. Ubi ad materiam fit tranſitus; ſi, ubi de ea agitur, quæ diſtincta occupant loci partes, diſtincta etiam ſunt; ab illa ſpatii continui diviſibilitate in infinitum, materiæ quoque diviſibilitas in infinitum conſequitur evidentiſſime, & utcunque prima materiæ elementa atomos, ſive Naturæ vi inſectilia cenſeant multi, ut & Newtonus ipſe, adhuc tamen abſolutam eorum diviſibilitatem agnoſcunt paſſim illi ipſi.

CCCLXXXVII. Materiæ elementa extenſa per ſpatium diviſibile, ſed omnino ſimplicia, & carentia partibus, admiſerunt non nulli e Peripateticis, & eſt etiam nunc, qui recentiórem Philoſophiam profeſſus admittat; at eam ſententiam non ex præjudico quodam, quanquam id etiam eſt ingens, & commune, ſed ex inductionis principio, & analogia impugnavi in prima parte Num. 83. Quamobrem arbitror, ſi quid corporeum extenſionem habeat per totum quodpiam continuum ſpatium, id ipſum debere abſolute habere partes, & eſſe diviſibile in infinitum æque, ac illud ipſum eſt ſpatium.

CCCLXXXVIII. At in mea Theoria, in qua prima elementa materiæ mihi ſunt ſimplicia, ac inextenſa, nullam eorum diviſibilitatem haberi conſtat. Maſſæ autem, quæcunque actu exiſtant, ſunt mihi congeries punctorum ejusmodi numero finitæ. Hinc eæ congeries dividi utique poſſunt in partes, ſed non plures, quam ſit ipſe punctorum numerus maſſam conſtituentium, cum nulla pars minus continere poſſit, quam unum ex iis punctis. Nec Geometrica argumenta quidquam probant in mea Theoria pro diviſibilitate ultra eum limitem; poſteaquam enim deventum fuerit ad intervalla minora, quam

 ſit

Digitized by Google

ſit diſtantia duorum punctorum, ſectiones ulteriores ſecabunt intervalla ipſa vacua, non materiam.

CCCLXXXIX. Verum licet ego non habeam diviſibilitatem in infinitum, habeo tamen componibilitatem, ut appellare ſoleo, in infinitum. In quovis dato ſpatio habebitur quidem ſemper certus quidam punctorum numerus, qui idcirco etiam finitus erit; neque enim ego admitto infinitum ullum in Natura, aut in extenſione, neque infinite parvum in ſe determinatum, quod ego poſitiva demonſtratione excluſi primum in mea Diſſertatione *de Natura & uſu infinitorum, & infinite parvorum;* tum & aliis in locis; quod tamen requireretur ad hoc, ut intra finitum ſpatium contineretur punctorum numerus indefinitus; at longe aliter ſe res habet, ſi conſideremus, qui numerus punctorum in dato ſpatio poſſit exiſtere: tum enim nullus eſt numerus finitus ita magnus, ut alius adhuc finitus ipſo major haberi in eo ſpatio non poſſit. Nam inter duo puncta quæcunque poteſt in medio interſeri aliud, quod quidem neutrum continget; nam aliter etiam ea duo ſe contingerent mutuo, & non diſtarent, ſed compenetrarentur. Poteſt autem eadem ratione inter hoc novum, & priora illa interſeri novum utrinque, & ita porro ſine ullo limite; adeoque deveniri poteſt ad numerum punctorum quovis determinato utcunque magno majorem in unica etiam recta, & proinde multo magis in ſpatio extenſo in longum, latum, & profundum. Hanc ego voco componibilitatem in infinitum. Numerus, qui in quavis data maſſa exiſtit, finitus eſt; ſed dum eum Naturæ conditor determinare voluit, nullos habuit limites, quos non potuerit prætergredi, nullum ultimum habente terminum ſerie illa poſſibilium finitorum in infinitum creſcentium.

CCCXC. Hæc componibilitas in infinitum æquivalet diviſibilitati in ordine ad explicanda naturæ phænomena. Poſita diviſibilitate materiæ in infinitum, ſolvitur facile illud problema, *datam maſſam utcunque parvam, ita diſtribuere per datum ſpatium utcunque magnum, ut in eo nullum ſit ſpatiolum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & ſine ulla ejus materiæ particula.* Concipitur enim numerus, quo illud magnum ſpatium datum continere poſſit hoc ſpatiolum exiguum, qui utique finitus eſt, & in ſe determinatus: concipitur in totidem particulas diviſa maſſula, & ſingulæ particulæ deſtinantur ſingulis ſpatiolis; quæ iterum dividi poſſunt, quantum libuerit, ut parietes ſpatioli ſui conveſtiant, qui utique ad unam ejus transverſam ſectionem habent finitam rationem, adeoque

Digitized by Googl

que continua ſectione planis parallelis facta poſſunt ipſi parietes conveſtiri ſegmentis ſuæ particulæ, vel poſſunt ejus particulæ ſegmenta iterum per illud ſpatiolum utcunque diſpergi. In mea Theoria ſubſtituitur hujusmodi aliud problema: *intra datum ſpatiolum collocare eum punctorum numerum, qui deinde diſtribui poſſit per ſpatium utcunque magnum ita, ut in eo nullum ſit ſpatiolum cubicum majus dato quocunque utcunque parvo penitus vacuum, & quod in ſe non habeat numerum punctorum utcunque magnum.*

CCCXCI. Quod in ordine ad explicanda phænomena hoc ſecundum problema æquivaleat illi primo, patet utique; quia ſolum deeſt conveſtitio parietum continua mathematice; ſed illi ſuccedet continuatio phyſica, cum in ſingulis parietibus collocari poſſit ejus ope quicunque numerus utcunque magnus, diſtantiis idcirco imminutis utcunque. Quod in mea Theoria ſecundum illud problema ſolvi poſſit ope expoſitæ componibilitatis in infinitum, patet, quia ut inveniatur numerus, qui ponendus eſt in ſpatiolo dato, ſatis eſt, ut numerus vicium, quo ingens ſpatium datum continet illud ſpatiolum poſterius, multiplicetur per numerum punctorum, quem velimus collocari in hoc ipſo quovis poſteriore ſpatiolo poſt diſperſionem; & auctor Naturæ potuit utique intra illud ſpatiolum primum hunc punctorum numerum collocare.

CCCXCII. Jam quod pertinet ad diviſibilitatem immanem, quam nobis oſtendunt Naturæ phænomena in coloratis quibusdam corporibus, immanem mollem aquæ inficientibus eodem colore, in auro usque adeo ductili, in odoribus, & ante omnia in lumine, omnia mihi cum aliis communia erunt; & quoniam nulla ex obſervationibus nobis poteſt oſtendere diviſibilitatem abſolute infinitam, ſed ingentem tantummodo reſpectu diviſionum, quibus plerumque aſſuevimus; res ex meo problemate æque bene explicabitur per componibilitatem, ac in communi Theoria ex illo alio per diviſibilitatem materiæ in infinitum.

CCCXCIII. Prima materiæ elementa volunt plerumque immutabilia, & ejusmodi, ut atteri, atque confringi omnino non poſſint, ne nimirum phænomenorum ordo, & tota naturæ facies commutetur. At elementa mea ſunt ſane ejusmodi, ut nec immutari ipſa, nec legem ſuam virium, ac agendi modum in compoſitionibus commutare ullo modo poſſint; cum nimirum ſimplicia ſint, indiviſibilia, & inextenſa. Ex iis autem juxta ea, quæ diximus Num. 237, ad diſtantias perquam exiguas collocatis in limitibus vi-

Digitized by Google

rium admodum validis oriri poſſunt primæ particulæ minus jam tenaces ſuæ formæ, quam ſimplicia elementa, ſed ob ingentem illam viciniam adhuc tenaciſſimæ idcirco, quod alia particula quævis ejusdem ordinis in omnia ſimul ejus puncta fere æqualiter agat, & vires mutuæ majores ſint, quam ſit diſcrimen virium, quibus diverſa ejus puncta ſolicitantur ab illa particula. Ex hisce primi ordinis particulis poſſunt conſtare particulæ ordinis ſecundi; adhuc minus tenaces, & ita porro; quo enim plures compoſitiones ſunt, & majores diſtantiæ, eo facilius fieri poteſt, ut inæqualitas virium, quæ ſola mutuam poſitionem turbat, incipiat eſſe major, quam ſint vires mutuæ, quæ tendunt ad conſervandam mutuam poſitionem, & formam particularum; & tunc jam alterationes, & transformationes habebuntur, quas videmus in corporibus hisce noſtris, & quæ habentur etiam in pluribus particulis poſtremorum ordinum, hæc ipſa nova corpora componentibus. Sed prima materiæ elementa erunt omnino immutabilia, & primorum etiam ordinum particulæ formas ſuas contra externas vires validiſſime tuebuntur.

CCCXCIV. Graviras etiam inter generales proprietates a Newtonianis inprimis numeratur, quibus aſſentior, dummodo ea reipſa non habeat rationem reciprocam duplicatam diſtantiarum extenſam ad omnes diſtantias, ſed tantum ad diſtantias ejusmodi, cujusmodi ſunt eæ, quæ interjacent inter diſtantiam noſtrorum corporum a parte multo maxima maſſæ terreſtris, & diſtantias a ſole Apheliorum pertinentium ad cometas remotiſſimos; & dummodo in hoc ipſo tractu ſequatur non accuratiſſime, ſed quam libuerit, proxime, rationem ipſam reciprocam duplicatam, juxta ea, quæ diximus Num. 120. Ejusmodi autem gravitas exhibetur ab arcu illo poſtremo meæ curvæ Fig. 1, qui, ſi gravitas extenditur cum eadem illa lege ad ſenſum, vel cum aliqua ſimili, in infinitum, erit aſymptoticus. Poſſet quidem, ut monui Num. 118, concipi gravitas etiam accurate talis, quæ extendatur ad quascunque diſtantias cum eadem lege, & præterea alia quædam vis expoſita per aliam curvam, in quam vim, & in gravitatem accurate reciprocam quadratis diſtantiæ reſolvatur lex virium Figuræ 1mæ; quæ quidem vis in illis diſtantiis, in quibus gravitas ſequitur quam proxime ejusmodi legem, eſſet inſenſibilis, in aliis autem diſtantiis plurimis ingens eſſet; ac ubi Figura 1 exhibet repulſiones, deberet eſſe vis hujus alterius conceptæ legis itidem repulſiva tanto major, quam vis legis primitivæ Figuræ primæ, quanta eſſet gravitas ibi concepta, quæ nimi-

rum

Digitized by Google

rum ab illo additamento vis repulſivæ elidi deberet. Sed hæc jam a noſtro concipiendi modo penderent, ac in mea lege primitiva, & reali; gravitas utique eſt generalis materiæ, ac legem ſequitur rationis reciprocæ duplicatæ diſtantiarum, quanquam non accurate, ſed quam proxime, nec ad omnes extenditur diſtantias; ſed illas, quas expoſui.

CCCXCV. Ceterum gravitatem generalem haberi in toto Planetario ſyſtemate, ego quidem arbitror omnino evinci iisdem argumentis ex Aſtronomia petitis, quibus utuntur Newtoniani, quæ hic non repeto, cum ubique proſtent, & quæ tum alibi ego quidem congeſſi pluribus in locis, tum in *Adnotationibus ad Poema P. Noceti de Aurora Boreali.* Illud autem arbitror evidentiſſimum, illum acceſſum ad ſolem Cometarum & Planetarum primariorum, ac ſecundariorum ad primarios, quem videmus in deſcenſu a recta tangente ad arcum curvæ, & multo magis alios motus a mutua gravitate pendentes haberi omnino non poſſe per ullius fluidi preſſionem; nam ut alia prætermittam ſane multa, id fluidum, quod ſola ſua preſſione tantum poſſit in ejusmodi globos, multo plus utique poſſet occurſu ſuo contra illorum tangentialem velocitatem, quæ omnino deberet imminui per ejusmodi reſiſtentiam, cum ingenti perturbatione arearum, & totius Aſtronomiæ Mechanicæ perverſione; adeoque id fluidum vel reſiſtentiam ingentem deberet parere Planetæ, vel Cometæ progredienti, vel ne preſſione quidem ullum ipſi ſenſibilem imprimit motum.

CCCXCVI. Ejus autem præcipuæ leges ſunt, ut directe reſpondeat maſſæ, & reciproce quadratis diſtantiarum a ſingulis punctis maſſæ ipſius: quod in mea Theoria eſt admodum manifeſtum ita eſſe debere; nam ubi ventum eſt ad arcum illum meæ curvæ, qui gravitatem refert, vires omnes jam ſunt attractivæ, & eandem illam ad ſenſum ſequuntur legem, adeoque aliæ alias non elidunt contrariis directionibus, ſed ſumma earum reſpondet ad ſenſum ſummæ punctorum; niſi quatenus ob inæqualem punctorum diſtantiam, & poſitionem, ad habendam accurate ipſam ſummam, ubi moles ſunt aliquanto majores, opus erit illa reductione, qua mechanici utuntur paſſim, & cujus ope inveniuntur leges, ſecundum quas punctum in data diſtantia, & poſitione ſitum reſpectu maſſæ habentis datam figuram ab ipſa attrahitur; ubi, quemadmodum indicavimus Num. 346, globus in globum ita gravitat, ut gravitaret,

Digitized by Google

ſi rotæ eorum maſſæ eſſent compenetratæ in eorum centris; at in aliis figuris longe aliæ leges obveniunt.

CCCXCVII. Verum hic illud maxime Theoriam commendat meam, quod Num. 211 notandum dixi, quod videamus tantam hanc conformitatem in vi gravitatis in omnibus maſſis, licet eædem in ordine ad alia phænomena, quæ a minoribus diſtantiis pendent, tantum diſcrimen habeant, quantum habent diverſa corpora in duritie, colore, ſapore, odore, ſono. Nam diverſa combinatio punctorum materiæ inducit ſummas virium admodum diverſas pro iis diſtantiis, in quibus adhuc curva virium contorquetur circa axem; & proinde exigua mutatio diſtantiæ vires attractivas mutat in repulſivas, ac vice verſa, ſummis differentias ſubſtituit; dum in diſtantiis illis, in quibus gravitas ſervat quam proxime leges, quas diximus, curva ordinatas omnes ejusdem directionis habet, & vero etiam diſtantia parum mutata, fere easdem; quod neceſſario inducit tanta priorum caſuum diſcrimina, & tantam in hoc poſtremo conformitatem.

CCCXCVIII. Diſtinctio gravitatis (quæ eſt ut maſſa, in quam tenditur, directe, & quadratum diſtantiæ reciproce) a pondere (quod eſt præterea ut maſſa, quæ gravitat) eſt mihi eadem, ac Newtonianis, & omnibus Mechanicis; & illa vim acceleratricem exhibet, hoc vim motricem, cum illa determinet vim puncti gravitantis cujusvis, a qua pendet celeritas maſſæ; hoc ſummam virium ad omnia ejusmodi puncta pertinentium. Pariter communia mihi ſunt, quæcunque pertinent ad gravium motus a Galilæo, & Hugenio definitos, niſi quod gravitatis reſolutionem in deſcenſu per plana inclinata, & in gravibus ſuſtentatis per bina obliqua plana, vel obliqua fila, reducam ad compoſitionem juxta Num. 280, & 281, & centrum oſcillationis, una cumcentro æquilibrii, & vecte, & libra, & Machinarum principiis deducam e conſideratione ſyſtematis trium maſſarum in ſe mutuo agentium, ac potiſſimum a ſimplici theoremate ad id pertinente, quæ fuſe perſecutus ſum a Num. 206. Communia pariter mihi ſunt, quæcunque habentur in cæleſti Newtoniana Mechanica jam ubique recepta de Planetarum, & Cometarum motibus, de perturbationibus motuum potiſſimum Jovis, & Saturni in diſtantiis minoribus a ſe invicem, de aberrationibus Lunæ, de Maris Æſtu, de Figura Telluris, de præceſſione æquinoctiorum, & nutatione axis; quin immo ad hæc poſtrema problemata rite ſolvenda, multo tutior, & expeditior mihi panditur via,

quæ

Digitized by Google

quæ me eo deducet poſt conſiderationem ſyſtematis maſſarum quatuor jacentium etiam non in eodem plano communi, & connexarum invicem per vires mutuas, uti ad centrum oſcillationis etiam in latus in eodem plano, & ad centrum percuſſionis in eadem recta tam facile me deduxit conſideratio ſyſtematis maſſarum trium.

CCCXCIX. Illud mihi præterea non eſt commune, quod pertinet ad immobilitatem ſtellarum fixarum, quam contra generalem Newtoni gravitatem vulgo ſolent objicere, quæ nimirum debeant ea attractione mutua ad ſe invicem accedere, & in unicam demum coire maſſam. Reſpondent alii, mundum in infinitum protendi, & proinde quamvis fixam æque in omnes partes trahi. Sed in exiſtentibus actu infinitum abſolutum ego quidem cenſeo haberi omnino non poſſe. Recurrunt alii ad immenſam diſtantiam, quæ non ſinat motum in Fixis oriundum a vi gravitatis, ne poſt immanem quidem ſæculorum ſeriem ſenſu percipi. Ii in eo verum omnino affirmant; ſi enim concipiamus Fixas ſoli noſtro æquales & ſimiles, vel ſaltem rationem luminum, quæ emittunt, non multum diſcedere a ratione maſſarum; quoniam & vis ipſis maſſis proportionalis eſt, ac præterea tam vis, quam lumen decreſcit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum; erit vis gravitatis noſtri ſolaris ſyſtematis in omnes ſtellas, ad vim gravitatis noſtræ in ſolem, quæ multis vicibus eſt minor, quam vis gravitatis noſtrorum gravium in Terram, ut eſt tota lux, quæ provenit a Fixis omnibus, ad lucem, quæ provenit a ſole, quæ ratio eſt eadem, ac ratio noctis ad diem in genere lucis. Quam exiguus motus inde conſequi poſſit eo tempore, cujus temporis ad nos devenire potuit notitia, nemo non videt. Si Fixæ omnes ad eandem etiam jaceant plagam, is motus omnino haberi poſſet pro nullo.

CCCC. Adhuc tamen, quoniam noſtra vita, & memoria reſpectu immenſi fortaſſe ſubſecuturi ævi eſt itidem fere nihil; ſi gravitas generalis in infinitum protendatur cum eadem illa lege, & eodem aſymptotico crure, utique non ſolum hoc ſyſtema noſtrum ſolare, ſed univerſa corporea natura ita, paullatim utique, ſed tamen perpetuo ab eo ſtatu recederet, in quo eſt condita, & univerſa ad interitum neceſſario rueret, ac omnis materia deberet demum in unicam informem maſſam conglobari, cum Fixarum gravitas in ſe invicem, nullo obliquo, & curvilineo motu elidatur. Id quidem haud ita ſe habere, demonſtrari omnino non poteſt; adhuc tamen Divinæ Providentiæ videtur melius conſulere Theoria, quæ ejus

etiam

Digitized by Google

etiam ruinæ univerſalis evitandæ viam aperiat, ut aperit ſane mea. Fieri enim poteſt, uti notavimus Num. 169, ut poſtremus ille curvæ meæ arcus, qui exhibet graviratem, poſteaquam receſſerit ad diſtantias majores, quam ſint cometarum omnium ad noſtrum ſolare ſyſtema pertinentium, diſtantiæ maximæ a ſole, incipiat recedere plurimum ab hyperbola habente ordinatas reciprocas quadratorum diſtantiæ, ac iterum axem ſecet & contorqueatur. Eo pacto poſſet totum aggregatum Fixarum cum ſole eſſe unica particula ordinis ſuperioris ad eas, quæ hoc ipſum ſyſtema componunt, & pertinere ad ſyſtema adhuc in immenſum majus, & fieri poſſet, ut plurimi ſint ejus generis ordines particularum ejusmodi etiam, ut ejusdem ordinis particulæ ſint penitus a ſe invicem ſegregatæ ſine ullo poſſibili commeatu ex una in aliam per aſymptoticos arcus plures meæ curvæ, juxta ea, quæ expoſui a Num. 170.

CCCCI. Hoc pacto difficultas, quæ a neceſſario Fixarum acceſſu repetebatur contra Newtonianam Theoriam, in mea penitus evaneſcit, ac ſimul a gravitate jam gradum fecimus ad cohæſionem, quam ex generalibus materiæ proprietatibus poſueram poſtremo loco. Cohæſionem explicuerunt aliqui per puram quietem, ut Carteſiani, alii per motus conſpirantes, ut Joannes Bernoullius, ac Leibnitius, quam explicationem illuſtrarunt exemplo illius veli aquæ, quod in fontibus quibusdam cernimus, quod velum fit tantummodo ex conſpirante motu guttularum tenuiſſimarum, & tamen ſi quis digito velit perrumpere, eo majorem reſiſtentiam ſentit, quo velocitas aquæ effluentis eſt major, ut idcirco multo adhuc major conſpirantis motus velocitas videatur noſtrorum cohæſionem corporum exhibere, quæ non niſi immani vi confringimus, ac in partes dividimus. Utraque explicandi ratio eodem redit, ſi quietis nomine intelligatur non utique abſoluta quies, quæ translata Tellure a Carteſianis nequaquam admittebatur, ſed reſpectiva; nam etiam conſpirantes motus nihil ſunt aliud, niſi quies reſpectiva illarum partium, quæ conſpirant in motibus.

CCCCII. At neutra eam explicat, quam cohæſionem reipſa dicimus, ſed cohæſionis quemdam velut effectum. Ea, quæ cohærent, utique reſpective quieſcunt, ſive motus conſpirantes habent, atque id ipſum in mea Theoria accidit itidem, in qua cum ſingula puncta materiæ ſuam pergant ſemper eandem continuam curvam deſcribere, ea, quæ cohærent inter ſe, toto eo tempore, quo cohærent, arcus habent curvarum ſuarum inter ſe proximos, & in

arcu-

Digitized by Google

arcubus ipſis conſpirantes motus. Sed in iis, quæ cohærent, id ipſum, quod motus ibi ſint conſpirantes, non eſt ſine cauſa pendente a mutuis eorum viribus, quæ cauſa impediat ſeparationem alterius ab altero, ac in ea ipſa cauſa ſtat diſcrimen cohærentium a contiguis. Si duo lapides in plano horizontali jaceant, utique habent motum conſpirantem, quem circa ſolem habet Tellus; ſed ſi tertius lapis in alterutrum incurrit, vel ego ipſum ſubmoveo manu, ſtatim ſine ulla vi mutua, quæ ſeparationem impediat, dividuntur, & motus deſinit eſſe conſpirans. Hanc ipſam quærimus cauſam, dum in cohæſionem inquirimus. Nec velocitas motus, & exemplum veli aquæ rem conficit. Motus conſpirans duorum lapidum contiguorum cum tota Tellure eſt utique multo velocior, quam motus particularum aquæ proveniens a gravitate in illo velo, & tamen ſine ulla difficultate ſeparantur. In aqua experimur difficultatem perrumpendi velum, quia ille motus conſpirans non eſt communis etiam nobis & Telluri, ut eſt motus illorum lapidum; unde fit, ut vis, quam pro ſeparatione applicamus ſingulis particulis, perquam exiguo tempore poſſit agere, & ejus effectus citiſſime ceſſet, iis decidentibus, & ſupervenientibus ſemper novis particulis, quæ cum tota ſua ingenti reſpectiva velocitate incurrunt in digitum. At in corporibus, in quibus partes cohærentes cernimus, eæ partes nullam habent velocitatem reſpectivam reſpectu noſtri, nec aliæ ſuccedunt aliis fugientibus. Quamobrem longe aliter in iis ſe res habet, & oportet invenire cauſam longe aliam præter ipſum ſolum conſpirantem motum, ut explicetur difficultas, quam experimur in iis ſeparandis, & in inducendo motu non conſpirante.

CCCCIII. Sunt, qui adducant preſſionem fluidi cujuspiam tenuiſſimi, uti preſſio atmoſphæræ extracto aere ex hemiſphæriis etiam vacuis ipſorum ſeparationem impedit vi reſpondente ponderi ipſius atmoſphæræ, quæ vis cum in vulgaribus cohæſionibus, & vero etiam in hemiſphæriis bene ad ſe invicem adductis, ſit multis vicibus major, quam pondus atmoſphæræ ipſius, quod ſe prodit in ſuſpenſione Mercurii in barometris, aliud auxilio advocant tenuius fluidum. At inprimis ejus fluidi hypotheſis precaria eſt; deinde huc illud redit, quod ſupra etiam monui, ubi de gravitatis cauſa egimus, quod nimirum meo quidem judicio explicari nullo modo poſſit, cur illud fluidum, quod ſola preſſione tantum poteſt, nihil omnino ad ſenſum poſſit incurſu ſuo contra celerrimos Planetarum, & Cometarum motus. Accedit etiam, quod diſtractio, & compreſſio fibrarum, quæ habetur ante fractionem

Digitized by Google

ſolidorum corporum, ubi franguntur appenſo inferne, vel ſuperne impoſito pondere ingenti, non ita bene cum ea ſententia conciliari poſſe videatur.

CCCCIV. Newtonus adhibuit ad eam rem attractionem diverſam ab attractione gravitatis, quanquam is quidem videtur eam repetere itidem a tenuiſſimo aliquo fluido comprimente; repetit certe ſub finem Opticæ a ſpiritu quodam intimas corporum ſubſtantias penetrante, cujus ſpiritus nomine quid intellexerit, ego quidem nunquam ſatis aſſequi potui; cujus quidem agendi modum & ſibi incognitum eſſe profitetur. Is poſuit ejusmodi attractionem imminutis diſtantiis creſcentem ita, ut in contactu ſit admodum ingens, & ubi primigeniæ particulæ ſe in planis continuis, adeoque in punctis numero infinitis contingant, ſit infinities major, quam ubi particulæ primigeniæ particulas primigenias in certis punctis numero finitis contingant, ac eo minor ſit, quo pauciores contactus ſunt reſpectu numeri particularum primigeniarum, quibus conſtant particulæ majores, quæ ſe contingunt, quorum contactuum numerus cum eo ſit minor, quo altius aſcenditur in ordine particularum a minoribus particulis compoſitarum, donec deveniatur ad hæc noſtra corpora, inde ipſe deducit, particulas ordinum altiorum minus itidem tenaces eſſe, & minime omnium hæc ipſa corpora, quæ malleis, & cuneis dividimus. At mihi poſitiva argumenta ſunt contra vires attractivas creſcentes in infinitum, ubi in infinitum decreſcant diſtantiæ, de quibus mentionem feci Num. 125; & ipſa meæ Theoriæ probatio evincit, in minimis diſtantiis vires repulſivas eſſe, non attractivas, ac omnem immediatum contactum excludit; quamobrem alibi ego quidem cohæſionis rationem invenio, quam mea mihi Theoria ſponte propemodum ſubminiſtrat.

CCCCV Cohæſio mihi eſt igitur juxta Num. 164 in iis virium limitibus, in quibus tranſitur a vi repulſiva in minoribus diſtantiis, ad attractivam in majoribus; & hæc quidem eſt cohæſio inter duo puncta, qua fit, ut repulſio diminutionem diſtantiæ impediat, attractio incrementum, & puncta ipſa diſtantiam, quam habent, tueantur. At pro punctis pluribus cohæſio haberi poteſt, tum ubi ſingula binaria punctorum ſunt inter ſe in diſtantiis limitum cohæſionum, tum ubi vires oppoſitæ eliduntur, cujusmodi exemplum dedi Num. 222.

CCCCVI. Porro quod ad ejusmodi cohæſionem pertinet, multa ibi ſunt notatu digna. Inprimis ubi agitur de binis punctis, tot diverſæ haberi poſſunt diſtantiæ cum cohæſione, quot exprimit nu-

numerus interſectionum curvæ virium cum axe unitate auctus, ſi forte ſit impar, ac diviſus per duo. Nam primus quidem limes, in quo curva ab arcu aſymptotico illo primo, ſive a repulſionibus impenetrabilitatem exhibentibus tranſit ad primum attractivum arcum, eſt limes cohæſionis, & deinde alterni interſectionum limites ſunt non cohæſionis, & cohæſionis, juxta Num. 178; unde fit, ut ſi interſectionum ſe conſequentium aſſumatur numerus par, dimidium ſit limitum cohæſionis. Hinc quoniam in ſolutione Problematis expoſiti Num. 116 oſtenſum eſt, cuvam ſimplicem illam meam habere poſſe quemcunque demum interſectionum numerum, poterit utique etiam pro duobus tantummodo punctis haberi quicunque numerus diſtantiarum differentium a ſe invicem cum cohæſione. Poterunt autem ejusmodi cohæſiones ipſæ eſſe diverſiſſimæ a ſe invicem ſoliditatis, ac nexus, limitibus vel validiſſimis, vel languidiſſimis utcunque, prout nimirum ibi curva ſecuerit axem fere ad perpendiculum, & longiſſime abierit, vel potius ad illum inclinetur plurimum, & parum admodum diſcedat; nam in priore eorum caſuum vires repulſivæ imminutis, & attractivæ auctis utcunque parum diſtantiis, ingentes erunt; in poſteriore plurimum immutatis, perquam exiguæ. Poterunt autem etiam e remotioribus limitibus aliqui eſſe multo languidiores, & alii multo validiores aliquibus e propioribus; ut idcirco cohæſionis vis nihil omnino pendeat a denſitate, ſed cohæſio poſſit in denſioribus corporibus eſſe vel multo magis vel multo minus valida, quam in rarioribus, & id in ratione quacunque.

CCCCVII. Quæ de binis punctis ſunt dicta, multo magis de maſſis continentibus plurima puncta, dicenda ſunt. In iis numerus limitum eſt adhuc major in immenſum, & diſcrimen utique majus. Inventio omnium poſitionum pro dato punctorum numero, in quibus tota maſſa haberet limitem quemdam virium, eſſet problema moleſtum, & calculus ad id ſolvendum neceſſarius in immenſum excreſceret, exiſtente aliquo majore punctorum numero. Sed tamen data virium lege ſolvi utique poſſet. Satis eſſet aſſumere poſitiones omnium punctorum reſpectu cujusdam puncti in quadam arbitraria recta ad arbitrium collocati, & ſubſtitutis ſingulorum binariorum diſtantiis a ſe invicem in æquatione curvæ primæ pro abſciſſa, ac valoribus itidem aſſumptis pro viribus ſingulorum punctorum pro ordinatis, eruere totidem æquationes; tum reducere vires ſingulas ſingulorum punctorum ad tres datas directiones, & ſum-

Digitized by Google

mam omnium eandem directionem habentium in quovis puncto ponere = o; orirentur æquationes, quæ paullatim eliminatis valoribus incognitis assumptis, demum ad æquationes perducerent definientes punctorum distantias necessarias ad æquilibrium, & respectivam quietem, quæ altissimæ essent, & plurimas haberent radices; nam æquationes, quo altiores sunt, eo plures radices habere possunt; ac singulis radicibus singuli limites exhiberentur, vel singulæ positiones exhibentes vim nullam; ac inter ejusmodi positiones illæ, in quibus repulsioni in minoribus distantiis habitæ, succederent attractiones in majoribus, exhiberent limites cohæsionis, qui adhuc essent quam plurimi, & inter se magis diversi, quam limites ad duo tantummodo puncta pertinentes; cum in compositione plurium semper utique crescat multitudo, & diversitas casuum. Sed hæc innuisse sit satis.

CCCCVIII. Ubi confringitur massa aliqua, & dividitur in duas partes, quæ prius tenacissime inter se cohærebant, si iterum illæ partes adducantur ad se invicem, cohæsio prior non redit, utcunque apprimantur. Ejus rei ratio apud Newtonianos est, quod in illa divisione non æque divellantur simul omnes particulæ, ut textus remaneat idem, qui prius; sed prominentibus jam multis, harum in restitutione contactus impediat, ne ad contactum deveniant tam multæ particulæ, quam multæ prius se mutuo contingebant, & quam multis opus esset ad hoc, ut cohæsio fieret iterum satis firma; at ubi satis lævigatæ binæ superficies ad se invicem apprimantur, sentiri primo resistentiam ingentem dicunt, donec apprimuntur; sed ubi semel satis appressæ sint, cohærere multis vicibus majore vi, quam sit pondus aeris comprimentis; quia antequam deveniatur ad eos contactus, haberi debet repulsiva vis ingens, quam in majoribus distantiis, sed adhuc exiguis, agnovit Newtonus ipse, cui cum deinde succedat in minoribus vis attractiva, quæ in contactu evadat maxima, & in lævigato marmore satis multi contactus obtineantur simul, idcirco deinde satis validam cohæsionem consequi.

CCCCIX. Quidquid ipsi de contactibus dicunt, id in mea Theoria dicitur æque de satis validis cohæsionis limitibus. In scabra superficie satis multæ prominentes particulæ progressæ ultra limites, in quibus ante sibi cohærebant, repulsionem habent ejusmodi, quæ impediat accessum reliquarum ad limites illos ipsos, in quibus fuerant ante divulsionem. Inde fit, ut ibi nimis paucæ simul

Digitized by Google

mul reduci poſſint ad cohæſionem particulæ, dum in lævigatis corporibus adducuntur ſimul ſatis multæ. Ubi autem duo marmora, vel duo quæcunque ſatis ſolida corpora, bene complanata, & lævigata ſola appreſſione cohæſerunt invicem, illa quidem admodum facile divelluntur, ſi una ſuperficies per alteram excurrat motu ipſis ſuperficiebus parallelo, licet motu ad ipſas ſuperficies perpendiculari usque adeo difficulter diſtrahi poſſint; quia particulæ eo motu parallelo delatæ, quæ adhuc ſunt procul a marginibus partium congruentium, vires ſentiunt hinc, & inde a particulis lateralibus, a quibus fere æquidiſtant, fere æquales, adeoque ſentitur reſiſtentia earum attractionum tantummodo, quas in ſe invicem exercent marginales particulæ, dum augent diſtantias limitum; nam mihi citra limitem quemvis cohæſionis eſt repulſio, ultra vero attractio; licet ipſi deinde adhuc aliæ & attractiones, & repulſiones poſſint ſuccedere. Ubi autem perpendiculariter diſtrahuntur, debet omnium ſimul limitum reſiſtentia vinci.

CCCCX. Nec vero idem accidit, ubi marmora integra, & nunquam adhuc diviſa, inter ſe cohærent; tum enim fibræ poſſunt eſſe multæ, quarum particulæ adhuc in minoribus diſtantiis, & multo validioribus limitibus inter ſe cohæreant, ad quos ſenſim devenerint aliæ poſt alias iis viribus, quibus marmor induruit, ad quos nunc iterum reduci nequeant omnes ſimul, dum marmora apprimuntur, quæ ulteriorum limitum minus adhuc validorum, ſed validorum ſatis repulſivas vires ſimul ſentiunt, ob quas non poſſunt denticuli, qui adhuc ſuperſunt perquam exigui poſt quamvis lævigationem, in foveolas ſe immittere, & ad ulteriores limites validiores devenire; præterquam quod attritione, & lævigatione illa plurimarum particularum ordinis proximi maſſis nobis ſenſibilibus inducit diſcrimen ſatis amplum inter maſſam ſolidam primigeniam, & binas maſſas complanatas, lævigatasque ad ſe invicem appreſſas.

CCCCXI. Inde autem in mea Theoria ſatis commode explicatur & diſtractio, & compreſſio fibrarum ante fractionem; cum nimirum nihil apud me pendeat ab immediato contactu, ſed a limitibus, quorum diſtantia mutatur vi utcunque exigua; ſed ſi ſatis validi ſint, ad vincendam ſatis magno acceſſu omnem repulſionem, vel receſſu attractionem, requiritur ſatis magna vis; quæ quidem repulſio, & attractio in aliis limitibus longe mihi alia eſt, tam ſi vis ipſa conſideretur, quam ſi conſideretur ſpatii, per quod ea agit, magnitudo; quæ omnia pendent a forma, & amplitudine arcuum,

Digitized by Google

quibus hinc, & inde circa axem contorquetur mea virium curva. Hinc in aliis corporibus ante fractionem compreſſiones, & diſtractiones eſſe poſſunt longe majores, vel minores, & longe major vel minor vis requiri poteſt ad fractionem ipſam, quæ vis, ubi diſtantiis immutatis, ſuperaverit maximam arcus ulterioris repulſivam vim in receſſu, ſuperatis multo magis reliquis omnibus poſterioribus viribus repulſivis ope celeritatis quoque jam acquiſitæ per ipſam vincentem vim, & per attractivas intermixtas vires, quæ ipſam juvant, defert particulas maſſam conſtituentes ad illas diſtantias, in quibus jam nulla vis habetur ſenſibilis, ſed ad tenuiſſimum gravitatis arcum acceditur.

CCCCXII. Hinc autem etiam illud in mea Theoria commodius accidit, quam in communi, quod in mea ſtatim apparet, cur pila quæcunque utcunque ſolidi corporis poſt certa impoſita pondera confringatur, & confringatur etiam ſolidus globus utrinque compreſſus; cum multo magis appareat, quo pacto textus, & diſpoſitio particularum neceſſaria ad ſummam virium ſatis validam mutari poſſit, ubi omnia puncta a ſe invicem diſtant in vacuo libero, quam ubi continuæ compactæ partes ſe contingant, nec ulla mihi eſt poſſibilis ſolida pila, quæ mundum totum, ſi vi gravitatis in certam plagam feratur totus, ſuſtineat, ut in ſententia de continua extenſione materiæ pila perfecte ſolida utcunque tenuis ad eam rem abunde ſufficeret.

CCCCXIII. Hisce omnibus jam accurate expoſitis, communia mihi ſunt ea omnia, quæ pertinent ad methodos explorandi per experimenta diverſam diverſorum corporum cohæſionis vim, quod argumentum diligenter, ut ſolet, excoluit Muſſchenbrœkius, & comparandi reſiſtentiam ad fractionem, ubi diviſio fieri debeat divulſione perpendiculari ad ſuperficies divellendas, ut ubi trabi verticali ingens pondus appenditur inferne, cum reſiſtentia, quæ habetur, ubi circa latus ſuum aliquod gyrare debeat ſuperficies, quæ divellitur, quod accidit, ubi extremæ parti trabis horizontalis pondus appenditur; quam perquiſitionem a Galileo inchoatam, ſed ſine ulla conſideratione flexionis, & compreſſionis fibrarum, quæ habetur in ima parte, alii plures excoluerunt poſt ipſum; & in quibus omnibus diſcrimina inveniuntur quam plurima. Illud unum hic addam, poſſe cohæſionem ingentem acquiri ab iis, quæ per ſe nullam haberent, nova materia interpoſita, ut ubi cineres, qui oleis actione ignis avolantibus inter ſe inertes remanſerunt, oleis novis in maſ-

ſam

Digitized by Google

ſam cohærentem rediguntur iterum, ac in aliis ejusmodi caſibus; ſed id jam pendet a diſcrimine inter diverſas particulas, & maſſas, ac pertinet ad ſoliditatem explicandam inprimis, non generaliter ad cohæſionem, de quibus jam agam gradu facto a generalibus corporum proprietatibus ad multiplicem varietatem naturæ, & proprietates corporum particulares.

CCCCXIV. Et primo quidem ſe hic mihi offert ingens illud plurium generum diſcrimen, quod haberi poteſt inter diverſas punctorum congeries, quæ conſtituunt diverſa genera particularum corpora conſtituentium. Primum diſcrimen, quod ſe objicit, repeti poteſt ab ipſo numero punctorum conſtituentium particulam, qui poteſt eſſe ſub eadem etiam mole admodum diverſus. Deinde moles ipſa diverſa itidem eſſe poteſt, ac diverſa denſitas, ut nimirum duæ particulæ nec maſſam habeant, nec molem, nec denſitatem æqualem. Deinde data etiam & maſſa, & mole, adeoque data denſitate media particulæ, poteſt haberi ingens diſcrimen in ipſa figura, ſive in ſuperficie omnia includente puncta, & eorum ſequente ductum. Poſſunt enim in una particula diſponi puncta in ſphæram, in alia in pyramidem, vel quadratum, vel triangulare priſma. Sumatur figura quæcunque, & in eam diſponantur puncta utcunque; tot erunt ibi diſtantiæ, quot erunt punctorum binaria, qui numerus utique finitus erit. Curva virium poteſt habere limites cohæſionis quotcunque, & ubicunque. Fieri igitur poteſt, ut limites iis ipſis diſtantiis reſpondeant, & tum eam ipſam formam habebit particula, & ejus formæ poterit eſſe admodum tenax. Quin immo per unicam etiam diſtantiam cum repagulo infinitæ reſiſtentiæ, orto a binis aſymptotis parallelis, & ſibi proximis, cum area hinc attractiva, & inde repulſiva infinita, poteſt haberi in quavis maſſa cujuscunque figuræ ſoliditas etiam infinita, ſive vis, quæ impediret diſpoſitionis mutationem non minorem data quacunque. Nam intra illam figuram poſſet inſcribi continuata ſeries cuborum juxta Num. 361 habentium pro lateribus illas diſtantias nunquam mutandas magis, quam pro diſtantia binarum illarum aſymptotorum; & poſitis punctis ad ſingulos angulos, haberetur maſſa punctorum, quorum nullum jaceret extra ejusmodi figuram, nec ullum adeſſet intra illam figuram, vel in ejus ſuperficie ſpatii punctum, a quo ad diſtantiam minorem illa diſtantia data non haberetur punctum materiæ aliquod. Poſſent autem intra maſſam haberi hiatus ubicunque, & quotcunque prorſus vacui, inſcriptis in ſolo reſiduo

ſpa-

Digitized by Google

ſpatio cubulis illis, & in angulis quibusvis poſſet haberi quivis numerus punctorum diſtantium a ſe invicem minus, quam diſtent illæ binæ aſymptoti, & quivis eorum numerus collocari poſſet inter latera, & facies cuborum. Quare poſſet variari denſitas ad libitum. Sed absque eo, quod ſingulis diſtantiis reſpondeant in curva primigenia ſinguli limites, vel ſingula aſymptotorum binaria, vel ullæ ſint ejusmodi aſymptoti præter illam primam, innumera ſunt ſane figurarum genera, in quibus pro dato punctorum numero haberi poteſt æquilibrium, & cohæſionis limes per eliſionem contrariarum virium, ex ſolutione problematis indicati Num. 407. Hoc diſcrimen eſt maxime notatu dignum.

CCCCXV. Data etiam figura poteſt adhuc in diverſis particulis haberi diſcrimen maximum ob diverſam diſtributionem punctorum ipſorum. Sic in eadem ſphæra poſſunt puncta eſſe admodum inæqualiter diſtributa ita, ut etiam paribus diſtantiis ex altera parte ſint plurima, ex altera panciſſima, vel in diverſis locis ſuperficiei ejusdem concentricæ eſſe congeries plurimæ punctorum conglobatorum, in aliis eorum raritas ingens, & hæc ipſa loca poſſunt in diverſis a centro diſtantiis jacere ad plagas admodum diverſas in eadem etiam particula, & in eadem a centro diſtantia eſſe in diverſis particulis admodum diverſis modis diſtributa. Verum etiam ſi particulæ habeant eandem figuram, ut ſphæricam, & in ſingulis circumquaque in eadem a centro diſtantia puncta æqualiter diſtributa ſint, ingens adhuc diſcrimen eſſe poterit in denſitate diverſis a centro diſtantiis reſpondente. Poſſunt enim in altera eſſe fere omnia verſus centrum, in altera verſus medium, in altera verſus ſuperficiem extimam; & in hisce ipſis diſcrimina, tam quod pertinet ad loca denſitatum earundem; quam quod pertinet ad rationem inter diverſas denſitates, poſſunt in infinitum variari.

CCCCXVI. Hæc omnia diſcrimina pertinent ad numerum, & diſtributionem punctorum in diverſis particulis; ſed ex iis oriuntur alia diſcrimina præcipua, quæ maximam corporum, & phænomenorum varietatem inducant, quæ nimirum pertinent ad vires, quibus puncta particulam conſtituentia agunt inter ſe, vel quibus tota una particula agit in totam alteram. Poſſunt inprimis, & in tanta diſpoſitionum varietate debent, puncta conſtituentia eandem particulam habere vires cohæſionis admodum inter ſe diverſas, ut aliæ multo facilius, aliæ multo difficilius diſpoſitionem mutent, mutatione, quæ aliquam non ita parvam rationem habeat ad totum.

Eſt

Digitized by Google

Eſt autem caſus, in quo poſſint puncta particulæ cohærere inter ſe ita, ut nulla finita vi nexus diſſolvi poſſit, ut ubi adſint aſymptotici arcus in curva primitiva, juxta ea, quæ perſecutus ſum Num. 221.

CCCCXVII. Diſcrimina autem virium, quas una particula exercet in aliam, debent eſſe adhuc plura. Inprimis ex Num. 221 patet, fieri poſſe, ut una particula conſtans etiam duobus punctis tertium punctum in iisdem diſtantiis collocatum ab earum medio attrahat per totum quoddam intervallum, vel repellat per idem intervallum totum, vel nec usquàm in eo repellat, nec attrahat, conſpirantibus in primo caſu binis attractionibus, in ſecundo binis repulſionibus itidem conſpirantibus, & in tertio attractione, & repulſione æqualibus ſe mutuo elidentibus. Multo autem magis ſumma virium totius cujusdam particulæ in aliam totam in eadem etiam diſtantia ſitam, ſi medium utriusque ſpectetur, erit pro diverſa diſpoſitione punctorum admodum inter ſe diverſa, ut nimirum in una attractiones prævaleant, in alia repulſiones, in alia vires oppoſitæ ſe mutuo elidant. Inde habebuntur particulæ in ſe invicem agentes viribus admodum diverſis, pro diverſa ſua conſtitutione, & particulæ ad ſenſum inertes inter ſe, quæ quidem perſecutus ſum ipſo Num. 221.

CCCCXVIII. Aliud diſcrimen admodum notabile inter ejusmodi particularum vires eſt illud, quod eadem particula ex altera parte poterit datam aliam particulam attrahere, ex altera repellere; quin immo poſſunt eſſe loca quotcunque in ſuperficie particulæ etiam ſphæricæ, quæ alteram particulam in eadem a centro diſtantia ſitam attrahant, quæ repellant, quæ nihil agant; cum nimirum in iis locis poſſint vel plura, vel pauciora eſſe puncta, quam in aliis, & ea ad diverſas a centro, & a ſe invicem diſtantias collocata. Inde autem & illud fieri poterit, ut, quemadmodum in iis, quæ vidimus a Num. 204, unum punctum a duorum aliorum altero attractum, ab altero repulſum, vi compoſita urgetur in latus, ita etiam una particula ab una alterius parte attracta, & repulſa ab altera in altera directione ſita, urgeatur itidem in latus, & certam aſſecuta poſitionem reſpectu ipſius, ad eam tuendam determinetur, nec conſiſtere poſſit, niſi in ea unica poſitione reſpectu ipſius, vel in quibusdam determinatis poſitionibus, ad quas trudatur ab aliis rejecta. Quod ſi particula ſphærica ſit, & in omnibus concentricis ſuperficiebus puncta æqualiter diſtributa ſint, ad diſtantias a ſe invicem perquam

Digitized by Google

exiguas; tum ejus, & alterius ejus ſimilis particulæ vires mutuæ dirigentur ad ſenſum ad earum centra, & fieri poterit, ut in quibusdam diſtantiis ſe repellant mutuo, in aliis ſe attrahant, quo caſu habebitur quidem diſficultas in avellenda altera ab altera, ſed nulla difficultas habebitur in altera circa alteram circumducenda in gyrum, ſicut ſi Terræ ſuperficies horizontalis ubique ſit, & egregie lævigata, globus ponderis ,cujuscunque poſſet quavis minima vi rotari per ſuperficiem ipſam, elevari non poſſet ſine vi, quæ totum ipſius pondus excedat.

CCCCXIX. In hac actione unius particulæ in aliam generaliter, quo particulæ ipſæ minorem habuerint molem, eo minus ceteris paribus perturbabitur earum reſpectiva poſitio ab alia particula in data quavis diſtantia ſita; nam diverſitas directionis & intenſitatis, quam habent vires agentes in diverſas ejus partes, quæ ſola poſitionem turbare nititur, viribus æqualibus & parallelis nullam mutuæ poſitionis mutationem inducentibus, eo erit minor, quo diſtantiarum, & directionum diſcrimen minus erit; atque idcirco, quemadmodum jam expoſui Num. 237, inferiorum ordinum particulæ difficilius diſſolvi poſſunt, quam particulæ ordinum ſuperiorum.

CCCCXX. Hæc quidem præcipue notatu digna mihi ſunt viſa inter particularum ex homogeneis etiam punctis compoſitarum diſcrimina, quæ tamen, quod ad vires pertinet, intra admodum exiguos diſtantiarum limites ſiſtunt; nam pro majoribus diſtantiis particularum omnium vires ſunt prorſus uniformes, uti oſtenſum jam eſt Num. 211, nimirum attractivæ in ratione reciproca duplicata diſtantiarum ad ſenſum. Porro hinc illud admodum evidenter conſequitur, maſſas majores ex adeo diverſis particulis compoſitas, nimirum hæc ipſa noſtra majora corpora, quæ ſub ſenſum cadunt, debere eſſe adhuc multo magis diverſa inter ſe in iis, quæ ad eorum nexum pertinent, & ad phænomena exhibita a viribus ſe extendentibus ad diſtantias illas exiguas, licet omnia in lege gravitatis generalis, quæ ad illas pertinet majores diſtantias, conformia ſint penitus, quod etiam ſupra Num. 397 notandum propoſui. De hoc autem diſcrimine, & de particularibus diverſorum corporum proprietatibus ad diverſas pertinentium claſſes jam agere incipiam.

CCCCXXI. Prima ſe mihi offerunt ſolida, & fluida, quorum diſcrimina quæ ſint, & quomodo a mea Theoria ortum ducant, eſt exponendum. Solida ita inter ſe connexa ſunt, ut quemcunque aliquot particularum motum ſequantur reliquæ, promotæ, ſi illæ

pro-

Digitized by Google

promoventur, retractæ, ſi illæ retrahuntur, converſæ in latus, ſi linea, in qua ipſæ jacent, directionem mutet, & in eo ſoliditas eſt ſita: porro ea dicuntur rigida, ſi ingenti etiam adhibita vi poſitio, quam habet recta ducta per duas quasvis particulas maſſæ, reſpectu rectæ, quæ jungit alias quascunque, mutari ad ſenſum non poſſit, ſed ad inclinandam unam partem oporteat inclinare totam maſſam, & baſin, & quamvis ejus rectam eodem angulo; nam in iis, quæ flexilia ſunt, ut elaſticæ virgæ, pars una directionem poſitionis mutat, & inclinatur, altera priorem poſitionem ſervante; & priora illa franguntur alia majore, alia minore vi adhibita; hæc poſteriora ſe reſtituunt. Fluida autem paſſim non utique carent vi mutua inter particulas, immo pleraque exercent, & aliqua ſatis magnam, repulſivam vim, ut aer, qui ad expanſionem ſemper tendit, aliqua attractivam, & vel non exiguam, ut aqua, vel etiam admodum ingentem, ut Mercurius, quorum liquorum particulæ ſe in globum etiam conformant mutua particularum ſuarum attractione, & tamen ſeparantur admodum facile a ſe invicem majores eorum maſſæ, ac aliquot partibus motus facile ita imprimitur, ut eodem tempore ad remotas ſatis ſenſibilis non protendatur; unde fit, ut fluida cedant vi cuicunque impreſſæ, ac cedendo facile moveantur; ſolida vero non niſi tota ſimul moveri poſſint, & viribus impreſſis idcirco reſiſtunt magis: quæ autem reſiſtunt quidem multum, ſed non ita multum, ut ſolida, dicuntur viſcoſa. Ipſa vero fluida dicuntur humida, ſi ſolido admoto adhæreſcant, & ſicca, ſi non adhæreant.

CCCCXXII. Hæc omnia phænomena præſtari poſſunt per illa ſola diſcrimina, quæ in diverſo particularum textu conſideravimus. Ut enim a fluiditate incipiamus inprimis in ipſis fluidis omnes particulæ in æquilibrio eſſe debent, dum quieſcunt, & ſi nulla externa vi comprimantur, vel in certam dirigantur plagam, id æquilibrium debebit haberi a ſolis mutuis actionibus; ſed ejusmodi caſum non habemus hic in noſtris fluidis, quæ incumbentis maſſæ premuntur pondere, & aliqua, ut aer, etiam continentis veſis parietibus comprimuntur, in quibus idcirco omnibus aliqua haberi debet repulſiva vis inter particulas proximas, licet inter remotiores haberi poſſit attractio, ut jam conſtabit. Tria autem genera fluidorum conſiderari poterunt: illud, in quo in majoribus eius maſſulis nulla ſe prodit mutua particularum vis; illud, in quo ſe prodit vis repulſiva; & illud, in quo vis attractiva ſe prodit. Primi generis

Digitized by Google

fere ſunt pulveres, & arenulæ, ut illæ, ex quibus etiam horologia clepſydris veterum ſimilia conſtruuntur, & ad fluidorum naturam accedunt maxime, ſi ſatis lævigatam habeant ſuperficiem, quod in quibusdam granulis cernimus, ut in milio, nam plerumque ſcabritiem habent aliquam & inæqualitates, quæ motum difficiliorem reddunt. Secundi generis ſunt fluida elaſtica, ut aer; tertii vero generis liquores, ut aqua, & Mercurius. Porro in primis oſtenſum eſt Num. 221 & 417, poſſe binas particulas eodem etiam punctorum numero conſtantes, ſed diverſo modo diſpoſitas, ita diverſas habere virium ſummas in iisdem etiam centrorum diſtantiis, ut aliæ ſe attrahant, aliæ ſe repellant, aliæ nihil in ſe invicem agant. Quamobrem ejusmodi diſcrimina exhibet abunde Theoria. Verum multa in ſingulis diligenter notanda ſunt; nam ibi etiam, ubi nulla ſe prodit vis attractiva, habetur inter proximas particulas repulſio, ut innui paullo ante, & jam patebit.

CCCCXXIII. Porro in primo caſu ſtatim apparet, unde facilis ille habeatur motus. Quoniam aucta diſtantia nulla ſenſibili vi ſe attrahunt particulæ, altera non ſequetur motum alterius, niſi ubi illa verſus hanc promota ita acceſſerit, ut vi repulſiva mutua, quemadmodum in corporum colliſionibus accidit, cogatur illi loco cedere, quæ ceſſio, ſi ſatis lævigatæ ſuperficies fuerint, ut prominentes monticuli in exiguos hiatus ingreſſi motum non impediant, & ſit locus aliquis, verſus quem poſſint vel in gyrum actæ particulæ, vel elevatæ, vel per apertum foramen erumpentes, loco cedere, facile fiet, nec alia requiretur vis ad eum motum, niſi quæ ad inertiæ vim vincendam requiritur, vel ſi graves particulæ ſint verſus externam maſſam, ut hic verſus Tellurem, quæ requiritur ad vincendam gravitatem ipſam; verum ad vincendam ſolam vim inertiæ, ſatis eſt quæcunque activa vis utcunque exigua, & ad vincendam gravitatem, in hoc fluidorum genere, ſi perfecta ſit lævigatio, ſatis eſt vis utcunque paullo major maſſæ fluidæ pondere, quanquam niſi exceſſus fuerit major, lentiſſimus erit motus; ipſum autem pondus coget particulas ad ſe invicem accedere non nihil, donec obtineatur vis repulſiva ipſum elidens, uti ſupra oſtendimus Num. 347; adeoque in ſtatu æquilibrii ſe particulæ, in hoc etiam caſu, repellent, ſed erunt citra, & prope ejusmodi limites, ultra quos vis attractiva ſit ad ſenſum nulla. Quod ſi figura particularum præterea fuerit ſphærica, multo facilior habebitur motus in omnem plagam ob ipſam circumquaque uniformem figuram.

CCCCXXIV.

CCCCXXIV. In ſecundo, ac tertio genere motus itidem habebitur facilis, ſi particulæ ſphæricæ ſint, & paribus a centro diſtantiis homogeneæ, ut nimirum vires dirigantur ad centra. In ejusmodi enim particulis motus quidem unius particulæ circa aliam omni difficultate carebit, & vires mutuæ ſolum acceſſum, vel receſſum impedient. Hinc impreſſo motu particulis aliquot, poterunt ipſæ moveri in gyrum aliæ circa alias, & alia ſuccedere poterit loco ab alia relicto, quin partes remotiores motum ejusmodi ſentiant, quanquam fere ſemper fortuita quædam particularum diſpoſitio hiatus, qui neceſſario relinqui debent inter globos, & directio impreſſionis varia inducent etiam acceſſus & recceſſus aliquos, quibus fiet, ut motus ad remotiores etiam particulas deveniat, ſed eo minor, quo major fuerit earum diſtantia. Sed hic notandum erit diſcrimen ingens inter duos caſus, in quibus partes fluidi ſe repellunt, & caſus, in quibus ſe attrahunt.

CCCCXXV. In primo caſu particulæ proximæ debebunt ſe omnino repellere, & vis ex parte altera elidet vim ex altera; ſed ſi repente relinquatur libertas ex parte quavis, ſine ulla externa vi, ſed ſola illa particularum actione mutua, recedent reipſa particulæ a ſe invicem, & fluidum dilatabitur; quin immo externa vi opus eſt, ad continendam in eo ſtatu maſſam ejusmodi, uti aerem gravitas ſuperioris atmoſphæræ continet, vel in vaſe occluſo vaſis ipſius parietes; & aucta illa externa vi comprimente augeri poterit compreſſio, imminuta imminui. Particulæ illæ inter ſe non erunt in limitibus quibusdam cohæſionis, ſed erunt ſub repulſivo arcu curvæ exprimentis vires compoſitas particularum ipſarum.

CCCCXXVI. At in tertio genere particulæ quidem proximæ ſe mutuo repellent, repulſione æquali illi vi, quæ neceſſaria eſt ad elidendam vim externam, & ad elidendam preſſionem, quæ oritur a remotiorum attractionibus; verum ſi fluidum eſt parum admodum compreſſibile, vel etiam nihil ad ſenſum, ut aqua, debent eſſe citra, & admodum prope limitem, ultra quem vel immediate, vel potius, ſi id fluidum neque diſtrahitur (ut nimirum durante ſua forma nequeat acquirere ſpatium multo majus, quod itidem in aqua accidit) habeat poſt limites alios ſatis inter ſe proximos arcum attractivum ad diſtantias aliquanto majores protenſum, a quo attractio illa prodeat, quæ ſe in ejusmodi fluidorum maſſulis prodit; licet ſi iterum id fluidum majore vi abire poſſit in elaſticos vapores,

Digitized by Google

ut ipſa aqua poſt eum attractivum arcum, arcus requlſivus debeat ſuccedere ſatis amplus, juxta ea, quæ diximus Num. 194.

CCCCXXVII. In hoc fluidi genere illud mirum videri poteſt, quod illa attractiva vis, quæ in majoribus ſuccedit diſtantiis, & ille validus cohæſionis limes, qui & compreſſionem, & rarefactionem impedit, non impediat diviſionem maſſæ, & ſeparationem unius partis maſſæ ab alia. At quomodo id facile fieri ibi poſſit, & non poſſit in ſolidis, patebit hoc exemplo. Concipiatur terræ ſuperficies ſphærica accurate, & bene lævigata, ac gravitas ſit ejusmodi, ut in diſtantia perquam exigua fiat jam inſenſibilis, ut vis magnetica in exigua diſtantia ſenſum jam effugit. Sint autem globi multi itidem læves mutua attractiva vi præditi, quæ vim in totam Terram ſuperet Si quis unum ejusmodi globum apprehendat, & attollat, ſecundus ipſi adhærebit relicta terra, & poſt ipſum aſcendet, reliquis per ſuperficiem Terræ progredientibus, donec alii poſt alios eleventur vi in globum jam elevatum ſuperante vim in Terram. Is, qui primum manu teneret globum, ſentiret, & deberet vincere vim unius tantummodo globi in Terram, quem ſeparat, cum nulla ſit difficultas in progreſſu reliquorum per ſuperficiem Terræ, quo diſtantia non augetur, & globorum jam altiorum vis in Terram ponatur inſenſibilis. Vinceret igitur aliorum vim poſt vim aliorum, & vis ab eo adhibita major tantummodo vi globi unici requireretur ad rem præſtandam. At ſi illi globi deberent elevari ſimul, ut ſi ſimul omnes colligati eſſent per virgas rigidas, deberent utique omnes illæ vires omnium in Terram ſimul ſuperari, & requireretur vis major omnibus ſimul. Res eodem redit, ac ubi faſciculus virgarum debeat totus frangi ſimul, vel potius debeant aliæ poſt alias frangi virgæ.

CCCCXXVIII. Id ipſum eſt diſcrimen inter fluida hujus generis, & ſolida. In his motus particularum circa particulas liber ob earum uniformitatem permittit, ut ſeparentur aliæ poſt alias, dum in ſolidis vis in latus, de qua egimus jam in pluribus locis, & anguli prominentes, ac figurarum irregularitas, impediunt ejusmodi liberum morum, qui fiat ſine mutatione diſtantiarum, & cogunt divulſionem plurimarum particularum ſimul; unde oritur difficultas illa ingens dividendi a ſe invicem particulas ſolidas, quæ in diviſione fluidorum eſt adeo tenuis, ac ad ſenſum nulla.

CCCCXXIX. Succeſſivam huiusmodi ſeparationem particularum aliarum poſt alias videmus utique in ipſis aquæ guttis pendentibus,

tibus, quæ ubi ita excreverunt, ut pondus totius guttæ ſuperet vim attractivam mutuam partium ipſius, non divellitur tota ſimul ingens ejus aliqua maſſa, ſed a ſuperiore parte, utut breviſſimo tempore, attenuatur per gradus, donec illud veluti filum jam tenuiſſimum penitus ſuperetur. Fuerint prius mille particulæ in ſuperficie, quæ guttam pendentem connectebant cum ſuperiore parte aquæ, quæ relinquitur adhærens corpori, ex quo pendebat gutta; fiunt paullo poſt ibi 900, 800, 700 & ita porro imminuto earum numero per gradus, dum laterales accedunt ad ſe invicem, & attenuatur figura; quarum idcirco reſiſtentia facile vincitur, ut ubi in illo virgarum faſciculo frangantur aliæ poſt alias. At ubi celerrimo motu in fluidum ejusmodi incurritur ita, ut non poſſint tam brevi tempore aliæ aliis particulæ locum dare, & in gyrum agi, tum vero fluida reſiſtunt, ut ſolida. Id experimur in globis tormentariis, qui ex aqua reſiliunt, in eam ſatis oblique projecti, ut manente ſatis magna horizontali velocitate colliſio in perpendiculari fiat more ſolidorum; ac eandem quoque reſiſtentiam in aqua ſcindenda experiuntur, qui ſe ex editiore loco in eam demittunt.

CCCCXXX. Hinc autem pronum eſt videre, unde ſoliditatis phænomena ortum ducant. Nimirum ubi particularum figura recedit plurimum a ſphærica, vel diſtributio punctorum intra particulam inæqualis eſt, ibi nec habetur libertas illa motus circularis, & omnia, quæ ad ſoliditatem pertinent, conſequi debent ex vi in latus. Cum enim una particula reſpectu alterius non diſtantiam tantummodo, ſed & poſitionem ſervare debeat, non ſolum ea promota, vel retracta alteram quoque promoveri, vel retrahi neceſſe eſt; ſed præterea ea circa axem quemcunque converſa, oportet & illam aliam loco cedere, ac eo abire, ubi poſitionem priorem reſpectivam acquirat; quod cum & tertia reſpectu ſecundæ præſtare debeat, & omnes reliquæ circumquaque circa illam poſitæ, patet utique, non poſſe motum in eo caſu imprimi parti cuipiam ſyſtematis, quin & totius ſyſtematis motus conſequatur reſpectivam poſitionem ſervantis, quæ eſt ipſa ſuperius indicata ſolidorum natura. Res autem multo adhuc magis manifeſta fit, ubi figura multum abludat a ſphærica, ut ſi ſint bina parallelepipeda inter ſe conſtituta in quodam cohæſionis limite, alterum ex adverſo alterius. Alterum ex iis moveri non poterit, niſi vel utrinque a lateribus accedat ad alterum, vel utrinque recedat, vel ex altero latere accedat, & recedat ex altero. In primo caſu imminuta diſtantia habetur repul-

Digitized by Google

pulſiva vis, & illud alterum progreditur; in ſecundo eadem aucta habetur attractio, & illud ſecundum ad prioris motum conſequitur; in tertio caſu, qui haberi non poteſt, niſi per inclinationem prioris parallelepipedi, altero latere attracto, & altero repulſo inclinari neceſſe eſt etiam ſecundum; quo pacto ſi ejusmodi parallelepipedorum ſit ſeries quædam continua, quæ fibram longiorem, vel virgam conſtituat, inclinata baſi, inclinatur illico ſeries tota; & ſi ex ejusmodi particulis maſſa conſtet, tota moveri debet, ac inclinari, inclinato latere quocunque.

CCCCXXXI. Quod de parallelepipedis eſt dictum, id ipſum ad figuras quascunque transferri poteſt inæquales utcunque, quæ ex altero latere poſſint accedere ad aliam particulam, ex altero recedere: habebitur ſemper motus in latus, & habebuntur ſoliditatis phænomena, niſi paribus a centro diſtantiis homogeneæ, & ſphæricæ formæ particulæ ſint. Verum ingens in eo motu diſcrimen erit inter diverſa corpora. Si nimirum vires illæ hinc, & inde a limite, in quo particulæ conſtitutæ ſunt, ſint admodum validæ, motus in latus fiet celerrime, & nulla flexio in virga, aut in maſſa apparebit, quamquam erit utique ſemper aliqua. Si minores ſint vires, longiore tempore opus erit ad motum, & ad poſitionem debitam acquirendam, quo caſu inclinata parte ima virgæ, nondum pars ſumma obtinere poteſt poſitionem jacentem in directum cum ipſa, adeoque habebitur inflexio, quæ quidem eo erit major, quo major fuerit celeritas converſionis ipſius virgæ, uti omnino per experimenta deprehendimus.

CCCCXXXII. Nec vero minus facile intelligitur illud, quid interſit inter flexilia ſolida corpora, & fragilia. Si nimirum vires hinc, & inde ab illo limite, in quo ſunt particulæ, extenduntur ad ſatis magnas diſtantias eædem, arcu utroque habente amplitudinem non ita exiguam, tum vero vi externa adhibita utrique extremo, vel majore velocitate impreſſa alteri, incurvabitur virga, atque inflectetur, ſed ſibi relicta ad poſitionem abibit ſuam, & in illo inflexionis violento ſtatu vim exercebit perpetuam ad regreſſum, quod in elaſticis virgis accidit. Si vires illæ non diu durent hinc, & inde eædem, vel per ſatis magnum intervallum ſit ingens frequentia limitum, tum quidem inflexio habebitur ſine conatu ad ſe reſtituendum, & ſine fractione, tam vi adhibita utrique extremo, quam ingenti velocitate impreſſa alteri, ut videmus accidere in maxime ductilibus, velut in plumbo. Si demum vires hinc & inde

per

Digitized by Google

per exiguum intervallum durent, poſt quod nulla ſit actio, vel ingens repulſivus arcus conſequatur, qui ſequentes attractivos ſuperet, habebitur virga rigida, & fractio, ac eo major erit ſoliditas, & illa, quæ vulgo appellatur durities, quo vires illæ hinc & inde ſtatim poſt limites fuerint majores.

CCCCXXXIII. Atque hic quidem jam etiam ad diſcrimen devenimus inter elaſtica, & mollia; verum antequam ad ea faciamus gradum, adnotabo non nulla, quæ adhuc pertinent ad ſolidorum, & fluidorum naturam, ac proprietates. Inprimis media inter ſolida, & fluida, ſunt viſcoſa corpora, in quibus eſt aliqua vis in latus, ſed exigua. Ea reſiſtunt mutationi figuræ, ſed eo majore, vel minore vi, quo majus, vel minus eſt in diverſis particularum punctis virium diſcrimen, a quo oritur vis in latus. Viſcoſa autem præter tenacitatem, quam habent inter ſe, habent etiam vim, qua adhærent externis corporibus, ſed non omnibus, in quo ad humidos liquores referuntur. Humiditas enim eſt itidem reſpectiva. Aqua, quæ digitis noſtris adhæret illico, & per vitrum, ac lignum diffunditur admodum facile, oleaginoſa, & reſinoſa corpora non humectat, in foliis herbarum pinguibus exrat in guttulas eminens, & avium plurium plumas non inficit. Id pendet a vi inter particulas fluidi, & particulas externi corporis; & jam vidimus pro diverſa punctorum diſtributione particulas easdem reſpectu aliarum debere habere in eadem directione vim attractivam, reſpectu aliarum repulſivam vim, & reſpectu aliarum nullam.

CCCCXXXIV. In particulis illis, quæ ad ſoliditatem requiruntur, invenitur admodum expedita ratio phænomeni ad ſolida corpora pertinentis, quod Phyſicos in ſummam admirationem rapit, nimirum diſpoſitio quædam in peculiares quasdam figuras, quæ in ſalibus inprimis apparent admodum conſtantes, in glacie, & in nivium ſtellulis potiſſimum adeo ſunt elegantes etiam, & ad certas quasdam leges accedunt, quas itidem cum conſtanti admodum figurarum forma in gemmarum ſuccis ſimplicibus obſervamus, quæ vero nusquam magis ſe produnt, quam in organicis vegetabilium, & animalium corporibus. In hac mea Theoria in promptu eſt ratio. Si enim particulæ in certis ſuæ ſuperficiei partibus quasdam alias particulas attrahunt, in aliis repellunt, facile concipitur, cur non niſi certo ordine ſibi adhæreant, in illis nimirum locis tantummodo, in quibus ſe attrahunt, & ſatis firmos limites nanciſci poſſunt, adeoque non niſi in certas tantummodo figuras poſſint coaleſcere. Quo-

Digitized by Google

niam vero præterea eadem particula, eadem ſui parte, qua alteram attrahit, alteram pro ejus varia diſpoſitione repellit, dum maſſa plurium particularum temere agitata prætervolat, eæ tantummodo ſiſtentur, quæ attrahuntur, & ad ea ſe applicabunt puncta, ad quæ maxime attrahuntur, ac in illis hærebunt, in quibus poſt acceſſum maxime tenaces limites nanciſcentur; unde & ſecretionis, & nutritionis, vegetationis, & certarum figurarum patet ratio admodum manifeſta. Et hæc quidem ad nutritionem, & ad certas figuras pertinentia jam innueram Num. 221, & 418.

CCCCXXXV. Quoniam oſtenſum eſt, qui fieri poſſit, ut certam figuram acquirant certa particularum genera, cujus admodum tenacia ſint, ſi quis omnem veterum corpuſcularium ſententiam, quam Gaſſendus, ac e recentioribus alii ſecuti ſunt, adhibentes variarum figurarum atomos, ut ad cohæſionem uncinatas, ab hac eadem Theoria velit deducere, is ſane poterit, ut patet, & ejusmodi atomos adhibere ad explicationem eorum omnium phænomenorum, quæ pendent a ſola cohæſione, & inertia, quæ tamen non ita multa ſunt: poterunt autem haberi ejusmodi atomi cum infinita figuræ figu- tenacitate, & cohæſione mutua ſuarum partium per ſolas etiam has aſymptotos illas, de quibus Num. 414, inter ſe ſatis proximas. Et ſi curva virium habeat tantummodo in minimis diſtantiis duas ejusmodi aſymptotos, tum poſt crus repulſivum ulterioris ſtatim conſequatur arcus attractivus, primo quidem plurimum recedens ab axe cum exiguo receſſu ab aſymptoto, tum ad axem regrediens, & accedens ſtatim ad formam gravitati exhibendæ debitam; haberentur per ejusmodi curvam atomi habentes impenetrabilitatem, gravitatem, & figur- tenacitatem ejusmodi, ut ab ea diſcedere non poſſent diſceſſu quantum libuerit parvo; cum enim poſſint illæ duæ aſymptoti ſibi invicem eſſe proximæ intervallo utcunque parvo, poſſet itaque ita contrahi intervallum iſtud, ut figuræ mutatio æqualis datæ cuicunque utcunque parvæ mutationi evitetur. Ubi enim cuicunque figuræ inſcripta eſt ſeries continua cubulorum, & puncta in ſingulis angulis poſita ſunt, mutari non poteſt figura externorum punctorum ductum ſequens mutatione quadam data, per quam quædam puncta diſcedant a locis prioribus per quædam intervalla data, manentibus quibusdam, ut manente baſi, niſi per quædam data intervalla a ſe invicem recedant, vel ad ſe invicem accedant ſaltem aliqua puncta, cum data diſtantia puncti a tribus aliis detur etiam ejus poſitio reſpectu illorum, quæ mutari

non

Digitized by Googl

non poteſt, niſi aliqua ex iisdem tribus diſtantiis mutetur; unde fit, ut poſſit data quævis poſitionis mutatio impediri, impedita mutatione diſtantiæ per intervallum ad eam mutationem neceſſarium. Quod ſi illæ binæ aſymptoti eſſent tantillo remotiores a ſe invicem, tum vero & mutatio diſtantiæ haberi poſſet tantillo major, & idcirco ſingulis diſtantiis illata vi aliqua poſſet figura non nihil mutari, & quidem exigua mutatione diſtantiarum ſingularum poſſet in ingenti ſerie punctorum haberi inflexio figuræ ſatis magna orta ex pluribus exiguis flexibus. Sic & ſpirales atomi efformari poſſent, quarum ſpiris per vim contractis ſentiretur ingens elaſtica vis, ſive determinatio ad expanſionem, ac per hujusmodi atomos poſſent itidem plurima explicari phænomena, ut & nexus maſſarum per uncos uncis, vel ſpiris inſertos, quo pacto explicari itidem poſſet etiam illud, quomodo in duabus particulis, quarum altera ad alteram cum ingenti velocitate acceſſerit, oriatur ingens nexus novus, ſine nimirum regreſſu a ſe invicem, unco nimirum alterius in alterius foramen injecto, & intra illud converſo per virium inæqualitatem in diverſas unci partes agentium, ut jam prodire non poſſit; nam unci cavitas, & foramen, ſeu porus alterius particulæ, poſſet eſſe multo amplior, quam pro exigua illa diſtantia inſuperabili, ut idcirco inſeri poſſet ſine impedimento orto a viribus agentibus in minore diſtantia. Eædem autem atomi haberi poſſunt, etiam ſi curva habeat reliquos omnes flexus, quos habet mea, quo pacto ad alia multo plura, ut ad fermentationes inprimis, ac vaporum, & luminis emiſſionem multo aptiores erunt; & ſine aſymptoticis arcubus, qui vires exhibeant extra originem abſciſſarum in infinitum excreſcentes, idem obtineri poterit per ſolos [illegible] cohæſionis admodum validos cum tenacitate figuræ non quidem [illegible]ta, ſed tamen maxima, ubi, quod illi veteres non explicarunt, cohæſio partium atomorum inter ſe, adeoque atomorum ſolidiras, ut & continuata impenetrabiliratis reſiſtentia, & gravitas, ex eodem generali derivaretur principio, ex quo & reliqua univerſa Natura. Illud unum hic notandum ſupereſt, ejusmodi atomos habituras neceſſario ubique diſtantiam a ſe invicem majorem, quam pro illa inſuperabili diſtantia, ad quam externa puncta devenire ibi non poſſunt.

CCCCXXXVI. Huc etiam pertinet ſolutio hujusmodi difficultatis, quæ ſponte ſe objicit: ſi omnia materiæ puncta ſimplicia ſunt, & vires in quavis directione circumquaque exercent easdem, omnia corpora ex iis utique compoſita erunt fluida multo potiore

jore, quam fluida esse debeant, quæ globulis constent easdem in omni circum directione vires exercentibus. Huic difficultati hic facile occurritur: si particularum puncta possent vi adhibita mutare aliquanto magis distantias inter se, nam aliqua etiam ad circulationem exigua mutatio requiritur; posset autem imprimi exiguo numero punctorum constituentium unam e particulis primorum ordinum, quin imprimatur simul omnibus ejusmodi punctis, vel satis magno eorum numero, motus ad sensum idem, tum utique haberetur idem, quod habetur in fluidis, & separatis aliis punctis post alia, motus facilis per omnes omnium corporum massas obtineretur. At particulæ primi ordinis ab indivisibilibus punctis ortæ, ut & proximorum ordinum particulæ ortæ ab iis, sua ipsa parvitate molis tueri possunt juxta Num. 419 formam suam, & positionem punctorum; nam differentia virium exercitarum in diversa earum puncta potest esse perquam exigua, summa virium prohibente tantum accessum unius particulæ ad alteram, quo tamen accessu inæqualitas virium, & obliquitas directionum habeatur adhuc satis magna ad vincendas vires mutuas, & mutandam positionem, qua positione manente, manet inæqualitas virium, quas diversa puncta ejus particulæ exercent in aliam particulam. Ea inæqualitas itidem potest non esse satis magna, ut possit illius mutuas vires vincere, & textum dissolvere, sed esse tanta, ut motum inducat in latus, ac ejus motus obliquitas, & virium inæqualitas eo deinde erit major, quo ad altiores ascenditur particularum ordines, donec deveniatur ad corpora, quæ a nobis sentiuntur.

CCCCXXXVII. Solida externum corpus ad ea delatum intra suam massam non recipiunt [illegible]limus; at fluida solidum intra se moveri permittunt, sed re[illegible] motui. Resistentiam ejusmodi accurate comparare, & ejus leges accurate definire, est res admodum ardua. Oporteret nosse ipsam virium legem determinate, & numerum, & dispositionem punctorum, ac habere satis promotam Geometriam, & Analysin ad rem præstandam. Sed in tanta particularum, & virium multitudine, quam debeat esse res ardua, & humano captu superior, determinatio omnium motuum, satis constat ex ipso problemate trium corporum in se mutuo agentium, quod Num. 203 diximus nondum satis generaliter solutum esse. Hinc alii ad alias hypotheses confugiunt, ut rem perficiant, & omnes ejusmodi methodi æque cum mea, ac cum communi Theoria, consentire possunt.

CCCCXXXVIII.

Digitized by Google

CCCCXXXVIII. Ut tamen aliquid innuam etiam de eo argumento, duplex eſt reſiſtentiæ fons in fluidis; primo quidem oritur reſiſtentia ex motu impreſſo particulis fluidi; nam juxta leges colliſionis corporum, corpus imprimens motum alteri, tantundem amittit de ſuo. Deinde oritur reſiſtentia a viribus, quas particulæ exercent, dum aliæ in alias incurrunt, quæ earum motum impediunt, quo caſu comprimuntur non nihil particulæ ipſæ etiam in fluidis non elaſticis egreſſæ e limitibus, & æquilibrio: acquirunt autem motus admodum diverſos, gyrant, & alias impellunt, quæ a tergo urgent non nihil corpus progrediens, quod potiſſimum a fluidis elaſticis a tergo impellitur, dilatato ibi fluido, dum a fronte a fluido ibi compreſſo impeditur; ſed ea omnia, uti diximus, accurate comparare non licet. Illud generaliter notari poteſt: reſiſtentia, quæ provenit a motu communicato particulis fluidi, & quæ dicitur orta ab inertia ipſius fluidi, eſt ut ejus denſitas, & ut quadratum velocitatis conjunctim: ut denſitas, quia pari velocitate eo pluribus dato tempore particulis motus idem imprimitur, quo denſitas eſt major, nimirum quo plures in dato ſpatio occurrunt particulæ; ut quadratum velocitatis, quia pari denſitate eo plures particulæ dato tempore loco movendæ ſunt, quo major eſt velocitas, nimirum quo plus ſpatii percurritur, & eo major ſingulis imprimitur motus, quo itidem velocitas eſt major. Reſiſtentia autem, quæ oritur a viribus, quas in ſe exercent particulæ, ſi vis ea eſſet eadem in ſingulis, quacunque velocitate moveatur corpus progrediens, eſſet in ratione temporis, ſive conſtans; nam plures quidem eodem tempore particulæ eam vim exercent, ſed breviore tempore durat ſingularum actio, adeoque ſum[illegible]dit conſtans. Verum ſi velocitas corporis progredientis ſit m[illegible]rticulæ magis compinguntur, & ad ſe invicem accedunt ma[illegible], adeoque major eſt itidem vis. Quare ejusmodi reſiſtentia eſt partim conſtans, ſive, ut vocant, in ratione momentorum temporis, & partim in aliqua ratione itidem velocitatis.

CCCCXXXIX. Porro ex experimentis nonnullis videtur erui, reſiſtentiam in nonnullis fluidis eſſe partim in ratione duplicata velocitatum, partim in ratione earum ſimplici, & partim conſtantem, ſive in ratione momentorum temporis, quamvis ubi velocitas eſt ingens, deprehendatur major, & ubi fluiditas eſt ingens, uti aqua, ut ſecundum reſiſtentiæ genus, quod eſt magis irregulare, & incertum, ſit reſpectu prioris exiguum, ſatis accedit reſiſtentia ad ratio-

Digitized by Google

nem duplicatam velocitatum. Sed & illud cum Theoria conſpirat, quod viſcoſa fluida multo magis reliſtunt, quam pro ratione ſuæ denſitatis, & velocitate corporis progredientis; nam in ejusmodi fluidis, quæ ad ſolida accedunt, illud ſecundum reſiſtentiæ genus eſt multo majus, quod quidem in ſolidis usque adeo creſcit; quanquam & in iis intrudi per ingentem vim intra maſſam poteſt corpus extraneum, ut clavus in murum, vel in metallum, quæ tamen ſi fragilia ſunt, & ſenſibilem compreſſionem non admittant, diffringuntur.

CCCCXL. Jam vero quæcunque a Newtono primum, tum ab aliis demonſtrata ſunt de motu corporum, quibus reſiſtitur in variis rationibus velocitatum, ea omnia conſentiunt itidem cum mea Theoria, & hujus ſunt loci, vel ad illam pertinent Mechanicæ partem, quæ agit de motu ſolidorum per fluida. Sic etiam determinatio figuræ, cui minimum reſiſtitur, determinatio vis fluidi ſolidum impellentis directionibus quibuscunque, menſura velocitatis inde oriundæ per corporum objectorum reſiſtentiam obſervatione definitam, innatatio ſolidorum in fluidis, ac alia ejusmodi, & mihi communia ſunt; ſed oportet rite diſtinguere, quæ ſunt hypothetica tantummodo, ab iis, quæ habentur reapſe in natura.

CCCCXLI. Ad fluida, & ſolida pertinent itidem, quæcunque in parte ſecunda demonſtrata ſunt de preſſione fluidorum, & velocitate in effluxu, quæcunque de æquilibrio ſolidorum, de vecte, de centro oſcillationis, & percuſſionis, quæ quidem in Mechanica pertractari ſolent. Illud unum addo, ex motu facili particularum fluidi aliarum circa alias, & irregulari earum congeſtione, facile deduci, debere preſſionem propagari quaquaversum. Sed de his jam ſatis, quæ ad ſoliditatem, & fluiditatem pertinent; illud vero, quod pertinet ad diſcrimen inter elaſtica & non elaſtica, brevi expediam. Elaſtica ſunt, quæ poſt mutationem figuræ redeunt ad formam priorem; mollia, quæ in nova poſitione perſeverant. Id diſcrimen Theoria exhibet per diſtantiam, vel propinquitatem limitum, juxta ea, quæ dicta Num. 198. Si limites proximi illi, in quo particulæ cohærent, hinc, & inde plurimum ab eo diſtant, imminuta multum diſtantia perſtat ſemper repulſiva vis; aucta diſtantia, perſtat vis attractiva. Quare ſive comprimatur plus æquo, ſive plus æquo diſtrahatur maſſa, ad figuram veterem redit; ubi rediit, excurrit ulterius, donec contraria vi elidatur velocitas concepta, ac oritur tremor, & oſcillatio, quæ paullatim minuitur, & extinguitur demum, partim actio-

Digitized by Google

actione externorum corporum, ut per aeris reſiſtentiam ſiſtitur paullatim motus penduli; partim actione particularum minus elaſticarum, quæ admiſcentur, & quæ poſſunt tremorem illum paullatim interrumpere frictione, ac contrariis motibus, & ſublapſu, quo ſuam ipſam diſpoſitionem non nihil immutent. Si autem limites ſint ſatis proximi, cauſa externa, quæ maſſam comprimit, vel diſtrahit, poſteaquam adduxit particulas ab uno cohæſionis limite ad alium, ibi eas itidem cogit ſubſiſtere, quæ ibidem ſemel conſtitutæ itidem in æquilibrio ſunt, & habetur maſſa mollis.

CCCCXLII. Quædam elaſtica fluida non habent particulas poſitas inter ſe in limitibus cohæſionis, ſed in diſtantiis repulſionum, & quidem ingentium, ut aer; ſed vel incumbente pondere, vel parietibus quibusdam impeditur receſſus ille, & ſunt quodammodo ibidem in ſtatu violento; licet ſemper puncta ſingula in æquilibrio ſint, oppoſitis repulſionibus ſe mutuo elidentibus. Omnia autem & ſolida, & fluida, quæ videntur nec comprimi, nec ullas habere vires mutuas inter particulas, ſed in limitibus eſſe, adhuc elaſtica ſunt, ſive vim repulſivam exercent inter particulas proximas, ſaltem quæ ſenſibili gravitate ſunt prædita, quæ nimirum vis repulſiva vim gravitatis elidat. Verum ea diſtantias parum admodum mutant, mutatione, quæ idcirco ſenſum omnem effugiat; quod accidit in aqua, quæ in fundo putei, & prope ſuperficiem ſupremam habet eandem ad ſenſum denſitatem, & in metallis, & in marmoribus, & in ſolidis corporibus paſſim, quæ pondere majore impoſito nihil ad ſenſum comprimuntur, idcirco appellari non ſolent elaſtica, & ad ejusmodi ap[illegible] on ſufficit vis repulſiva etiam ingens inter particula[illegible] ſed etiam requiritur mutatio ſenſibilis diſtantiæ reſpe[illegible]lis reſpondens ſenſibili mutationi virium.

CCCCXLIII. Dura corpora in e[illegible]nſu, in quo a Phyſicis duritiei nomen accipitur, ut nimirum figuram nihil prorſus immutent, nulla ſunt in mea Theoria, ut & nulla compacta penitus, ac plane ſolida, quemadmodum Num. 367 eſt expoſitum; ſed dura vocat vulgus, quæ ſatis magnam exercent vim, ne figuram mutent, ſive elaſtica ſint, ſive fragilia, ſive mollia. Fragilitas, unde ortum ducat, expoſitum eſt paullo ſuperius Num. 432, & inde etiam quid ductilitas, ac malleabilitas ſit, facile intelligitur. Ductilia nimirum a mollibus non differunt, niſi in majore, vel minore vi, qua figuram tuentur ſuam: ut enim mollia preſſione tenui, &

ipſis

Digitized by Google

ipſis digitis comprimuntur, vel ſaltem figuram mutant, ſed mutatam retinent, ita ductilia ictu validiore mallei mutant itidem figuram ſuam veterem, & retinent novam, quam acquirunt.

CCCXLIV. Atque hoc demum pacto quæcunque pertinent ad fluidorum, & ſolidorum diverſa genera, nam & elaſtica, mollia, ductilia, fragilia eodem referuntur, invenimus omnia in illo particularum diſcrimine orto ex ſola diverſa combinatione punctorum, quam nobis Theoria rite applicata exhibuit, in quibus omnibus immenſa varietas itidem haberi poterit, & debebit, ſi curva primigenia ingentem habeat numerum interſectionum cum axe, & particulæ primi ordinis, ac reliquæ ordinum ſuperiorum diſpoſitiones, quæ in infinitum variari poſſunt, habuerint plurimas, & admodum diverſas inter ſe, ac eas inprimis, quæ ad hæc ipſa figurarum, & virium diſcrimina requiruntur. Illud unum hic diligenter notandum eſt, quod ipſam Theoriam itidem commendat plurimum, haſce proprietates omnes a denſitate nihil omnino pendere. Fieri enim poteſt, uti Num. 182 notavimus, ut curva virium primigenia limites & arcus habeat quocunque ordine in diverſis diſtantiis permixtos quocunque numero, ut validiores, & minus validi, ac ampliores, & minus ampli commiſceantur inter ſe utcunque, adeoque phænomena eadem figurarum & virium æque inveniri poſſint, ubi multo plura, & ubi multo pauciora puncta maſſam conſtituunt.

CCCCXLV. Jam vero illa, quæ vulgo elementa appellari ſolent, Terra, Aqua, Ignis, nihil aliud mihi ſunt, niſi diverſa ſolida, & fluida, ex [illegible]ogeneis punctis compoſita diverſimode diſpoſitis, ex [illegible] permixtis alia adhuc magis compoſita corpora oriun[illegible]idem Terra ex particulis conſtat inter ſe nulla vi c[illegible]æ ſoliditatem aliarum admixtione particularum acquiri[illegible]meres oleorum ope, vel etiam aliqua mutatione diſpoſitis inter[illegible], ut in vitrificatione evenit, quæ transformationes quo pacto accidant, dicemus poſtremo loco. Aqua eſt fluidum liquidum elaſticitate carens cadente ſub ſenſum per compreſſionem ſenſibilem, licet ingentem exerceant repulſivam vim ejus particulæ, ſuſtinentes vel externæ vis, vel ſui ipſius ponderis preſſionem ſine ſenſibili diſtantiarum imminutione. Aer eſt fluidum elaſticum, quem admodum probabile eſt conſtare particulis plurimorum generum, cum e plurimis etiam fixis corporibus generetur admodum diverſis, ut videbimus, ubi de transformationibus agendum erit, ac propterea continet vapores, & exhalationes plurimas,

by Google

mas, & heterogenea corpuſcula, quæ in eo innatant; ſed ejus particulæ ſatis magna vi ſe repellunt, & ea repulſiva particularum vis imminutis diſtantiis diu perdurat, ac pertinet ad ſpatium, quod habet ingentem rationem ad eam tanto minorem diſtantiam, ad quam compreſſione reduci poteſt, & in qua adhuc ipſa vis creſcit, arcu curvæ adhuc recedente ab axe; is vero arcus ad axem ipſum deinde debet ruere præceps, ut circa proximum limitem adhuc ingentes in eo reſiduo ſpatio variationes in arcubus & limitibus haberi poſſint. Porro extenſionem tantam arcus repulſivi evincit ipſa immanis compreſſio, ad quam ingenti vi aer compellitur, qui ut habeat compreſſiones viribus prementibus proportionales, debet, ut monuimus Num. 351, habere vires repulſivas reciproce proportionales diſtantiis particularum a ſe invicem. Is autem etiam in fixum corpus, & ſolidum tranſire poteſt, quod qua ratione fieri poſſit, dicam itidem, ubi de transformationibus agemus in fine. Ignis etiam eſt fluidum maxime elaſticum, quod violentiſſimo inteſtino motu agitatur, ac fermentationem excitat, vel etiam in ipſa fermentatione conſiſtit, emittit vero lucem, de quo pariter agemus paullo inferius, ubi de fermentatione, & emiſſione vaporum egerimus inter ea, quæ ad Chemicas operationes pertinent, ad quas jam progredior.

CCCCXLVI. Chemicarum operationum principia ex eodem deducuntur fonte, nimirum ex illo particularum diſcrimine, quarum aliæ inter ſe, & cum quibusdam aliis inertes, alias ad ſe attrahunt, alias repellunt conſtanter per ſaris num intervallum, ubi attractio ipſa cum aliis eſt major, Sed ea nor, aucta vero ſaris diſtantia evadit ad ſenſum nulla; nem r aliæ reſpecta aliarum habent ingentem virium alternis ns; m mutato non nihil textu ſuo, vel conjunctæ, & pe infini ac tot liis mutare poſſunt, ſuccedente pro particulis compoſitis ad m lege ab ea, quæ in ſimplicibus obſervabatur. Hæc ob oculos ſi habeantur ob oculos, mihi ſane perſuaſum eſt, facile inveniri poſſe in hac ipſa Theoria rationem generalem omnium Chemicarum operationum; nam ſingulares determinationes effectuum, qui a ſingulis permixtionibus diverſorum corporum, per quas unice omnia præſtantur in Chemia, ſive reſolvantur corpora, ſive componantur, requirerent intimam cognitionem textus particularum ſingularum, & diſpoſitionis, quam habent in maſſis ſingulis, ac præterea Geometriæ, & Analyſeos vim, quæ humanæ mentis captum excedit longiſſime. Verum illud in genere omnino patet, nullam eſſe Chemiæ partem,

Digitized by Google

in qua præter inertiam maſſæ, & ſpecificam gravitatem, alia virium mutuarum genera inter particulas non ubique ſe prodant, & vel invitis incurrant in oculos, quod quidem vel in ſola poſtrema quæſtione Opticæ Newtoni abunde patet, ubi tam multa & attractionum, & vero etiam repulſionum indicia, atque argumenta proferuntur. Omnia etiam genera eorum, quæ ad Chemiam pertinent, ſingillatim perſequi, infinitum eſſet; evolvam ſpeciminis loco præcipua quædam.

CCCCXLVII. Primo loco ſe mihi offerunt Diſſolutio, & ipſi contraria præcipitatio. Immiſſis in quædam fluida quibusdam ſolidis, cernimus, mutuum nexum, qui habebatur inter eorum particulas, diſſolvi ita, ut ipſa jam nusquam appareant, quæ tamen ibidem adhuc manere in particulas perquam exiguas redacta, & diſperſa, oſtendit Præcipitatio. Nam immiſſo alio corpore quodam, decidit ad fundum pulviſculus tenuiſſimus ejus ſubſtantiæ, & quodammodo depluit. Sic metalla in ſuis quæque menſtruis diſſolvuntur, tum ope aliarum ſubſtantiarum præcipitantur; aurum diſſolvit aqua Regia, quod immiſſo etiam communi ſale præcipitatur. Rei ideam eſt admodum facile ſibi efformare ſatis diſtinctam. Si particulæ ſolidi, quod diſſolvitur, majorem habent attractionem cum particulis aquæ, quam inter ſe, utique avellentur a maſſa ſua, & ſingulæ circumquaque acquirent fluidas particulas, quæ illas ambiant, uti limatura ferri adhæret magnetibus, ac fient quidem veluti globuli ſimiles illi, quem referret terra, ſi ei tanta aquarum copia affunderetur, ut poſſet totam alte ſubmergere, vel illi, quem refert terra ſubmerſa in aere verſus eam gravitante. Si, ut reipſa debet accidere, illa vis attractiva in diſtantiis paullo majoribus fit inſenſibilis, ubi jam erit ad illam diſtantiam ſaturata eo fluido particula ſolidi, ulterius fluidum non attrahet, quod idcirco aliis eodem pacto particulis ſolidi immerſi affundetur. Quare diſſolvetur ſolidum ipſum, ac quidam veluti globuli terrulas ſuas cum ingenti affuſa marium vi exhibebunt, quæ terrulæ ob exiguam molem effugient noſtros ſenſus, nec vero decident ſuſtentatæ a vi, quæ illas cum circumfuſo mari conjungit; ſed globuli illi ipſi conſtituent quandam veluti continui fluidi maſſam. Ea eſt diſſolutionis idea.

CCCCXLVIII. Quod ſi jam in ejusmodi fluidum immittatur alia ſubſtantia, cujus particulæ particulas fluidi ad ſe magis attrahant, & fortaſſe ad majores etiam diſtantias, ac attrahuntur ab illis, diſſolvetur utique hæc ſecunda ſubſtantia, & circa ipſius particulas affun-

Digitized by Google

fundentur particulæ fluidi, quæ prioris ſolidi particulis adhærebant, ab illis avulſæ, & ipſis ereptæ. Illæ igitur nativo pondere intra fluidum ſpecifice levius depluent, & habebitur præcipitatio. Pulviſculus autem ille veterem particularum ſuarum nexum non acquiret ibi per ſeſe, vel quia & gluten fortaſſe aliquod admodum tenue, quo connectebantur invicem, diſſolutum ſimul jam deeſt in ſuperficiebus illis, quarum ſeparatio eſt facta; vel potius quia, ut ubi per limam, per tunſionem, vel aliis ſimilibus modis ſolidum in pulverem redactum eſt, vel utcunque confractum; juxta ea, quæ diximus Num. 408, non poteſt iterum ſolo acceſſu, & appreſſione deveniri ad illos eosdem limites, qui prius habebantur.

CCCCXLIX. Hoc pacto diſſolutionis, & præcipitationis acquiritur idea admodum diſtincta; & fortaſſe etiam pluvia eſt quoddam præcipitationis genus, nec provenit e ſola unione particularum aquæ, quæ prius tantummodo diſperſæ temere fuerint, & ob ſolam tenuitatem ſuam ſuſtentatæ, ac ſuſpenſæ innataverint. Appareret ibi etiam, qua ratione binæ ſubſtantiæ commiſceri poſſint, & in unam maſſam coaleſcere. Id quidem in fluido commixto cum ſolido patet ex ipſo ſuperiore exemplo ſolutionis. In binis fluidis facile admodum fit, & ſi ſint ejusdem ad ſenſum ſpecificæ gravitatis, ſolo motu, & agitatione impreſſa fieri quotidie cernimus, ut in aqua & vino. Sed etiam ſi ſint gravitatum admodum diverſarum, attractione particularum unius in particulas alterius fieri poteſt unius diſſolutio in altero, & commixtio. Fieri autem poteſt, ut ejusmodi commixtione e binis etiam fluidis oriatur ſolidum, cujusmodi exempla in coagulis cernimus; & in Phyſica illud quoque obſervatur quandoque, bina fluida ſimul commixta coaleſcere in maſſam unicam minorem mole, quam fuerit prius, cujus phænomeni prima fronte admodum miri in promptu eſt cauſa in mea Theoria; cum particulæ, quæ nimirum ſe immediate non contingebant, aliis interpoſitis poſſint accedere ad ſe magis, quam prius acceſſerint. Sic ſi haberetur maſſa ingens elaſtrorum e ferro diſtractorum, quorum ſingulis inter cuſpides adjungerentur globuli magnetici, hac nova acceſſione materiæ minueretur moles, victa repulſione mutua per attractionem magneticam, qua cuſpides elaſtrorum ad ſe invicem accederent.

CCCCL. Ubi ſolidum cum ſolido commiſcendum eſt, ut fiat unica maſſa; tum vero oportet ſolida ipſa prius contundere, vel etiam diſſolvere, ut nimirum exiguæ particulæ ſeorſim poſſint ad

exiguas alterius ſolidi accedere, & cum iis conjungi. Id autem fit potiſſimum per ignem, cujus vehementi agitatione, & vero etiam fortaſſe actione ingenti mutua inter ejus particulas, & inter quædam peculiaria ſubſtantiarum genera, ut olea, & ſulphur, quæ ut gluten quoddam conjungebant inter ſe vel inertes particulas, vel etiam mutua repulſione prædiras, diſſolvit omnium corporum nexus mutuos, & maſſas omnes demum, ſi ſatis validus ſit, cogit liquari, & ad naturam fluidorum accedere. Diſſolutarum, ac liqueſcentium maſſarum particulæ commiſcentur, & in unam maſſam coaleſcunt: ubi autem ſic coaluerunt, poſſunt iterum ſæpe diſſimiles ſeparari eadem actione ignis, qui aliquas prius, alias poſterius, cogit minore vi abire per evaporationem, & maxime fixas majore vi reddit volatiles. Ac inæqualibus ejusmodi diverſarum ſubſtantiarum attractionibus, & inæqualibus adhæſionibus inter earum particulas, omnis fere nititur ars ſeparandi metalla a terris, cum quibus in fodinis commixta ſunt, & alia aliorum ope prius uniendi, tum etiam a ſe invicem ſeparandi, quæ omnia ſingillatim perſequi infinitum foret. Generalis omnium explicatio facile repetitur ex illa, quam expoſui, particularum diverſa conſtitutione, quarum aliæ reſpectu aliarum inertes ſunt reſpectu aliarum activitatem habent, ſed admodum diverſam, tum quod pertinet ad directionem, tum quod ad intenſitatem virium.

CCCCLI. De Liquatione, & volatilizatione dicam illud tantummodo, eas fieri poſſe etiam ſola ingenti agitatione particularum fluidi cujuspiam tenuiſſimi, cujus particulæ ad ſolidi, & fixi corporis particulas accedant ſatis, & inter ipſarum etiam intervalla irrumpent; qui motus inteſtinus, unde haberi poſſit, jam exponam, ubi de fermentatione egero, & effervescentia. Nam inprimis ea inteſtina agitatione induci poteſt in particulas corporis ſolidi & fixi motus quidam circa axes quosdam, qui ubi ſemel inductus eſt, jam illæ particulæ vim exercent circumquaque circa illum axem ad ſenſum eandem, ſuccedentibus ſibi invicem celerrime punctis, & directionibus, in quibus diverſæ vires exercentur, qui etiam axes ſi celerrime mutentur, irregulari nimirum impulſu, habebitur in iis particulis id, quod æquivaleat ſphæricitati, & homogeneitati particularum, ex qua fluiditatem ſupra repetivimus, atque hujus ipſius rei exemplum habuimus Num. 236 in motu puncti per peripheriam ellipſeos, cujus focos bina alia puncta occupent. Hæc fluiditas erit violenta, & deſinente tanta illa agitatione, ac ceſſante vi, quæ agitationem inducebat, ceſſabit, ac fluidum etiam ſine admixtione

Digitized by Google

tione novæ ſubſtantiæ poterit evadere ſolidum. Poterit autem paullatim ceſſare motus ille rotationis tam per inæqualitatem exiguam, quæ ſemper remanet inter vires in diverſis locis particulæ diverſas, & obſiſtit ſemper non nihil rotationi; quam per ipſam expulſionem illius agitatæ ſubſtantiæ, ut igneæ, & per reſiſtentiam circumjacentium.

CCCCLII. Deinde haberi etiam poterit liquatio per ſubtractionem heterogenearum & difformium particularum, quæ magis homogeneas, & ad ſphæricitatem accedentes particulas alligabant quodammodo impedito motu in gyrum. Id ſane videtur accidere in pluribus ſubſtantiis, quæ quo magis depurantur, & ad homogeneitatem reducuntur, eo minus tenaces evadunt, & viſcoſæ. Sic viſcoſitas eſt minima in Petroleo, major in Naphtha, & adhuc major in Aſphalto, aut Bitumine, in quibus ſubſtantiis Chemia oſtendit, eo majorem haberi viſcoſitatem, quo habetur major compoſitio.

CCCCLIII. Quod ſi priore modo liquatio accidat, & in eo motu particulæ a limitibus cohæſionis, in quibus erant, abeant ad diſtantias paullo majores, in quibus habeatur ingens repulſivus arcus, ſe repente fugient, quo pacto corpus fixum evadet volatile. Eandem autem volatilitatem acquiret, ſi particulæ, quæ fixum corpus componebant, erant quidem inter ſe in diſtantiis repulſionum validiſſimarum, ſed per interjacentes particulas alterius ſubſtantiæ cohibebatur illa repulſiva vis ſuperata ab attractione, quam exercebat in eas nova intruſa particula: ſi enim hæc agitatione illa excutiatur, vel ab alia, quæ ipſam attrahat magis, prætervolante ad exiguam diſtantiam abripiatur, tum vero repulſiva vis particularum prioris ſubſtantiæ reviviſcit quodammodo, & agit, ac ipſa ſubſtantia evadit volatilis, quæ iterum nova earundem particularum intruſione figitur. Id ſane videtur accidere in aere, qui poteſt ad fixum redigi corpus, & Haleſius demonſtravit per experimenta, partem ingentem lapidum, qui in veſica oriuntur, & calculorum in renibus, conſtare puro aere ad fixitatem reducto, qui deinde poteſt iterum ſtatum volatilem recuperare: ac halitus inprimis ſulphurei, & ipſa reſpiratio animalium ingentem aeris copiam transfert a ſtatu volatili ad fixum. Ibi non habetur aeris compreſſio ſola facta per cellularum parietes ipſum concludentes; ii enim diſrumperentur penitus, cum aer in ejusmodi fixis corporibus reducatur ad molem etiam millecuplo minorem, in quo ſtatu, ſi integras haberet elaſti-

Digitized by Google

cas vires, omnia ſane repagula illa diffringeret. Haleſius putat, eum in illo ſtatu amittere elaſticitatem ſuam, quod fieret utique, ſi particulæ ipſius ad eam inter ſe diſtantiam devenirent, in qua jam vis repulſiva nulla ſit, ſed potius attractiva ſuccedat; ſed fieri itidem poteſt, ut vim quidem repulſivam adhuc ingentem habeant illæ particulæ, ſed ab interpoſita ſulphurei halitus particula attrahantur magis, ut paullo ante vidimus in elaſtris a globulo magnetico cohibitis, & conſtrictis. Tum quidem elaſticitas in aere ad fixitatem redacto maneret tota, ſed ejus effectus impediretur a prævalente vi. Atque id quidem animadverti, & monui ante aliquot annos in Diſſertatione *de Turbine*, in qua omnia turbinis ipſius phænomena ab hac aeris fixatione repetii.

CCCCLIV. Porro agitatio illa particularum in igne, ac in fermentationibus, & effervescentiis, unde oriatur, facile itidem eſt in mea Theoria exponere. Ut primum crus meæ curvæ mihi impenetrabilitatem exhibuit, poſtremum gravitatem, interſectiones autem varia cohæſionum genera; ita alternatio arcuum jam repulſivorum, jam attractivorum, fermentationes exhibet, & evaporationes variorum generum, ac ſubitas etiam deflagrationes, ac explosiones illas, quæ occurrunt in Chemia paſſim, & quam in pulvere pyrio quotidie intuemur. Quæ autem huc ex Mechanica pertinent, jam vidimus Num. 198. Dum ad ſe invicem accedunt puncta cum velocitate aliqua, ſub omni arcu attractivo velocitatem augent, ſub omni repulſivo minuunt; contra vero dum a ſe invicem recedunt, ſub omni repulſivo augent, ſub omni attractivo minuunt, donec in acceſſu inveniant arcum repulſivum, vel in receſſu attractivum ſatis validum ad omnem velocitatem extinguendam. Ubi eum invenerint, retro curſum reflectant, & oſcillant hinc, & inde, in quo itu, & reditu perturbato, ac celeri, fermentationis habemus ideam ſatis diſtinctam.

CCCCLV. Et in acceſſu quidem ſemper devenitur ad arcum repulſivum aliquem parem extinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ; devenitur enim ſaltem ad primum aſymptoticum crus, quod in infinitum protenditur: at pro receſſu duo hic caſus occurrunt potiſſimum conſiderandi. Vel enim etiam in receſſu devenitur ad aliquod crus aſymptoticum attractivum cum area infinita, de cujusmodi caſibus egimus jam Num. 194, vel devenitur ad arcum attractivum recedentem longiſſime, & continentem aream admodum ingentem, ſed finitam. In utroque caſu actio punctorum, quæ ex-

Digitized by Google

extra maſſam ſunt ſita, aliorum punctorum maſſæ inteſtino illo motu agitatæ oſcillationem augebit, aliorum imminuet, & puncta alia poſt alia procurrent ulterius verſus aſymptotum, vel limitem terminantem attractivas vires; quin etiam actiones mutuæ punctorum non in directum jacentium in maſſa multis punctis conſtante, mutabunt ſane ſingulorum punctorum maximos excurſus hinc, & inde, & variabunt plurimum acceſſus mutuos, ac receſſus, qui in duobus punctis ſolis motum habentibus in recta, quæ illa conjungit, deberent, uti monuimus Num. 191, ſine externis actionibus eſſe conſtantis ſemper magnitudinis. In acceſſu tamen in utroque caſu ad compenetrationem ſane nunquam deveniretur; in receſſu vero in primo caſu cruris aſymptotici, & attractionis in infinitum creſcentis cum area curvæ in infinitum aucta, itidem nunquam deveniretur ad diſtantiam illius aſymptoti. Quare in eo primo caſu utcunque vehemens eſſet interna maſſæ fermentatio, utcunque magnis viribus ab externis punctis in majore diſtantia ſitis perturbaretur eadem maſſa, ipſius diſſolutio per nullam finitam vim, aut velocitatem alteri parti impreſſam haberi unquam poſſet.

CCCCLVI. At in ſecundo caſu, in quo arcus attractivus ille ultimus ejus ſpatii ingens eſſet, ſed finitus; poſſet utique quorundam punctorum in illa agitatione augeri excurſus usque ad limitem; poſt quem limitem ſuccedente repulſione, jam illud punctum a maſſa illa quodammodo velut avulſum avolaret, & motu accelerato recederet. Si poſt eum limitem ſumma arearum repulſivarum eſſet major, quam ſumma attractivarum, donec deveniatur ad arcum illum, qui gravitatem exprimit, in quo vis jam eſt perquam exigua, & area aſymptotica ulterior in infinitum etiam producta, eſt finita, & exigua; tum vero puncti elapſi receſſus ab illa maſſa nunquam ceſſaret actione maſſæ ipſius, ſed ipſum punctum pergeret recedere, donec aliorum punctorum ad illam maſſam non pertinentium viribus ſiſteretur, vel detorqueretur utcunque. In fortuita autem agitatione interna, ut & in externa perturbatione fortuita, illud accidet, quod in omnibus fortuitis combinationibus accidit, ut numerus caſuum cujusdam dati generis in dato ingenti numero caſuum æque poſſibilium dato tempore recurrat ad ſenſum idem, adeoque effluxus eorum punctorum, ſi maſſa perſeveret ad ſenſum eadem, erit dato tempore ad ſenſum idem, vel maſſa multum imminuta, imminuetur in aliqua ratione maſſæ, cum a multitudine punctorum pendeat etiam caſuum poſſibilium multitudo.

CCCCLVII.

Digitized by Google

CCCCLVII. Hic jam plurima conſiderari poſſent, & caſuum differentium, ac combinationum numerus in immenſum excreſcit; ſed pauca quædam adnotabimus. Ubi intervallum, quod maſſam claudit inter limites acceſſus, & receſſus, eſt aliquanto majus, & poſteriorum arearum repulſivarum ſumma non multum excedit ſummam attractivarum, fiet paullatim lenta quædam evaporatio: puncta, quæ in fortuita agitatione ad eum finem deveniunt, erunt pauca reſpectu totius maſſæ, quæ tamen in ingenti maſſa, & eodem fermentationis ſtatu erunt eodem tempore ad ſenſum æquali numero; ac maſſa imminuta imminuetur & is numerus; maſſa autem diu perſeverabit ad ſenſum nihil mutata. Habebitur ibi quædam velut ebullitio, & vaporum quantitas, ac vis in egreſſu in diverſis ſubſtantiis variari plurimum poterit, cum pendeat a ſitu, in quo illa puncta collocata ſint intra curvam; nam poſſunt in aliis ſubſtantiis eſſe citra alios ingentes arcus attractivos, quorum poſteriores vel ſint prioribus minus validi, vel arcus repulſivos ſe ſubſequentes minus validos habeant.

CCCCLVIII. Sed ſi intervallum, quod maſſam claudit inter limites acceſſus & receſſus, ſit perquam exiguum, arcus attractivus poſtremus non ſit ita validus, & ſuccedat arcus repulſivus validiſſimus; fieri utique poterit, ut maſſa, quæ reſpective quieſcebat, accedente exiguo motu a particulis externis ſatis proxime accedentibus, ut poſſint inæqualem motum imprimere punctis particularum maſſæ, agitatio ejuſmodi in ipſa maſſa oriatur, qua breviſſimo tempore puncta omnia tranſcendant limitem, & cum ingenti repulſiva vi, ac velocitate a ſe invicem diſcedant. Id videtur accidere in exploſione ſubita pulveris pyrii, qui plerumque non accenditur contuſione ſola, ſed exigua ſcintilla accedente diſſilit fere momento temporis, & tanta vi repulſiva globum e tormento ejicit. Idem apparet in iis phoſphoris, quæ deflagrant ſolo aeris contactu: ac nemo non videt, quanta in iis omnibus haberi poſſint diſcrimina. Poſſunt nimirum alia facilius, alia difficilius deflagrare, alia ſerius, alia citius: poteſt ſine lenta evaporatione ſolvi tota maſſa tempore breviſſimo; poteſt, ubi maſſa fuerit heterogenea, avolare unum ſubſtantiæ genus aliis remanentibus, & interea poſſunt ex iis, quæ remanent, fieri alia mixta admodum diverſa a præcedentibus, mutato etiam textu particularum altiorum ordinum per id, quod plures particulæ ordinum inferiorum, quæ pertinebant ad diverſas particulas ſuperiorum, coaleſcant in particulam ordinis ſuperioris no-

Digitized by Google

novi generis: hinc tam multæ compoſitiones, & transformationes in Natura, & in Chemia inprimis: hinc tam multa, tam diverſa vaporum genera, & in aere elaſtico a tam diverſis corporibus fixis genito tantum diſcrimen. Patet ubique immenſus excurſui campus; ſed eo relicto progredior ad alia non nulla, quæ ad fermentationes, & evaporationes itidem pertinent.

CCCCLIX. Subſtantia, quæ fuerat diſſoluta, non ſolum per præcipitationem colligitur iterum, ut ubi metalla cadunt ſuo pondere in tenuem pulviſculum redacta; ſed etiam per evaporationem, ut diximus, in ſalibus, qui evaporato illo fluido, in quo fuerant diſſoluti, remanent in fluido. Et quidem ſales non remanent ſub forma tenuis pulviſculi, particulis minutiſſimis prorſus inertibus; ſed colliguntur in maſſulas grandiuſculas habentes certas figuras, quæ in aliis ſalibus aliæ ſunt, & anguloſæ in omnibus, ac in maxime corroſivis horrendum in modum cuſpidatæ, ac ferratæ; unde & ſapores ſalium acutiores, & aliquorum ex iis, quæ corroſiva ſunt, fibrillarum tenuium in animantibus proſciſſio, ac deſtructio organorum neceſſariorum ad vitam. Quo autem pacto eas potiſſimum figuras induere poſſint, id patet ex Num. 434, ut & figuræ cryſtallorum & ſuccorum, ex quibus gemmæ, & duri lapides ſunt, ubi ſimplices ſunt, & ſuam quique figuram affectant, ac aliorum ejusmodi, quæ poſt evaporationem concreſcunt, haberi utique poſſunt, ut ibidem oſtenſum eſt, per hoc, quod in certis tantummodo lateribus, & punctis particulæ alias particulas poſitas ad certas diſtantias attrahant, adeoque ſibi adjungant certo illo ordine, qui reſpondet illis punctis, vel lateribus.

CCCCLX. Fermentatio paullatim minuitur, & demum ceſſat, cujus imminuti motus cauſas attigi pluribus locis. ut Num. 196. Eodem autem pertinet illud etiam, quod innui Num. 435. Irregularitas particularum, ex quibus corpora conſtant, & inæqualitas virium, plurimum confert ad imminuendam, & demum ſiſtendum motum. Ubi nimirum aliquæ particulæ, vel totæ irruerunt in majorum cavitates, vel ubi ſuos uncos quosdam aliarum uncis, vel foraminibus inſeruerunt, explicari non poſſunt; & ſublapſus quidam, & compreſſiones particularum accidunt in maſſa temere agitata, quæ motum imminuunt, & ad ſenſum extinguunt, quo & in mollibus ſiſti motus poteſt poſt amiſſam figuram. Multum itidem poteſt ad minuendum, ac demum ſiſtendum motum ſola aſperitas ipſa particularum, ut motus in ſcabro corpore ſiſtitur per fri-

Digitized by Google

ctionem; multum incurſus in externa puncta, ut aer pendulum ſiſtit; multum particulæ, quæ emittuntur in omnes plagas, ut in evaporatione, vel ubi corpus refrigeſcit, excuſſis pluribus igneis particulis, quæ dum evolant actione particularum maſſæ, ipſis maſſæ particulis procurrentibus motum in partes contrarias imprimunt, & dum illæ, quæ oſcillationem auxerant, aliæ poſt alias aufugiunt; illæ, quæ remanent, ſunt, quæ oſcillationes ipſas internis, & externis actionibus minuebant.

CCCCLXI. Porro non omnes ſubſtantiæ cum omnibus fermentant, ſed cum quibusdam tantummodo: acida cum alcalinis; & quod quibusdam videtur mirum, ſunt quædam, quæ apparent acida reſpectu unius ſubſtantiæ, & alcalina reſpectu alterius. Ea omnia in mea Theoria facilem admodum explicationem habent: nam vidimus, particulas quasdam reſpectu quarundam inertes eſſe, cum quibus commixtæ idcirco non fermentant; reſpectu aliarum exercere vires varias; adeoque ſi reſpectu quarundam habeant pro variis diſtantiis diverſas vires, & alternationem ſatis magnam attractionum, ac repulſionum, ſtatim, ac ſatis prope ad ipſas acceſſerint, fermentant. Sic ſi limatura ferri cum ſulphure commiſceatur, & inſpergatur aqua, oritur aliquanto poſt ingens fermentatio, quæ & inflammationem parit, ac terræ motuum exhibet imaginem quandam, & Vulcanorum. Oportuit ferrum in tenues particulas diſcerpere, ac ad majorem mixtionem adhuc adhibere aquam.

CCCCLXII. Ignem ego itidem arbitror eſſe quoddam fermentationis genus, quod acquirat vel potiſſimum, vel etiam ſola ſulphurea ſubſtantia, cum qua fermentat materia lucis vehementiſſime, ſi in ſatis magna copia collecta ſit. Ignem autem voco eum, qui non tantum rarefacit motu ſuo, ſed & calefacit, & lucet; quæ omnia habentur, quando materia illa ſulphurea ſatis fermenteſcit. Porro ignis comburit, quia in ſubſtantiis combuſtibilibus multum adeſt ſubſtantiæ cujusdam, quæ ſulphure abundat plurimum, & quæ idcirco ſulphurea appellari poteſt, quæ vel per lucem in ſatis magna copia collectam, vel per ipſam jam fermenteſcentem ſulphuream ſubſtantiam ſatis prægnantem ipſa lucida materia ſibi admotam fermenteſcit itidem, & diſſolvitur, ac avolat. Is ingens motus inteſtinus particularum excurrentium fit utique per vires mutuas inter particulas, quæ erant in æquilibrio; ſed mutatis parum admodum diſtantiis exigui etiam punctorum numeri per exiguum unius ſcintillæ, vel tenuiſſimorum radiorum acceſſum, jam aliæ vi-

res

Digitized by Google

res ſuccedunt, & per earum reciprocationem perturbatus punctorum motus, qui cito per totam maſſam propagatur.

CCCCLXIII. Imaginem rei admodum vividam habere poſſumus in ſola etiam gravitate. Emergat e mari ſatis editus mons, per cujus latera diſpoſitæ ſint verſus fundum ingentes lapidum prægrandium moles; tum quo magis aſcenditur, eo minores; donec verſus apicem lapilli ſint, & in ſummo monte arenulæ; ſint autem omnia fere in æquilibrio pendentia ita, ut vi reſpectu molis exigua devolvi poſſint. Si avicula in ſummo monte commoveat arenulam pede, ea decidit, & lapillos ſecum dejicit, qui, dum ruunt, majores lapides ſecum trahunt, & hi demum ingentes illas moles: fit ruina immanis, & ingens motus, qui, decidentibus in mare omnibus, mare ipſum commovet, ac in eo agitationem ingentem, & undas immanes ciet, imotu aquarum vehementiſſimo diutiſſime perdurante. Avicula æquilibrium arenulæ ſuſtulit vi perquam exigua; reliquos motus gravitas edidit, quæ occaſionem agendi eſt nacta ex illo exiguo motu aviculæ. Hæc imago quædam eſt virium inteſtinarum agentium, ubi cum vires creſcere poſſint in immenſum mutata utcunque parum diſtantia, multo adhuc major effectus haberi poteſt, quam in caſu gravitatis, quæ quidem perſeverat eadem, aucta tantummodo velocitate deſcenſus per novas acceleraciones

CCCCLXIV. Quod ſi ignis excitatur tantummodo per ſulphureæ ſubſtantiæ fermentationem, ubi nihil adſit ejus ſubſtantiæ, nullus erit metus ab igne. Videmus utique, quo minus ejusmodi ſubſtantiæ corpora habeant, eo minus igni obnoxia eſſe, ut ex amianto & telæ fiant, quæ igne moderato purgantur, non comburuntur. Cenſeo autem idcirco noſtras hasce terreſtres ſubſtantias ab igne ſatis intenſo diſſolvi omnes, & inflammari, quod omnes ejusmodi ſubſtantiæ aliquid admixtum habeant, quod nectat etiam inter ſe plurimas inertes particulas. At ſi corpora haberentur aliqua, quæ nihil ex ejusmodi ſubſtantia haberent admixtum, ea in medio igne vehementiſſimo illæſa perſtarent, nec ullum motum acquirerent, quem nimirum noſtra hæc corpora acquirunt ab igne non per incurſum, ſed per fermentationem ab internis viribus excitatam. Hinc in ipſo ſole, & Fixis, ubi noſtra corpora momento fere temporis conflagrarent, & in vapores abirent tenuiſſimos, poſſunt eſſe corpora ea ſubſtantia deſtituta, quæ vegetent, & vivant ſine ulla organici ſui textus læſione minima. Videmus certe maculas ſuperficiei ſolis proximas durantes aliquando per menſes

Digitized by Google

etiam plures, ubi noſtræ nubes, quibus eæ videntur ſatis analogæ, breviſſimo tempore diſſiparentur.

CCCCLXV. Id mirum videbitur homini præjudiciis præoccupato; nec intelliget, qui fieri poſſit, ut vivat aliquid in ſole ipſo, in quo tanto major eſſe debet vis uſtoria, dum hic exiguus radiorum ſolarium numerus majoribus cavis ſpeculis, vel lentibus collectus diſſolvit omnia. At ut evidenter pateat, cujusmodi præjudicium id ſit, fingamus noſtra corpora compacta eſſe ex illis terris, quas bolos vocant, quæ a diverſis aquis mineralibus deponuntur, & quæ cum acidis fermentant, ac omnia corpora, quæ habemus præ manibus, vel ex eadem eſſe terra, vel plurimum ex ea habere admixtum. Acetum nobis haberetur loco ignis: quæcunque corpora in acetum deciderent, ingenti motu excitato diſſolverentur citiſſime; & ſi manum immitteremus in acetum, ea ipſa per fermentationem exortam amiſſa, protinus horrore concuteremur ad ſolam aceti viciniam, & eodem modo videretur nobis abſurdum quoddam, ubi audiremus, eſſe ſubſtantias, quæ acetum non metuant, & in eo diu perſtare poſſint ſine minimo motu, atque ſui textus læſione, quo vulgus rem prorſus abſurdam cenſebit, ſi audiat, in medio igne, in ipſo ſole, poſſe haberi corpora, quæ nullam inde læſionem accipiant, ſed paratiſſime quieſcant, & vegetent, ac vivant.

CCCCLXVI. Hæc quidem de igne; jam aliquid de luce, quam ignis emittit, & quæ ſatis collecta ipſum excitat. Ipſa lux poteſt eſſe effluvium quoddam tenuiſſimum, & quaſi vapor fermentatione ignea vehementi excuſſus. Et ſane validiſſima, meo quidem judicio, argumenta ſunt, contra omnes alias hypotheſes, ut contra undas, per quas olim phænomena lucis explicare conatus eſt Hugenius, quam ſententiam diu conſepultam iterum excitare conati ſunt nuper ſummi noſtri ævi Geometræ; ſed meo quidem judicio ſine ſucceſſu; nam explicarunt illi quidem, & ſatis ægre, paucas admodum luminis proprietates, aliis intactis prorſus, quæ ſane per eam hypotheſin nullo pacto explicari poſſe cenſeo, & quarum aliquas ipſi arbitror omnino opponi; ſed eam ſententiam impugnare non eſt hujus loci, quod quidem alibi jam præſtiti non ſemel. Mirum ſane, quam egregie in effluviorum emanantium ſententia ex mea Theoria profluant omnes tam variæ lucis proprietates, quam explicationem fuſe perſecutus ſum in 2da parte Diſſertationis *de Lumine*: præcipua capita hic attingam; interea illud innuam, videri admodum rationi conſentaneam ejusmodi ſententiam materiæ effluen-

fluentis, vel ex eo, quod in ingenti agitatione, quam habet ignis, debet utique juxta id, quod vidimus Num. 194, evolare copia quædam particularum, ut in ebullitionibus, effervescentiis, fermentationibus passim evaporationes habentur.

CCCCLXVII. Præcipuæ proprietates luminis sunt ejus emissio constans, & ab æquali massa, ut ab eodem sole, ab ejusdem candelæ flamma, ad sensum eadem intensitate; immanis velocitas; nam semidiametrorum terrestrium 20 millia, quanta est circiter Solis a Terra distantia, percurrit semiquadrante horæ; velocitatum discrimen exiguum in diversis radiis, nam celeritatis discrimen in radiis homogeneis vix ullum esse, si quod est, colligitur e pluribus indiciis; propagatio rectilinea per medium diaphanum ejusdem densitatis ubique cum impedimento progressus per media opaca, sine ullo impedimento sensibili ex impactu in se invicem radiorum tot diversas directiones habentium, aut in partes internas diaphanorum corporum utcunque densorum; reflexio partis luminis ad angulos æquales in mutatione medii, parte, quæ reflectitur, eo majore respectu luminis, quo obliquitas incidentiæ est major; refractio alterius partis in eadem mutatione cum lege constantis rationis inter sinum incidentiæ, & sinum anguli refracti; quæ ratio in diversis coloratis radiis diversa est, in quo stat diversa diversorum coloratorum radiorum refrangibilitas; dispersio & in reflexione, & in refractione exiguæ partis luminis cum directionibus quibuscunque quaquaversus; alternatio binarum dispositionum in quovis radio, in quarum altera facilius reflectatur, & in altera facilius transmittatur lux delata ad superficiem dirimentem duo media heterogenea, quas Newtonus vocat vices facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, cum intervallis vicium, post quæ nimirum dispositiones maxime faventes reflexioni, vel refractioni redeunt, æqualibus in eodem radio ingresso in idem medium, & diversis in diversis coloratis radiis, in diversis mediorum densitatibus, & in diversis inclinationibus, in quibus radius ingreditur; ex quibus vicibus, & earum intervallis diversis in diversis coloratis radiis pendent omnia phænomena laminarum tenuium, & naturalium colorum tam permanentium, quam variabilium, uti & crassarum laminarum colores, quæ omnia satis luculenter exposuit in celebri Dissertatione *de Lumine* P. Carolus Benvenuti e Soc. nostra Scriptor accuratissimus; ac demum illa, quam vocant diffractionem, qua radii in transitu prope corpo-

Digitized by Google

rum acies inflectuntur, & qui diverſum colorem, ac diverſam refrangibilitatem habent, in angulis diverſis.

CCCCLXVIII. Quod pertinet ad emiſſionem, jam eſt expoſitum Num. 195 & Num. 456; ubi etiam oſtenſum eſt illud, manente eadem maſſa, quæ emittit effluvia, ipſorum multitudinum dato tempore eſſe ad ſenſum eandem. Porro fieri poteſt, ut maſſa, quæ lumen emittit, penitus diſſolvatur, ut in ignibus ſubitis accidit; & fieri poteſt, ut perſeveret diutiſſime. Id potiſſimum pendet a magnitudine intervalli, in quo fit oſcillatio fermentationis, & a natura arcus attractivi terminantis id intervallum juxta Num. 194. Quin immo ſi Auctor naturæ voluit maſſam vehementiſſima etiam fermentatione agitatam prorſus indiſſolubilem quacunque finita velocitate, potuit facile id præſtare juxta Num 455 per alios aſymptoticos arcus cum areis infinitis, intra quorum limites ſit maſſa fermenteſcens; quorum ope ea colligari poteſt ita, ut diſſolvi omnino nequiret, ponendo deinde materiam luminis emittendi ultra intervallum earum aſymptotorum reſpectu particularum ejus maſſæ, & citra arcum attractivum ingentis areæ, ſed non infinitæ, ex quo aliæ lucidæ particulæ evolare poſſint poſt alias. Nec illud, quod vulgo objici ſolet, tanta luminis effuſione debere multum imminui maſſam ſolis, habet ullam difficultatem, poſita illa componibilitate in infinitum, & illa ſolutione problematis, quæ habetur Num. 391. Poteſt enim in ſpatiolo utcunque exiguo haberi numerus utcunque ingens punctorum, & omnis maſſa luminis, quæ diffuſa tam immanem molem occupat, poteſt in ſole, vel prope ſolem occupaviſſe ſpatiolum, quantum libuerit, parvum, ut idcirco ſol poſt quotcunque ſæculorum millia ne latum quidem unguem decreſcat. Id pendet a ratione denſitatis luminis ad denſitatem ſolis, quæ ratio poteſt eſſe utcunque parva; & quidem pro immenſa luminis tenuitate ſunt argumenta admodum valida, quorum aliqua proferam infra.

CCCCLXIX. Celeritas utcunque magna haberi poteſt ab arcubus repulſivis latis validis, qui occurrant poſt extremum limitem oſcillationis terminatæ ab arcu ingenti attractivo juxta Num. 194; nam ſi inde evadat particula cum velocitate nulla, quadratum velocitatis totius definitur ab exceſſu arearum omnium repulſivarum ſupra omnes attractivas juxta Num. 177, qui exceſſus cum poſſit eſſe utcunque magnus, ejusmodi celeritas poteſt itidem eſſe utcunque magna. Verum celeritatis diſcrimen in particulis homogeneis erit prorſus inſenſibile, quis particulæ luminis ejusdem generis ad

finem

finem oſcillationis advenient cum velocitatibus fere nullis; nam eæ, quæ juxta Theoriam expoſitam Num. 194 paullatim augent oſcillationem ſuam, demum adveniunt ad limitem cohibentem maſſam, & avolant; quo ſi tum, cum avolant, advenirent cum ingenti velocitate, adveniſſent utique eodem, & effugiſſent in oſcillatione præcedenti. Demonſtravimus autem ibidem, exiguum diſcrimen velocitatis in ingreſſu ſpatii, in quo datæ vires perpetuo accelerant motum, & generant velocitatem ingentem, inducere diſcrimen velocitatis genitæ perquam exiguum etiam reſpectu illius exigui diſcriminis velocitatis initialis, quod demonſtravimus ibi ratione petita a natura quadrati quantitatis ingentis conjuncti cum quadrato quantitatis multo minoris, quod quantitatem exhibet a priore illa differentem multo minus, quam ſit quantitas illa parva, cujus quadratum conjungitur. Diſcrimen aliquod ſenſibile haberi poterit, ſi quæ effugiunt, non ſint puncta ſimplicia, ſed particulæ non nihil inter ſe diverſæ; nam curva virium, qua maſſa tota agit in ejusmodi particulas, poteſt eſſe non nihil diverſa pro illis diverſis particulis; adeoque exceſſus ſummæ arearum repulſivarum ſupra attractivarum poteſt eſſe non nihil diverſus, & quadratum velocitatis ipſi reſpondens non nihil itidem diverſum. Hoc pacto particulæ luminis homogeneæ habebunt velocitatem ad ſenſum prorſus æqualem; particulæ heterogeneæ poterunt habere non nihil diverſam, uti ex obſervatione phænomenorum videtur omnino colligi. Illud unum hac in re notandum ſupereſt, quod curva virium, qua maſſa tota agit in particulam poſitam jam ultra terminum oſcillationum, mutatis per oſcillationem ipſam punctis maſſæ, mutabitur non nihil; ſed quoniam in fortuita ingenti agitatione maſſæ totius ſæpe me ſuccedunt omnes diverſæ poſitiones punctorum, ſumma omnium erit ad ſenſum eadem, potiſſimum pro particula diutius hærente in illo initio ſuæ fugæ, ad quod advenit, uti diximus, cum velocitate perquam exigua, ut idcirco homogenearum particularum velocitas, ubi jam deventum fuerit ad arcum gravitatis, & vires exiguas, debeat eſſe ad ſenſum eadem, & diſcrimen aliquod haberi poſſit tantummodo in heterogeneis particulis a diverſo earum textu. Patet igitur, unde celeritas ingens provenire poſſit, & ſi quod eſt, celeritatis diſcrimen exiguum.

CCCCLXX. Quod pertinet ad propagationem rectilineam per medium homogeneum diaphanum, & ad motum liberum ſine ullo impedimento a particulis ipſius luminis, vel medii diaphani, in

id in mea Theoria admodum facile exponitur, quod in aliis ingentem difficultatem parit. Et quidem quod pertinet ad impedimenta, ſi curva virium nullum habeat arcum aſymptoticum perpendicularem axi præter primum, oſtenſum eſt Num 361, ſola ſatis magna velocitate obtineri poſſe apparentem compenetrationem duarum ſubſtantiarum, quam tenuitas, & homogeneitas ſpatii, per quod tranſitur, plurimum juvat. Quoniam reſpectu punctorum prorſus indiviſibilium, & inextenſorum materiæ infinities infinita ſunt puncta ſpatii exiſtentium in eodem plano, infinities infinite eſt improbabilis pro quovis momento temporis directio motus puncti materiæ cujusvis accurate verſus aliud punctum materiæ, ac improbabilitas pro ſumma momentorum omnium contentorum dato quovis tempore utcunque longo evadit adhuc infinita. Ingens quidem eſt numerus punctorum lucis, & propemodum immenſus; ſed in mea Theoria utique finitus. Ea puncta quovis momento temporis directiones motuum habent numero propemodum immenſo, ſed in mea Theoria finito. Verum quidem eſt, ubicunque oculus collocetur in immenſa propemodum ſuperficie ſphæræ circa unam Fixam remotiſſimam deſcripta, immo intra ipſam ſphæram, videri Fixam, & proinde aliquam luminis particulam afficere noſtrum oculum; ſed id fit in mea Theoria non quia accurate in omnibus abſolute infinitis directionibus adveniant radii, ſed quod pupilla, & fibræ oculorum non unicum punctum ſunt, & vires punctorum particularium luminis agunt ad aliquod intervallum. Hinc quovis utcunque longo tempore nullus debet accidere caſus in mea Theoria, in quo punctum aliquod luminis directe tendat contra aliquod aliud punctum vel luminis, vel ſubſtantiæ cujusvis, ut in ipſum debeat incurrere. Quamobrem per incurſum, & immediatum impactum nullum punctum luminis aut ſiſtet motum ſuum, aut deflectet.

CCCCLXXI. Id quidem commune eſt omnibus corporibus, quæ corpora inter ſe congrediuntur. Ea nullum habent in mea Theoria punctum immediatum incurrens in aliud punctum; quam ob cauſam & illud ibidem dixi, ſi nullæ vires mutuæ adeſſent, debere utique haberi apparentem quandam compenetrationem omnium maſſarum; ſed adhuc vel ex hoc ſolo capite veram compenetrationem haberi nunquam omnino poſſe. Vires igitur, quæ ad aliquam diſtantiam prorenduntur, impediunt progreſſum. Eæ vires ſi circumquaque eſſent ſemper æquales, nullum impedimentum haberet motus, qui vi inertiæ deberet eſſe rectilineus. Quare ſola differen-

Digitized by Google

rentia virium agentium in punctum mobile obſtare poteſt. At ſi nulla occurrat infinita vis arcus aſymptotici cujuspiam poſt primum, vires omnes finitæ ſunt, adeoque & differentia virium ſecundum diverſas directiones agentium finita eſt ſemper. Igitur utcunque ea ſit magna, ipſam finita quædam velocitas elidere poteſt, quin permittat ullam retardationem, acceleratione m, deviationem, quæ ad datam quampiam utcunque parvam magnitudinem aſſurgat: nam vires indigent tempore ad producendam novam velocitatem, quæ ſemper proportionalis eſt tempori, & vi. Hinc ſi ſatis magna velocitas haberetur, quævis ſubſtantia trans aliam quamvis libere permearet ſine ullo ſenſibili obſtaculo, & ſine ulla ſenſibili mutatione diſpoſitionis propriorum punctorum, & ſine ulla jactura nexus mutui inter ipſa puncta, & cohæſionis, quod ibidem illuſtravi exemplo ferrei globuli inter magnetes diſperſos cum ſatis magna velocitate libere permeantis; ubi etiam illud vidimus, in hoc caſu virium ubique finitarum impenetrabilitatis ideam, quam habemus, nos debere ſoli mediocritati noſtrarum velocitatum, & virium, quarum ope non poſſumus imprimere ſatis magnam velocitatem, & libere trans murorum ſepta, & trans occluſas portas pervadere.

CCCCLXXII. Id quidem ita ſe habet, ſi nullæ præter primam aſymptoti habeantur, quæ vires abſolute infinitas inducant; nam ſi per ejusmodi aſymptoticos arcus particulæ iant & indiſſolubiles, & prorſus impenetrabiles juxta Nom. 361; tum vero nulla utcunque magna velocitate poſſet una particula alteram ... volare, & res eodem recideret, quo in communi ſententia de continua extenſione materiæ. Tum nimirum oporteret lucis particulas minuere, non quidem in infinitum, quod ego quidem abſolute impoſſibile arbitror, ut & quantitates, quæ revera infinite parvæ ſint in ſe ipſis tales, ac independenter ab omni noſtro cogitandi modo determinatæ, nec vero earum usquam habetur neceſſitas in Natura; ſed ita, ut adhuc incurſus unius particulæ in aliam pro quovis finito tempore ſit, quantum libuerit, improbabilis, quod per finitas utique magnitudines præſtari poteſt. Si enim concipiatur planum per lucis particulam quamcunque ductum, & cum ea progrediens, eorum planorum numerus dato quovis finito tempore utcunque longo erit utique finitus, ſi particulæ inter ſe diſtent quovis utcunque exiguo intervallo, quarum idcirco finito quovis tempore non niſi finitum numerum emittet maſſa utcunque lucida. Porro quodvis ex ejusmodi planis ad medias, qua latiſſimæ ſunt, alias particu-

Digitized by Google

las luminis inter ſe diſtantes finito numero vicium appellet utique intra finitum quodvis tempus, cum id per intervalla finita tantummodo debeat accidere, & ſumma ejusmodi acceſſuum pertinentium ad omnia plana particularum numero finitarum finita erit itidem, utcunque magna. Licebit autem ita particularum diametros maximas imminuere, ut ſpatium plani ad datam quamvis diſtantiam protenſi circumquaque utcunque etiam exiguam, habeat ad ſectionem maximam particulæ rationem, quantum libuerit, majorem illa, quam exprimit ille ingens, ſed finitus acceſſuum numerus, ac idcirco numerus directionum, per quas poſſint tranſire omnia illa plana ad omnes particulas pertinentia ſine incurſu in ullam particulam, erit numero earum, per quas fieri poſſit incurſus, major in ratione ingenti, quantum libuerit, etiam ſi cum ea lege progredi deberent, ut altera non deberet tranſire in majore diſtantia ab altera, quam ſit intervallum illud determinans exiguum illud ſpatium, ad quod aſſumpta eſt particularum ſectio minor in ratione, quantum libuerit, magna. Infinito nusquam opus erit in Natura, & ſeries finitorum, quæ in infinitum progreditur, ſemper aliquod finitum nobis offert ita magnum, vel parvum, ut ad phyſicos uſus quoscunque ſufficiat.

CCCCLXXIII. Quod de particulis inter ſe collatis eſt dictum, idem locum habet & in particulis reſpectu corporum quorumcunque, perſimum ſi corpora juxta meam Theoriam conſtituta ſint particulis diſtantibus a ſe invicem, & non continuo nexu colligatis, ſive extenſionis vere continuæ illius veli, aut muri continuam infinite objicientis reſiſtentiam, de quo egimus Num. 361. Verum ejusmodi aſymptoticorum arcuum nulla mihi eſt neceſſitas in mea Theoria, & hic itidem per nexus, ac vires limitum ingentis, quantum libuerit, quanquam non etiam infiniti valoris, omnia præſtari poſſunt in natura, & ſi principio inductionis inhærere libeat, debemus potius arbitrari, nullos eſſe alios ejusmodi aſymptoticos arcus in curva, quam Natura adhibet; cum in ingenti intervallo a Fixis ad particulas minimas, quas intueri per microſcopia poſſumus, nullus ejusmodi nexus occurrat, quod indicat motus continuus particularum luminis per omnes ejusmodi tractus; niſi forte primus ille repulſivus, & poſtremus ejus naturæ arcus, ad gravitatem pertinens, indicio ſint, eſſe & alios alibi in diſtantiis, quæ citra microſcopiorum, vel ultra teleſcopiorum poteſtatem contrahuntur, vel protenduntur. Ceterum ſi vires omnes finitæ ſint, & puncta materiæ

Digitized by Google

teriæ juxta meam Theoriam ſimplicia penitus, & inextenſa; multo ſane facilius concipitur, qui fiat, ut habeatur hæc apparens compenetratio ſine ullo incurſu, & ſine ulla diſſolutione particularum cum tranſitu aliarum per alias.

CCCCLXXIV. Porro duo ſunt, quorum ſingula rem præſtare poſſunt, velocitas ſatis magna, quæ nimirum utcunque magnam virium inæqualitatem poteſt eludere, & virium circumquaque poſitarum æqualitas, quæ differentiam relinquat omnino nullam. Differentia nunquam ſane habebitur omnino nulla, ubi punctum materiæ prætervolet per quandam punctorum veluti ſilvam, quorum alia ab aliis diſtent; neceſſario enim mutabit diſtantiam ab iis, a quibus minimum diſtat, jam accedens non nihil, jam recedens. Verum ubi diſtributio particularum ad æqualitatem quandam multum acceſſerit, inæqualitas virium erit perquam exigua, ſi omnium virium habeatur ratio, quas exercent omnia puncta diſpoſita circa id punctum ad intervallum, ad quod ſatis ſenſibiles meæ curvæ vires protenduntur. Concipiamus enim ſphæram quandam, quæ habeat pro ſemidiametro illam diſtantiam, ad quam protenduntur flexus curvæ virium primigeniæ, ſive ad quam vires ſingulorum punctorum ſatis ſenſibiles pertingunt. Si medium ſatis ad homogeneitatem accedat, ſecta illa ſphæra in duas partes utcunque per centrum, in utraque numerus punctorum materiæ erit quam proxime idem, & ſumma virium quam proxime eadem, ſe compenſantibus omnibus exiguis inæqualitatibus in tanta multitudine, quod in omnibus fit ſatis numeroſis fortuitis combinationibus; adeoque ſine ullo ſenſibili impedimento, ſine ingenti flexione procedetur punctum quodcunque motu vel rectilineo, vel tremulo quidem non nihil, ſed parum admodum, & ad ſenſum æque in omnem plagam.

CCCCLXXV. Quod ſi accedat ingens velocitas, multo adhuc mior erit inæqualitatum effectus, tum quod multo minus habebunt temporis vires, ut agant; tum quod in ipſo continuato progreſſu inæqualitates jam in unam plagam prævalebunt, jam in aliam, quibus ſibi mutuo celerrime ſuccedentibus, magis adhuc uniformis, & rectilineus erit progreſſus. Sic ubi turbo ligneus gyrat celerrime circa verticalem axem cuſpide tenuiſſima innixum ſolo, ſtat intique, inæqualitate ponderis, quæ ad caſum determinat, jam ad aliam plagam jacente, & totam inclinante molem, jam ad aliam,

Digitized by Google

qui, celeritate motus circularis imminuta, decidit inclinatus, quo exigit præponderantia.

CCCCLXXVI. Quod autem homogeneitas medii, & velocitas præſtant ſimul, id adhuc auget multo magis is nexus, qui eſt inter materiæ puncta particulam componentia, & æquali ad ſenſum velocitate delata, qui mutuis viribus cum acceſſum ad ſe, invicem punctorum particulam componentium, & receſſum impediat, cogit totam particulam ſimul trepidare eo ſolo motu, quem inducit ſumma inæqualitatum pertinentium ad puncta omnia, quæ ſumma adhuc magis ad æqualitatem accedit: nam in fortuitis, & temere hac, illac diſperſis, vel concurrentibus caſu circumſtantiis, quo major numerus accipitur, eo inæqualitatum irregularium ſumma decreſcit magis.

CCCCLXXVII. Demum raritas medii ad id ipſum confert adhuc magis; quo enim major eſt raritas, eo minor occurrit punctorum numerus intra illam ſphæram, adeoque eo minor virium componendarum multitudo, & inæqualitas adhuc multo minor. Porro omnes hæ quatuor cauſæ æqualitatis concurrunt, ubi agitur de radiis collatis cum aliis radiis: homogeneitas; nam lumen a dato puncto progrediens ſuam denſitatem imminuit in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a puncto radiante, adeoque in tam exiguo circumquaque circa quodvis punctum intervallo, quantum eſt id, ad quod virium actio ſenſibilis protenditur, ad homogeneitatem accedit in immenſum: celeritas, quæ tanta eſt, ut ſingulis arteriæ pulſibus quævis luminis particula fere bis centum millia Romanorum milliarium percurrat: nexus particularum mutuus; nam ipſæ luminis particulæ ad diverſos coloratos radios pertinentes habent perennes proprietates ſuas, quas conſtanter ſervant, ut certum refrangibilitatis gradum, & potentiam certo impulſu agitandi oculorum fibras, per quam certam certi coloris ſenſationem eliciant; ac demum tenuitatem immanem, qua opus eſt ad tantam diffuſionem, & tam perennem effluxum ſine ulla ſenſibili imminutione ſolaris maſſæ, & cujus indicium aliquod proferam paullo inferius. Ubi vero agitur de lumine comparato cum ſubſtantiis pellucidis, per quas pervadit, priora illa tria tantummodo locum habent reſpectu particularum luminis, & omnia quatuor reſpectu particularum pellucidi corporis, quarum nexus non diſſolvitur, nec poſitio turbatur quidquam ab intervolantibus radiorum particulis. Quamobrem errat, qui putat, mea indiviſibilia puncta prædita inſuperabili potentia repulſiva pertin-

tingente ad finitam diſtantiam eſſe tam ſubjecta colliſionibus, quam ſunt particulæ finitæ magnitudinis, & idcirco nulli adminiculo eſſe pro comprehendenda mutua lucis penetratione; nam ſine cruribus illis aſymptoticis poſterioribus meæ vires repulſivæ non ſunt inſuperabiles, niſi ubi puncta congredi debeant in recta, quæ illa jungit, qui caſus in natura nusquam occurrit.

CCCCLXXVIII. Et vero ſola homogeneitas pelluciditatem parit, uti jam olim notavit Newtonus, nec opacitas oritur ab impactu in partes corporum ſolidas, & a defectu pororum jacentium in directum, uti alii ante ipſum plures cenſuerant; ſed ab inæquali textu particularum heterogenearum, quarum aliæ aliis minus denſis, vel etiam penitus vacuis amplioribus ſpatiolis intermixtæ ſatis magnam inducunt inæqualitatem virium, qua lumen in omnes partes detorquent, ac diſtrahunt flexu multiplici, & ambagibus per internos meatus continuis, quibus fit, ut ſi paullo craſſior occurrat maſſa corporis ex heterogeneis particulis coaleſcentis, nullus radius rectilineo motu totam pervadat maſſam ipſam, quod nimirum ad pelluciditatem requiritur. Indicia rei habemus quam plurima præter ipſam omnem ſuperiorem Theoriam, quæ rem ſola evinceret; cum nimirum ſine inæqualite virium nullum haberi poſſit libero rectilineo progreſſui impedimentum. Id ſane colligitur ex eo, quod omnium corporum tenuiores laminæ pellucidæ ſunt, uti norunt, qui microſcopiis tractandis aſſueverunt; id evincunt iliæ ſubſtantiæ, quæ aliarum poris injectæ easdem ex opacis pellucidas reddunt, ut charta oleo imbuta fit pellucida, ſupplente aerem ipſo oleo, cum quo multo minus inæqualiter in lumen agunt particulæ chartæ, quam agerent ſoli aeri, vel vacuo ſpatio intermixtæ. Rem autem oculis ſubjicit vitrum contuſum in minores particulas, quod ſola irregularitate figuræ particularum temere ex contuſione naſcentium, & aeris intermixti inæqualitate fit opacum per multiplicationem reflexionum & refractionum irregularium; nec aliam ob cauſam aqua in glaciem bullis continuis interruptam abiens pelluciditatem amittit, ut & alia corpora ſane multa, quæ, dum concreſcunt vacuolis interrupta, illico opaca fiunt.

CCCCLXXIX. Quamobrem nec reflexio inde ortum ducit, ſed habetur etiam in pellucidis corporibus ex inæqualitate virium ſeu repellentium, ſeu attrahentium, uti in Optica Newtonus ipſe tam multis notiſſimis argumentis demonſtravit, quorum unum eſt illud ipſum ex aſperitate ſuperficiei cujuscunque cujusvis corporis,

Digitized by Google

utcunque nobis, nudo potiſſimum inſpectantibus oculo, lævis appareat, & perpolita, quod Num. 298 expoſuimus; & ex eadem cauſa oritur etiam refractio. Si velocitas luminis eſſet ſatis magna, impediret etiam hujusce inæqualitatis effectum, qui provenit a diverſa mediorum conſtitutione; ſed ex ipſis reflexionibus, & refractionibus in mutatione medii, conjunctis cum propagatione rectilinea per medium homogeneum, patet, celeritatem illam tantam luminis ſatis eſſe magnam ad eludendam illam inæqualitatem tanto minorem, quæ habetur in mediis homogeneis; non illam tanto majorem, quæ oritur a mediorum diſcrimine. Quod vero ad refractionis explicationem ex Mechanica requiritur, expoſuimus a Num. 301, ubi adhibuimus principium illud virium inter duo plana parallela agentium æque in diſtantiis æqualibus ab eorum utroque, cujus explicationem ad luminis particulas jam expediemus.

CCCCLXXX. Concipiatur (a) illa ſphærula, cujus ſemidiameter æquatur diſtantiæ illi, ad quam agunt actione ſatis ſenſibili particulæ corporum in lucis particulam, quæ cum lucis particula pro-

Fig. 70. (a) *Refert* MN *in Fig. 70 ſuperficiem dirimentem duo media;* GE *viam radii advenientis;* H *particulam luminis;* HE *celeritatem ejus abſolutam;* HS *parallelam;* SE *perpendicularem, quæ eſt eo minor, quo radius incidit magis obliquus:* abc *eſt ſphæra, intra quam habetur actio ſenſibilis in particulam* H, *quæ eſt adhuc tota in priore medio:* X, X, X *ſunt loca plura particulæ progredientis inter plana* AB, CD *parallela ſuperficiei* MN, *ſita ad diſtantiam ab ea æqualem ſemidiametro ſphæræ* Hc. *Particula ſita inter illa plana ubicunque, ut in* X, *ſphæra illa eadem habebit ſuum ſegmentum* FRL *ultra ſuperficiem* MN: *ſit ejus axis* RT, *& eodem axe ſegmentum* QTZ *priori æquale, ac* mn *planum parallelum* MN. *Segmentum* mFLn, mQZn *ejusdem medii agent æqualiter. Segmenta* FRL, QTZ *inæqualiter, ſed eorum vires dirigentur per axem* TR *in alteram e binis plagis oppoſitis; adeoque & differentia virium dirigetur per eundem, qui quidem perpendicularis eſt utique planis* AB, CD. *Ea actione via incurva radii ſinuatur per* X X X. *Prout vis dirigetur verſus* CD, *vel verſus* AB, *curva erit cava verſus easdem, & in mutatione directionis vis ipſius mutabitur flexus curvæ. Si autem curva evaſerit alicubi parallela plano* AB, *flectet curſum retro, niſi id accidat accurate in ſitu vis* = 0, *qui caſus eſt in infinitum improbabilis. Id accidet in aliis radiis citius, in aliis ſerius, pro diverſa abſolutæ celeritate radii, pro diverſa inclinatione incidentiæ, & pro diverſa natura, vel conſtitutione particulæ, abeuntibus aliis particulis per* QXIK, *aliis per* QXXIK, *aliis per* QXXXIK. *Porro perquam exiguum diſcrimen in vi, vel celeritate, poteſt curvam uno aliquo in loco a poſitione proxima paralleliſmo ad ipſum paralleliſmum traducere, quo loco ſuperato adhuc ſumma actionum utique ad* o *poteſt eſſe ad ſenſum eadem. Reliqua ſunt hic, ut Num.* 301.

Digitized by Google

progrediatur ſimul. Donec ipſa ſphærula eſt in aliquo homogeneo medio tota, vires in particulam circumquaque æquales erunt ad ſenſum, & cum nullus habeatur immediatus incurſus, motus inertiæ vi factus erit ad ſenſum rectilineus, & uniformis. Ubi illa ſphærula aliquod aliud ingreſſa fuerit diverſæ naturæ medium, cujus eadem moles exercet in particulas luminis vim diverſam a prioris medii vi, jam illa pars novi medii, quæ intra ſphærulam immerſa erit, non exercet in ipſam particulam vim æqualem illi, quam exerit pars ſphærulæ ipſi reſpondens ex altera centri parte, & facile patet, differentiam virium debere dirigi per axem perpendicularem illis ſegmentis ſphærulæ, per quem ſingulæ utriusque ſegmenti vires diriguntur, nimirum perpendiculariter ad ſuperficiem dirimentem duo media, quæ illud prius ſegmentum terminat; & quoniam ubicunque particula ſit in æquali diſtantia a ſuperficie, illud ſegmentum erit magnitudinis ejusdem, vis motum perturbans in iisdem a ſuperficie illa diſtantiis eadem erit. Durabit autem ejusmodi vis, donec ipſa ſphærula tota intra novum medium immergatur. Incipiet autem immergi ipſa ſphærula in novum medium, ubi particula advenerit ad diſtantiam ab ipſius ſuperficie æqualem radio ſphærulæ; & immergetur tota, ubi ipſa particula jam immerſa fuerit, & ad diſtantiam eandem proceſſerit. Quare ſi concipiantur duo plana parallela ipſi ſuperficiei dirimenti media, quæ ſuperficies in exiguo tractu habetur pro plana, ad diſtantias citra, & ultra ipſam æquales radio illius ſphærulæ, ſive intervallo actionis ſenſibilis; particula conſtituta inter illa plana habebit vim ſecundum directionem perpendicularem ipſis planis, quæ in data diſtantia ab eorum altero utrovis æqualis erit.

CCCCLXXXI. Porro id ipſum eſt id, quod aſſumpſimus Num. 301, & deinde derivavimus reflexionis, ac refractionis legem: nimirum ſi concipiatur ejusmodi vis reſoluta in duas, alteram parallelam iis planis, alteram perpendicularem: illa vis poteſt perpendicularem velocitatem vel extinguere totam, antequam deveniatur ad planum ulterius; vel imminuere; vel augere. In primo caſu debet particula retro regredi, & deſcribere curvam ſimilem illi, quam deſcripſit usque ad ejusmodi extinctionem, recuperando iisdem viribus in regreſſu, quod amiſerat in ingreſſu, adeoque debet egredi in angulo reflexionis æquali angulo incidentiæ. In ſecundo caſu habetur refractio cum receſſu a perpendiculo; in tertio refractio cum acceſſu ad ipſum, & in utrolibet caſu, quæcunque fuerit in-

...cli-

Digitized by Google

clinatio in ingreſſu, debet differentia quadratorum velocitatis perpendicularis in ingreſſu, & egreſſu eſſe conſtantis cujusdam magnitudinis ex principio Mechanico demonſtrato Num. 175 in not. & inde Num. 305 eſt erutum illud, ſinum anguli incidentiæ ad ſinum anguli refracti debere eſſe in conſtanti ratione, quæ eſt celeberrima lucis proprietas, cui tota innititur Dioptrica; & præterea illud, velocitatem in medio præcedente ad velocitatem in medio ſequente eſſe in ratione reciproca ſinuum eorundem.

CCCCLXXXII. Hoc pacto ex uniformi Theoria deductæ ſunt notiſſimæ, ac vulgares leges reflexionis, ac refractionis, ex quibus plura conſectaria deduci poſſunt. Inprimis quoniam debet actio ſemper eſſe mutua, dum corpora agunt in lumen ipſum reflectendo, & refringendo, debet ipſum lumen agere in corpora, ac debet eſſe velocitas amiſſa a lumine ad velocitatem acquiſitam a centro gravitatis corporis ſiſtentis lumen, ut eſt maſſa corporis ad maſſam luminis. Inde deducitur immenſa luminis tenuitas; nam maſſa tenuiſſima leviſſimæ plumulæ ſuſpenſæ filo tenui, ſi impetatur a radio repente immiſſo, nullum progreſſivum acquirit motum, qui ſenſu percipi poſſit. Cum tam immanis ſit velocitas amiſſa a lumine, facile patet, quam immenſa ſit tenuitas luminis. Newtonus etiam radiorum impulſioni tribuit progreſſum vaporum Cometicorum in caudam; ſed eam ego ſententiam ſatis valido, ut arbitror, argumento rejeci in mea Diſſertatione *de Cometis*. Sunt, qui Auroras Boreales tribuant halitibus tenuiſſimis impulſis a radiis ſolaribus, quod miror fieri etiam ab aliquo, qui radios putat eſſe undas tantummodo; nam undæ progreſſivum motum per ſe ſe non imprimunt: qui autem cenſem, & fluvios retardari Orienti ſolis contrarios, & Terræ motus fieri ex impulſu radiorum ſolis, ii ſane nunquam per legitima Mechanicæ principia inquiſiverunt in luminis tenuitatem.

CCCCLXXXIII. Solis particulis tenuiſſimis corporum imprimunt motum radii, ex quo per internas vires aucto oritur calor, & quidem in opacis corporibus multo facilius, ubi tantæ ſunt reflexionum, & refractionum internæ viciſſitudines: exiguo motu impreſſo paucis particulis, reliqua internæ mutuæ vires agunt juxta ea, quæ diximus Num. 463. Sic ubi radiis ſolaribus ſpeculo collectis comburuntur aliqua, alia calcinantur etiam; omnes illi motus ab internis utique viribus oriuntur, non ab impulſione radiorum. Regulus antimonii ita calcinatus auget aliquando pondus decima ſui par-

Digitized by Google

parte. Sunt, qui id tribuant maſſæ radiorum ibi collectæ, Si id ita eſſet, debuiſſet citiſſime abire illa ſubſtantia cum parte decima velocitatis amiſſæ a lumine, ſive binis arteriæ pulſibus ultra lunam fugere. Quamobrem alia debet eſſe ejus phænomeni cauſa, qua de re fuſius egi in mea Diſſertatione de Luminis tenuitate.

CCCCLXXXIV. Quoniam lumen in ſulphuris particulas agit validiſſime, nam ſulphuroſæ, & oleoſæ ſubſtantiæ facillime accenduntur, eæ contra in lumen validiſſime agunt. Subſtantiæ generaliter eo magis agunt in lumen, quo denſiones ſunt, & attractionum ſumma prævalet, ubi radius utrumque illud planum transgreſſus refringitur; & idcirco generaliter ubi fit tranſitus a medio rariore ad denſius, refractio fit per acceſſum ad perpendiculum; & ubi a medio denſiore ad rarius, per receſſum. Sed ſulphuroſa, & oleoſa corpora multo plus agunt in lucem, quam pro ratione ſuæ denſitatis. Ego ſane arbitror, uti monui Num. 462, ipſum ignem nihil eſſe aliud, niſi fermentationem ingentem lucis cum ſulphurea ſubſtantia.

CCCCLXXXV. Lumen per media homogenea progredi motu liberrimo, & ſine ulla reſiſtentia medii, per quod propagetur, eruitur etiam ex illo, quod velocitas parallela maneat conſtans, uti aſſumpſimus Num. 305, quod aſſumptum ſi non ſit verum, manentibus ceteris, ratio ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti non eſſet conſtans; ſed idem eruitur etiam ex eo, quod ubi radius ex aere abivit in vitrum, tum e vitro in aerem progreſſus eſt, ſi iterum ad vitrum deveniat, eandem habeat refractionem, quam habuit prima vice. Porro ſi reſiſtentiam aliquam pateretur, ubi ſecundo advenit ad vitrum, haberet refractionem majorem; nam velocitatem haberet minorem, quæ ſemel amiſſa non recuperatur per hoc, quod reſiſtentia minuatur; & eadem vis mobile minori velocitati motum magis detorquet a directione ſui motus.

CCCCLXXXVI. Poſteaquam lux intra opaca corpora tam multis, tam variis erravit ambagibus, aliqua ſaltem ſui parte deveniet iterum ad ſuperficiales particulas, & avolabit. Inde omnino ortum habebit lux illa tam multorum phoſphororum, quæ deprehenduntur e ſole retracta in tenebras lucere per aliquot ſecunda; & a numero ſecundorum licet conjicere longitudinem itineris confecti per tot itus, ac reditus intra meatus internos. Sed progrediamur jam ad reliqua, quæ Num. 467 propoſuimus.

CCCCLXXXVII. Primo quidem facile patet ex Theoria expoſita, cur, ubi radius incidit cum majore inclinatione ad ſuperfi-

Digitized by Google

ciem, major luminis pars reflectatur. Et quidem in Dissertatione, quam superiore anno die 12 Novembris legit Bouguerius in Academiæ Parisiensis Conventu Publico, uti habetur in *Mercurio Gallico* hujus anni ad mensem Januarii, profitetur, se invenisse in aqua in inclinatione admodum ingenti reflexionem esse æque fortem, ac in Mercurio, ut nimirum reflectantur duo trientes, dum in incidentia perpendiculari vix quinquagesima quinta pars reflectatur. Porro ratio in promptu est. Quo magis inclinatur radius incidens ad superficiem novi medii, eo minor est perpendicularis velocitas, uti patet; quare vires, quæ agunt intra illa duo plana, eo facilius, & in pluribus particulis totam velocitatem perpendicularem elident, & reflexionem determinabunt.

CCCCLXXXVIII. Verum id quidem jam supponit, non in omnes lucis particulas eandem exerceri vim, sed in iis discrimen haberi aliquod. Ejusmodi discrimina diligenter evolvam. Inprimis discrimen aliquod haberi debet ex ipso textu particularum luminis, ex quo pendeat constans discrimen proprietatum quarundam, ut illud inprimis diversæ radiorum refrangibilitatis. Quod idem radius refringatur ab una substantia magis, ab alia minus in eadem etiam inclinatione incidentiæ, id quidem provenit a diversa natura substantiæ refringentis, uti vidimus; ac eodem pacto e contrario; quod e diversis radiis ab eodem medio, & cum eadem inclinatione, alius refringatur magis, alius minus, id provenire debet a diversa constitutione particularum pertinentium ad illos radios. Debet autem id provenire vel a diversa celeritate in particulis radiorum, vel a diversa vi. Porro demonstrari potest, a sola diversitate celeritatis non provenire, atque id præstiti in secunda parte meæ Dissertationis de Lumine; quanquam etiam radii diversæ refrangibilitatis debeant habere omnino diversam quoque celeritatem; nam si ante ingressum in medium refringens habuissent æqualem, jam in illo inæqualem haberent, cum velocitas præcedens ad velocitatem sequentem sit in ratione reciproca sinus incidentiæ ad sinum anguli refracti, & hæc ratio in radiis diversæ refrangibilitatis sit omnino diversa. Quare provenit etiam a vi diversa, quæ cum constanter diversa sit, ob constantem in eodem radio, utcunque reflexo, & refracto, refrangibilitatis gradum, debet oriri a diversa constitutione particularum, ex qua sola potest provenire diversa summa virium pertinentium ad omnia puncta. Cum vero diversa con-

Digitized by Google

conſtanter ſit harum particularum conſtitutio, nihil mirum, ſi diverſam in oculo impreſſionem faciant, & diverſam ideam excitent.

CCCCLXXXIX. At quoniam experimentis conſtat, radios ejusdem coloris eandem refractionem pati ab eodem corpore, ſive a ſtellis Fixis provenerint, ſive a ſole, ſive a noſtris ignibus, ſive etiam a naturalibus, vel artificialibus phoſphoris; nam ea omnia eodem teleſcopio æque diſtincta videntur; patet, omnes radios ejusdem coloris pertinentes ad omnia ejusmodi lucida corpora eadem velocitate eſſe præditos, & eadem diſpoſitione punctorum: neque enim probabile eſt, (& fortaſſe nec fieri id poteſt), celeritatem diverſam a diverſa vi compenſari ubique accurate ita, ut ſemper eadem habeatur refractio per ejusmodi compenſationem.

CCCCXC. Sed oportet invenire aliud diſcrimen inter diverſas conſtitutiones particularum pertinentium ad radios ejusdem refrangibilitatis ad explicandas vices facilioris reflexionis, & facilioris transmiſſus; ac inde mihi prodibit etiam ratio phænomeni radiorum, qui in reflexione, & refractione irregulariter diſperguntur, & ratio diſcriminis inter eos, qui reflectuntur potius, quam refringantur, ex quo etiam fit, ut in majore inclinatione reflectantur plures. Newtonus plures innuit in Optica ſua hypotheſes ad rem utcunque adumbrandam, quarum tamen nullam abſolute amplectitur: ego utar hic cauſa, quam adhibui in illa Diſſertatione *de Lumine* parte ſecunda, quæ cauſa & exiſtit, & rei explicandæ eſt idonea; quamobrem admitti debet juxta legem communem Philoſophandi. Ubi particula luminis a corpore lucido excutitur, fieri utique non poteſt, ut omnia ejus puncta eandem acquiſierint velocitatem, cum a punctis repellentibus diverſas diſtantias habuerint. Debuerunt igitur aliqua celerius progredi, quæ ſociis relictis proceſſiſſent, niſi mutuæ vires, acceleratis lentioribus, ea retardaſſent; unde neceſſario oriri debuit particulæ progredientis oſcillatio quædam, in qua oſcillatione particula ipſa debuit jam produci non nihil, jam contrahi, & quoniam dum per medium homogeneum particula progreditur, inæqualitas ſummæ actionum in punctis ſingulis debet eſſe ad ſenſum nulla, durabit eadem per ipſum medium homogeneum reciprocatio contractionis, ac productionis particulæ, quæ quidem productio, & contractio poterit eſſe ſatis exigua, ſi nimirum nexus punctorum ſit ſatis validus, ſed ſemper erit aliqua, & poteſt itidem eſſe non ita parva, nec vero debet eſſe eadem in particulis diverſi textus.

Digitized by Google

CCCCXCI. Porro in ea reciprocatione figuræ habebuntur limites quidam productionis maximæ, & maximæ contractionis, in quibus juxta communem admodum indolem maximorum, & minimorum diutiſſime perdurabitur, motu reliquo, ubi jam inde diſceſſum fuerit ad diſtantiam ſenſibilem cum ingenti celeritate peracto, uti in pendulorum oſcillationibus videmus pondus in extremis oſcillationum limitibus quaſi hærere diutius, in reliquis vero locis celerrime prætervolare; ac in alio virium genere diverſo a gravitate conſtanti, illa mora in extremis limitibus poteſt eſſe adhuc multo diuturnior, & excurſus in diſtantiis ſenſibilibus ab utrovis maximo multo magis celer. Deveniet autem particula ad medium extremarum illarum duarum diſpoſitionum diutius perſeverantium poſt æqualia temporum intervalla, ut æquales pendulorum oſcillationes ſunt æque diuturnæ, ac idcirco dum particula progreditur per medium homogeneum, recurrent illæ ipſæ binæ diſpoſitiones poſt æqualia intervalla ſpatiorum pendentia a conſtanti velocitate particulæ, & a conſtanti tempore, quo particulæ cujusvis oſcillatio durat. Demum ſumma virium, quam novum medium, ad quod accedit particula, exercet in omnia particulæ puncta, non erit ſane eadem in diverſis illis oſcillantis particulæ diſpoſitionibus.

CCCCXCII. Hisce omnibus rite conſideratis, concipiatur jam ille fere continuus affluxus particularum etiam homogenearum ad ſuperficiem duo heterogenea media dirimentem. Multo maximus numerus adveniet in altera ex binis illis oppoſitis diſpoſitionibus, non quidem in medio ipſius, ſed prope ipſam, & admodum exiguus erit numerus earum, quæ adveniunt cum diſpoſitione ſatis remota ab illis extremis. Quæ in hisce intermediis adveniunt, mutabunt utique diſpoſitiones ſuas in progreſſu inter illa duo plana, inter quæ agit vis motum particulæ perturbans, ita, ut in datis ab utrovis plano diſtantiis vires ad diverſas particulas pertinentes, ſint admodum diverſæ inter ſe. Quare illæ, quæ retro regredientur, non eandem ad ſenſum recuperabunt in regreſſu velocitatem perpendicularem, quam habuerunt in acceſſu, adeoque non reflectentur in angulo reflexionis æquali ad ſenſum angulo incidentiæ; & illæ, quæ ſuperabunt intervallum illud omne, in appulſu ad planum ulterius, aliæ aliam ſummam virium expertæ, habebunt admodum diverſa inter ſe incrementa, vel decrementa velocitatum perpendicularium, & proinde in admodum diverſis angulis egredientur diſperſæ. At quæ advenient cum binis illis diſpoſitionibus contra-

trariis, habebunt duo genera virium, quarum ſingula pertinebunt conſtanter ad claſſes ſingulas, cum quarum uno idcirco facilius in illo continuo curvaturæ flexu devenietur ad poſitionem illis planis parallelam, ſive ad extinctionem velocitatis perpendicularis; in altero difficilius: adeoque habebuntur in binis illis diſpoſitionibus oppoſitis binæ vices, altera facilioris, altera difficilioris reflexionis, adeoque facilioris tranſitus, quæ quidem regredientur poſt æqualia ſpatiorum intervalla, quanquam ita, ut ſumma facilitas in media diſpoſitione ſita ſit, a qua quæ minus, vel magis in appulſu diſcedunt, magis e contrario, vel minus de illa facilitate participent; qui ipſe acceſſus major, vel minor ad ſummam illam facilitatem in media diſpoſitione ſitam in Benvenutiana Diſſertatione ſuperius memorata exhibetur per curvam quandam continuam hinc, & inde æque inflexam circa ſuum axem, & inde reliqua omnia, quæ ad vices, & earum conſectaria pertinent, luculentiſſime explicantur.

CCCCXCIII. Porro hinc & illud patet, qui fieri poſſit, ut e radiis homogeneis ad eandem ſuperficiem advenientibus alii transmittantur, & alii reflectantur, prout nimirum advenerint in altera e binis diſpoſitionibus; & quoniam non omnes, qui cum altera ex extremis illis diſpoſitionibus adveniunt, adveniunt prorſus in media diſpoſitione, fieri utique poterit, ut ratio reflexorum ad transmiſſos ſit admodum diverſa in diverſis circumſtantiis, nimirum diverſi mediorum diſcriminis, vel diverſæ inclinationis in acceſſu; ubi enim inæqualitas virium eſt minor, vel major perpendicularis velocitas per illam extinguenda ad habendam reflexionem, non reflectentur, niſi illæ particulæ, quæ advenerint in diſpoſitione illi mediæ quam proxima, adeoque multo pauciores, quam ubi vel inæqualitas virium eſt major, vel velocitas perpendicularis eſt minor; unde fiet, ut quemadmodum experimur, quo minus eſt mediorum diſcrimen, vel major incidentiæ inclinatio, eo minor radiorum copia reflectatur; ubi & illud notandum maxime, quod ubi in continuo flexu curvaturæ viæ particulæ cujusvis, quæ via jam in alteram plagam eſt cava, jam in alteram, prout prævalent attractiones denſioris medii, vel repulſiones, devenitur identidem ad poſitionem fere parallelam ſuperficiei dirimenti media, velocitate perpendiculari fere extincta; exiguum diſcrimen virium poteſt determinare paralleliſmum ipſum, ſive illius perpendicularis velocitatis extinctionem totalem, quanquam eo veluti anfractu ſuperato, ubi demum reditur ad planum citerius in reflexione, vel ulterius in refractione,

Digitized by Google

ſumma omnium actionum, quæ determinat velocitatem perpendicularem totalem, debeat eſſe ad ſenſum eadem, nimirum nihil mutata ad ſenſum ab exigua illa differentia virium, quam peperit exiguum diſpoſitionis diſcrimen a media diſpoſitione.

CCCCXCIV. Atque hoc pacto ſatis luculenter jam explicatum eſt diſcrimen inter binas vices; ſed ſupereſt exponendum, unde diſcrimen intervalli vicium, quod propoſuimus Num. 467. Quod diverſi colorati radii diverſa habeant intervalla, nil mirum eſt; nam & diverſæ velocitates diverſa requirunt intervalla ſpatii inter vices oppoſitas, quando etiam eæ vices redeant æqualibus temporis intervallis, & diverſus particularum heterogenearum textus requirit diverſa oſcillationum tempora. Quod in diverſis mediis particulæ ejusdem generis habeant diverſa intervalla, itidem facile colligitur ex diverſa velocitate, quam in iis haberi poſt refractionem oſtendimus Num. 488; ſed præterea in ipſa mediorum mutatione inæqualis actio inter puncta particulam componentia poteſt utique, & vero videtur etiam debere oſcillationis magnitudinem, & fortaſſe etiam ordinem mutare, adeoque celeritatem oſcillationis ipſius. Demum ejusmodi mutatio pro diverſa inclinatione viæ particulæ advenientis ad ſuperficiem, diverſa utique eſſe debet, ob diverſam poſitionem motuum punctorum ad ſuperficiem ipſam, & ad maſſam agentem in ipſa puncta. Quamobrem patet, eas omnes tres cauſas debere diſcrimen aliquod exhibere inter diverſa intervalla, uti reapſe ex obſervatione colligitur.

CCCCXCV. Si poſſemus noſſe peculiares conſtitutiones particularum ad diverſos coloratos radios pertinentium, ordinem, & numerum, ac vires, & velocitates punctorum ſingulorum; tum mediorum conſtitutionem ſuam in ſingulis, ac ſatis Geometriæ, ſatis imaginationis haberemus, & mentis ad omnia ejusmodi ſolvenda problemata; liceret a priori determinare intervallorum longitudines varias, & eorundem mutationes pro tribus illis diverſis circumſtantiis exhibere. Sed quoniam longe citra eum locum conſiſtimus, debemus illas tantummodo colligere per obſervationes, quod ſumma dexteritate Newtonus præſtitit, qui determinatis per obſervationem ſingulis, mira inde conſectaria deduxit, & Naturæ phænomena explicavit, uti multo luculentius videre eſt in illa ipſa Beinvenutiana Diſſertatione. Illud unum ex proportionibus a Newtono inventis haud difficulter colligitur, ea diſcrimina non pendere a ſola particularum celeritate; nam celeritatum proportiones novi-

mus

Digitized by Google

mus per ſinuum rationem; & facile itidem deducitur ex Theoria, quod etiam multo facilius infertur partim ex Theoria, & partim ex obſervatione, radium, qui poſt quotcunque vel reflexiones, vel refractiones regulares devenit ad idem medium, eandem in eo velocitatem habere ſemper; nam velocitates in reflexione manent, & in mutatione mediorum ſunt in ratione reciproca ſinus incidentiæ ad ſinum anguli refracti; ac tam Theoria, quam obſervatio facile oſtendit, ubi planis parallelis dirimantur media quotcunque, & radius in data inclinatione ingreſſus e primo abeat ad ultimum, eundem fore refractionis angulum in ultimo medio, qui eſſet, ſi a primo immediate in ultimum tranſiviſſet. Sed hæc in uiſſe ſit ſatis.

CCCCXCVI. Illud etiam innuam tantummodo, quod Newtonus in Opticis Quæſtionibus exponit, eſſe miram quandam cryſtalli Islandicæ proprietatem, quæ radium quemvis, dum refringit, discerpit in duos, & alium uſitato modo refringit, alium inuſitato quodam, ubi & certæ quædam obſervantur leges, quarum explicationes ipſe ibidem inſinuat haberi poſſe per vires diverſas in diverſis lateribus particularum luminis; ac ſolum adnotabo illud, ex Num. 418 patere, in mea Theoria nullam eſſe difficultatem agnoſcendi in diverſis lateribus ejusdem particulæ diverſas diſpoſitiones punctorum, & vires, qua ipſa diverſitate uſi ſumus ſuperius ad explicandam ſolidorum cohæſionem, & organicam formam, ac certas figuras tot corporum, quæ illas vel affectant conſtanter, vel etiam acquirunt.

CCCCXCVII. Remanet demum diffractio luminis explicanda, quam itidem Num. 467 propoſueramus. Ea eſt quædam velut inchoata reflexio, & refractio. Dum radius advenit ad eam diſtantiam a corpore diverſæ naturæ ab eo, per quod progreditur, quæ virium inæqualitatem inducit, incurvat viam vel accedendo, vel recedendo, & directionem mutat. Si corporis ſuperficies ibi eſſet ſatis ampla, vel reflecteretur ad angulos æquales, vel immergeretur intra novum illud medium, & refringeretur; at quoniam acies ibidem progreſſum ſuperficiei interrumpit, progreditur quidem radius aciem ipſam evitans, & circa illam prætervolat; ſed egreſſus ex illa diſtantia directionem conſervat poſtremo loco acquiſitam, & cum ea, diverſa utique a priore, moveri pergit; ut adeo tota luminis Theoria ſibi ubique admodum conformis ſit, & cum generali Theoria mea apprime conſentiens, cujus rami quidem ſunt bina Newtoni præclariſſima comperta virium, quibus cæleſtia corpora motus peragunt

Digitized by Google

agunt ſuos, & quibus particulæ luminis reflectuntur, refringuntur, diffringuntur. Sed de luce & coloribus jam ſatis.

CCCCXCVIII. Poſt ipſam lucem, quæ oculos percellit, & viſionem parit, ac ideam colorum excitat, pronum eſt delabi ad ſenſus ceteros, in quibus multo minus immorabimur, cum circa eos multo minora habeamus comperta, quæ determinatam phyſicam explicationem ferant. Saporis ſenſus excitatur in palato a ſalibus. De anguloſa illorum forma jam diximus Num. 459, quæ ad diverſum excitandum motum in papillis palati abunde ſufficit; licet etiam dum diſſolvuntur, vires varias pro varia punctorum diſpoſitione exercere debeant, quæ ſaporum diſcrimen inducent. Odor eſt quidam tenuis vapor ex odoriferis corporibus emiſſus, cujus rei indicia ſunt ſane multa, nec omnino aſſentiri poſſum illi, qui odorem etiam, ut ſonum, in tremore medii cujusdam interpoſiti cenſet conſiſtere. Porro quæ evaporationum ſit cauſa, explicavimus abunde Num. 198. Illud unum hic inmuam, errare illos, uti pluribus oſtendi in prima parte meæ Diſſertationis *de Lumine*, qui multi ſane ſunt, & præſtantes Phyſici, qui odoribus etiam tribuunt proprietatem lumini debitam, ut nimirum eorum denſitas minuatur in ratione reciproca duplicata diſtantiarum a corpore odorifero. Ea proprietas non convenit omnibus iis, quæ a dato puncto diffunduntur in ſphæram, ſed quæ diffunduntur cum uniformi celeritate, ut lumen. Si enim concipiantur orbes concentrici tenuiſſimi datæ craſſitudinis, ii erunt ut ſuperficies, adeoque ut quadrata diſtantiarum a communi centro, ac denſitas materiæ erit in ratione ipſorum reciproca, ſi maſſa ſit eadem, quæ ut in ulterioribus orbibus ſit eadem ac in citerioribus, oportet ſane, ut tota materia, quæ erat in citerioribus ipſis, progrediatur ad ulteriores orbes motu uniformi, quo fiet, ut appellente ad citeriorem ſuperficiem orbis ulterioris particula, quæ ad citeriorem citerioris appulerat, appellat ſimul ad ulteriorem ulterioris, quæ appulerat ſimul ad ulteriorem citerioris, materia tota ex orbe citeriore in ulteriorem accurate translata; quod niſi fiat, vel niſi loco uniformis progreſſus habeatur accurata compenſatio velocitatis imminutæ, & impeditæ a progreſſu partis vaporum, quæ compenſatio accurata eſt admodum improbabilis, non habebitur denſitas reciproce proportionalis orbibus, ſive eorum ſuperficiebus, vel diſtantiarum quadratis.

CCCCXCIX. Sonus Geometricas determinationes admittit plures, & quod pertinet ad vibrationes chordæ elaſticæ, vel Campani

pani aërfs, vel motum impreſſum aeri per tibias, & tubas, id quidem in Mechanica locum habet, & mihi commune eſt cum communibus Theoriis. Quod autem pertinet ad progreſſum ſoni per aerem usque ad aures, ubi delatus ad tympanum excitat eum motum, a quo ad cerebrum propagato idea ſoni excitatur, res eſt multo operoſior, & pendet plurimum ab ipſa medii conſtitutione; ac ſi accurate ſolvi debeat problema, quo quæratur ex data medii fluidi elaſticitate propagatio undarum, & ratio inter oſcillationum celeritates, a qua multipliciter variata pendent omnes toni, & conſonantiæ, ac diſſonantiæ & omnis Ars Muſica, ac tempus, quo unda ex dato loco ad datam diſtantiam propagatur, res eſt admodum ardua, ſi ſine ſubſidiariis principiis, & gratuitis hypotheſibus tractari debeat, & determinationi reſiſtentiæ fluidorum eſt admodum affinis, cum qua motum in fluido propagatum communem habet. Exhibebo hic tantummodo ſimpliciſſimi caſus undas, ut appareat, qua via ineundam cenſeam in mea Theoria ejusmodi inveſtigationem.

D. Sit in recta linea diſpo[illegible]antibus m[illegible]entorum data inter-valla æqualia a ſe invicem diſtantiſ[illegible]na quorum[illegible]. Ubique ſibi proxima ſe repellant viribus, quæ cre[illegible]nr immo[illegible]diat[illegible]is, & dentur ipſæ. Concipiatur autem ea ſe[illegible]ies ex [illegible]que parte in infinitum producta, & uni ex ejus punctis concipiatur externa vi celerrime agente in ipſum multo magis, quam agant puncta in ſe invicem, breviſſimo tempuſculo impreſſa velocitas quædam finita in ejusdem rectæ directione verſus alteram plagam, ut dexteram, ac reliquorum punctorum motus conſideretur. Utcunque exiguum accipiatur tempuſculum poſt primam ſyſtematis perturbationem, debent illo tempuſculo habuiſſe motum omnia puncta. Nam in momento quovis ejus tempuſculi punctum illud debet acceſſiſſe ad punctum ſecundum poſt ſe dexterum, & receſſiſſe a ſiniſtro, velocitate nimirum in eo genita majore, quam generent vires mutuæ, quæ ſtatim agent in utrumque proximum punctum, aucta diſtantia a ſiniſtro, & imminuta a dextero, qua fiet, ut ſiniſtrum urgeatur minus ab ipſo, quam a ſibi proximo ſecundo ex illa parte, & dexterum ab ipſo magis, quam a poſteriore ipſi proximo, & differentia virium producet illico motum aliquem, qui quidem initio, ob differentiam virium tempuſculo infiniteſimo infiniteſimam, erit infinities minor motu puncti impulſi, ſed erit aliquis; eodem pacto tertium punctum utraque ex parte debet illo tempuſculo infiniteſimo

Digitized by Google

habere motum aliquem, qui erit infinitesimus respectu secundi, & ita porro. Post tempusculum utcunque exiguum omnia puncta æquilibrium amittent, & motum habebunt aliquem. Interea cessante actione vis impellentis punctum primum incipiet ipsum retardari vt repulsiva secundi dexteri prævalente supra vim secundi sinistri, sed adhuc progredietur, & accedet ad secundum, ac ipsum accelerabit; verum post aliquod tempus retardatio continua puncti impulsi, & acceleratio secundi reducent illa ad velocitatem eandem, tum vero non ultra accedent ad se invicem, sed recedent, quo recessu incipiet retardari etiam punctum primum dexterum, ac paullo post extinguetur tota velocitas puncti impulsi, quod incipiet regredi: aliquanto post incipiet regredi & punctum secundum dexterum, & aliquanto post tertium, ac ita porro aliud post aliud. Sed interea punctum impulsum, dum regreditur, incipiet urgeri magis a primo sinistro, & acceleratio minuetur; tum habebitur retardatio, tum motus iterum reflexus. Dum id punctum iterum incipit regredi versus dexteram, [illegible] ad e dexteris, quod tunc primo incipiet re[illegible]redi versus [illegible] dum per easdem vices punctum impulsum [illegible]n reflexit motu [illegible]versus sinistram, aliud dexterum remotius [illegible]iet regredi versus [illegible]am sinistram, ac ita porro motus semper progreditur ad dexteram major, & incipient regredi nova puncta alia post alia. Undæ amplitudinem determinabit distantia duorum punct[illegible]um, quæ simul eunt, & simul redeunt; ac celeritatem propagationis soni tempus, quod requiritur ad unam oscillationem puncti impulsi, & distantia a se invicem punctorum, quæ simul cum eo eunt, & redeunt: & quod ad dexteram accidit, idem accidit ad sinistram. Sed & ea perquisitio est longe altioris indaginis, quam ut hic instituí debeat; & ad veras soni undas elasticas referendas non sufficit una series punctorum jacentium in directum, sed congeries punctorum, vel particularum circumquaque dispersorum, & se repellentium.

DI. Interea illud unum adjiciam, in mea Theoria admodum facile solvi difficultatem, quam Eulerus objecit Mairanio, explicanti propagationem diversorum sonorum, a quibus diversi toni pendent, per diversa genera particularum elasticarum, quæ habentur in aere, quorum singula singulis sonis inserviant, ut diversi sunt colorati radii cum diverso constanti refrangibilitatis gradu, & colore. Eulerus illud objicit, uti tam multa sunt sonorum genera, quæ ad nostras, & aliorum aures simul possint deferri, ita debere haberi continuam

Digitized by Google

tinuam ſeriem particularum omnium generum ad ea deferenda, quod haberi omnino non poſſit, cum circa globum quemvis in eodem plano non niſi ſex tantummodi alii globi in gyrum poſſint conſiſtere. Difficultas in mea Theoria nulla eſt, cum particulæ aliæ in alias non agant per immediatum contactum, ſed in aliqua diſtantia, quæ diametro globorum poteſt eſſe major in ratione quacunque utcunque magna. Cum igitur certi globuli in iisdem diſtantiis poſſint eſſe inertes reſpectu certorum, & activi reſpectu aliorum, patet, poſſe multos diverſorum generum globulos eſſe permixtos ita, ut actionem aliorum ſentiant alii. Quin immo licet activi ſint globuli, fieri debet, ut alii habeant motus conformes tum eos, qui pendent a viribus mutuis inter duos globulos, a quibus proveniunt undæ, tum eos, qui pendent ab interna diſtributione punctorum, a qua proveniunt ſingularum particularum interni vibratorii motus, & qui itidem ad diverſum ſonorum genus plurimum conferre poſſint, & diſſimilium globorum oſcillationes ſe mutuo turbent, ſimilium perpetuo poſt primas actiones actionibus aliis conformibus augeantur, quemadmodum in conſonantibus inſtrumentorum chordis cernimus, quarum una percuſſa ſonant & reliquæ. Ubique libertas motuum, & diſpoſitionis, quæ ſubito immediato impulſu, & accurata continuitate in corporum textu, acquiritur ad explicandam naturam, eſt perquam idonea, & opportuna.

DII. Quod pertinet ad tactiles proprietates, quid ſit ſolidum, fluidum, rigidum, molle, elaſticum, flexile, fragile, grave, abunde explicavimus. Quid lævigatum, quid aſperum, per ſe patet. Caloris cauſam in motu vehementi inteſtino particularum igneæ, vel ſulphureæ ſubſtantiæ fermenteſcentis potiſſimum cum particulis luminis, & qua ratione id fieri poſſit, expoſuimus. Frigus haberi poteſt per ipſum defectum ejusmodi ſubſtantiæ, vel defectum motus in ipſa. Haberi poſſunt etiam particulæ, quæ frigus cieant actione ſua, ut nitroſæ, per hoc, quod ejusmodi particularum motum ſiſtant, & eas, attractione mutuas ipſarum vires vincente, ad ſe rapiant, ac ſibi affundant quodammodo, veluti alligatas. Poteſt autem generari frigus admodum intenſum in corpore calido per ſolum etiam acceſſum corporis frigefacti per ſolum ejusmodi ſubſtantiæ defectum. Ea enim, dum fermentat, & in ſuo naturali volatilizationis ſtatu permanet, nititur elaſticitate ſua ipſa ad expanſionem, per quam, ſi in aliquo medio concluſa ſit, utcunque inerte reſpectu ipſius, ad æqualitatem per ipſum diffunditur; unde fit, ut ſi uno

Digitized by Google

in loco dematur aliqua ejus pars, ſtatim illuc ex aliis tantum devolet, quantum ad illam æqualitatem requiritur Hinc nimirum, ſi in aere libero ceſſet fermentantis ejusmodi ſubſtantiæ quantitas, vel per imminutam continuationem impulſuum ad continuandum motum, ut imminuta radiorum ſolis copia per hyemem, ac in locis remotioribus ab Æquatore, vel per acceſſum ingentis copiæ particularum ſiſtentium ejusdem ſubſtantiæ motum, unde fit, ut in climatis etiam non multum ab Æquatore diſtantibus ingentia pluribus in locis habeantur frigora, & glacies per nitroſorum effluviorum copiam; e corporibus omnibus expoſitis aeri perpetuo erumpet magna copia ejusdem fermenteſcentis ibi adhuc, & elaſticæ materiæ igneæ; & ea corpora remanebunt admodum frigida per ſolam imminutionem ejus materiæ; quibus ſi manum admoveamus, ingens illico ex ipſa manu particularum earundem multitudo avolabit, ut res ad æqualitatem reducatur, & tam ipſa ceſſatio illius inteſtini motus, qua immutabitur ſtatus fibrarum organici corporis, quam ipſe rapidus ejus ſubſtantiæ in aliam irrumpentis torrens, eam poterit, quam adeo moleſtam experimur, frigoris ſenſationem excitare.

DIII. Torrentis ejusmodi ideam habemus in ipſo velociſſimo aeris motu, qui ſi in aliqua ſpatii parte repente ad fixitatem reducatur in magna copia, ex aliis omnibus advolat celerrime, & horrendos aliquando celeritate ſua effectus parit. Sic ubi turbo vorticoſus, & aerem inferne exugens prope domum concluſam transeat, aer internus expanſivæ ſuæ vi omnia evertit; avolant tecta, diffringuntur feneſtræ, & tabulata, ac omnes portæ, quæ cubiculorum mutuam communicationem impediunt, repente diſſiliunt, & ipſi parietes nonnunquam evertuntur, ac corruunt, quemadmodum Romæ ante aliquot obſervavimus annos, & in Diſſertatione *de Turbine* ſuperius memorata, quam tum edidi, pluribus expoſui.

DIV. Verum hæc ſola ſubſtantiæ hujusce fermentantis expanſiva vis non eſt ſatis ad rem explicandam, ſed requiritur etiam certa vis mutua, qua ejusmodi ſubſtantia in alias quasdam attrahatur magis, in alias minus, quod qui fieri poſſit, vidimus, ubi de Diſſolutione, & Præcipitatione egimus; & ejusmodi attractio poteſt eſſe ita valida, ut motum ipſum inteſtinum prorſus impediat appreſſione ipſa, ac fixationem ejus ſubſtantiæ inducat, quæ ſi minor ſit, permittet quidem motus fermentatorii continuationem, ſed a ſe totam maſſam divelli non permittet, niſi accedente corpore, quod ma-

Digitized by Google

majorem exerceat vim, & ipſam ſibi rapiat. Hic autem raptus fieri poteſt ob duplicem cauſam; primo quidem, quod altera ſubſtantia majorem abſolutam vim habeat in ejusmodi ſubſtantiam igneam, quam alia, pari etiam particularum numero; deinde quod licet ea æque, vel etiam minus trahat, adhuc tamen cum utraque in minoribus diſtantiis trahat plus, in majoribus minus, illa habeat ejus ſubſtantiæ multo minus etiam pro ratione attractionis ſuæ, quam altera: nam in hoc ſecundo caſu, adhuc ab hac poſteriore avellerentur particulæ affuſæ ipſius particulis ad diſtantias aliquanto majores, & affunderentur particulis prioris ſubſtantiæ, donec in utravis ſubſtantia haberetur æqualis ſaturitas ſi ejus partes inter ſe conferantur, & æqualis itidem attractiva vis particularum ſubſtantiæ igneæ maxime remotarum a particulis utriusque ſubſtantiæ, quibus ea affunditur; ſed copia ipſius ſubſtantiæ igneæ poſſit adhuc eſſe in iis binis ſubſtantiis in quacunque ratione diverſa inter ſe; cum poſſit in altera ob vim longius pertinentem certa vis haberi in diſtantia majore, quam in altera; adeoque altitudo ejusmodi veluti marium in altera eſſe major, minor in altera, & in iisdem diſtantiis poſſit in altera haberi ob vim majorem denſitas major ſubſtantiæ ipſius igneæ affuſæ, quam in altera. Ex hisce quidem principiis, ac diverſis combinationibus, mirum ſane quam multa deduci poſſint ad explicationem Naturæ perquam idonea.

DV. Sic etiam ex hac diffuſione ad ejusmodi æqualitatem eandem inter diverſas ejusdem ſubſtantiæ partes, ſed admodum diverſam inter ſubſtantias diverſas, facile intelligitur, qui fiat, ut manus in hyeme expoſita libero aeri minus ſentiat frigoris quam ſolido cuipiam ſatis denſo corpori, quod ante ipſi aeri frigido diu fuerit expoſitum, ut marmori, & inter ipſa corpora ſolida, multo majus frigus ab altero ſentiat, quam ab altero, ac ab aere humido multo plus, quam a ſicco; rapta nimirum in diverſis ejusmodi circumſtantiis eodem tempore admodum diverſa copia igneæ ſubſtantiæ, quæ calorem in manu fovebat. Atque hic quidem & analogiæ ſunt quædam cum iis, quæ de refractione diximus; nam plerumque corpora, quæ plus habent materiæ, niſi oleoſa, & ſulphuroſa ſint, majorem habent vim refractivam, pro ratione denſitatis ſuæ; & corpora itidem communiter, quo denſiora ſunt, eo citius manum admotam calore ſpoliant, quæ idcirco ſi lineam telam libero expoſitam aeri contingat in hyeme, multo minus frigeſcit, quam ſi lignum, ſi marmora, ſi metalla. Fieri itidem poteſt, ut aliqua ſub-

Digitized by Google

ſtantia ejusmodi ſubſtantiam igneam repellat etiam, ſed ob aliam ſubſtantiam admixtam ſibi magis attrahentem, adhuc aliquid ſurripiat magis, vel minus, prout ejus admixtæ ſubſtantiæ plus habet, vel minus. Sic fieri poſſet, ut aer ejusmodi ſubſtantiam igneam reſpueret, ſed ob heterogenea corpora, quæ ſuſtinet, inter quæ inprimis eſt aqua in vapores elevata, ſurripiat non nihil; ubi autem in ipſo volitantes particulæ, quæ ad fixitatem adducunt, vel expellunt ejusmodi ſubſtantiam igneam, accedant ad alias, ut aqueas, fieri poteſt, ut repente habeantur & concretiones, atque congelationes, ac inde nives, & grandines. A diffuſione vero ad æqualitatem intra idem corpus fieri utique debet, ut ubi altius infra terræ ſuperficiem deſcenſum ſit, permanens habeatur caloris gradus, ut in fodinis, ad exiguam profunditatem pertinente effectu viciſſitudinem, quas habemus in ſuperficie ex tot ſubſtantiarum permixtionibus continuis, & acceſſu, ac receſſu ſolarium radiorum, quæ omnia ſe mutuo compenſant ſaltem intra annum, antequam ſenſibilis differentia haberi poſſit in profundioribus locis; ac in diverſa vi, quam diverſæ ſubſtantiæ exercent in ejusmodi ſubſtantiam igneam, provenire debet & illud, quod experimenta evincunt, ut nimirum nec eodem tempore æque frigeſcant diverſæ ſubſtantiæ aeri liberæ expoſitæ, nec caloris imminutio certam denſitatum rationem ſectetur, ſed varietur admodum independenter ab ipſa. Eodem autem recto & alia innumera ex iisdem principiis, ubique ſane conformibus admodum facile explicantur.

DVI. Patet autem ex iisdem principiis reperi poſſe explicationem etiam præcipuorum omnium ex Electricitatis phænomenis, quorum Theoriam a Franklino mira ſane ſagacitate inventam in America & exornavit plurimum, & confirmavit, ac promovit Taurini P. Beccaria vir doctiſſimus opere egregio ea de re edito ante hos aliquot annos. Juxta ejusmodi Theoriam huc omnia reducuntur: eſſe quoddam fluidum electricum; quod in aliis ſubſtantiis & per ſuperficiem, & per interna ipſarum viſcera poſſit pervadere; per alias motum non habeat, licet ſaltem harum aliquæ ingentem contineant ejusdem ſubſtantiæ copiam ſibi firmiſſime adhærentem, nec ſine frictione & motu inteſtino effundendam: quarum priora ſint per commixtionem electrica, poſteriora vero electrica natura ſua: in prioribus illis diffundi ſtatim id fluidum ad æqualitatem in ſingulis, licet alia majorem, alia minorem ceteris paribus copiam ejusdem poſcant ad quandam ſibi veluti connaturalem ſaturitatem: hinc e

duo-

Digitized by Google

duobus ejusmodi corporibus, quæ reſpectu naturæ ſuæ non eundem habeant ſaturitatis gradum, eſſe alterum reſpectu alterius electricum per exceſſum, & alterum per defectum; quæ ubi admoveantur ad eam diſtantiam, in qua particulæ circa ipſa corpora diffuſæ, & iis utcunque adhærentes ad modum atmoſphærarum quarundam, poſſint agere aliæ in alias, e corpore electrico per exceſſum fluere illico ejusmodi fluidum in corpus electricum per defectum, donec ad reſpectivam æqualitatem deventum ſit, in quo efluxu & ſubſtantiæ ipſæ, quæ fluidum dant, & recipiunt, ſimul ad ſe invicem accedant, ſi ſatis leves ſint, vel libere pendeant, & ſi motus coacervatæ materiæ ſit vehemens, exploſiones habeantur, & ſcintillæ, & vero etiam fulgurationes, tonitrua, & fulmina. Hinc nimirum facile repetuntur omnia conſueta electricitatis phænomena, præter Batavicum experimentum phialæ, quod multo generalius eſt, & in Frankliniano plano æque habet locum: id enim phænomenum ad aliud principium reducitur; nimirum ubi corpora natura ſua electrica exiguam habent craſſitudinem, ut tenuis vitrea lamella, poſſe in altera ſuperficie congeri multo majorem ejus fluidi copiam, dummodo ex altera ipſi ex adverſo reſpondente æqualis copia fluidi ejusdem extrahatur recepta in alterum corpus per communicationem electricum; quod ut per ſatis ampliam ſuperficiei partem fieri poſſit, non excurrente fluido per ejusmodi ſuperficies, aqua affunditur ſuperficiei alteri, & ad alteram manus tota apprimitur, vel auro inducitur ſuperficies utraque, quod ſit tanquam vehiculum, per quod ipſum fluidum poſſit inferri, & efferri; quod tamen non debet usque ad marginem deduci, ut citerior inauratio cum ulteriore conjungatur, vel ad illam ſatis accedat; ſi enim id fiat, transfuſo ſtatim fluido ex altera ſuperficie in alteram, obtinetur æqualitas, & omnia ceſſant electrica ſigna.

DVII. Hujusmodi Theoriæ ea pars, quæ continet reſpectivam illam ſaturitatem, conſpirat cum iis, quæ diximus de ignea ſubſtantia, ubi ipſam reſpectivam ſaturitatem abunde explicavimus. Dum autem fluidum vi mutua agente abit ex altera ſubſtantia in alteram, facile patet, debere ipſa etiam ea corpora, quorum particulæ ipſum fluidum, quanquam viribus inæqualibus, ad ſe trahunt, ad ſe invicem accedere; ac facile itidem patet, cur aer humidus, in quo ob admixtas aquæ particulas vidimus citius manum frigeſcere, electricis phænomenis contrarius ſit, vaporibus abripientibus illico, quod in catena a globi ſibi proximi frictione in ipſo excitatum,

Digitized by Google

tum, & avulſum congeritur. Secunda pars, ex qua Batavicum experimentum pendet, & ſucceſſus plani Franklíniani, aliquanto difficilior, explicatione tamen ſua non caret. Fieri utique poteſt, ut in certis corporibus ingens ſit ejus ſubſtantiæ copia ob attractionem ingentem, & ad exiguas diſtantias pertinentem, congeſta, quæ in aliquanto majore diſtantia in repulſionem tranſeat, ſed attractioni non prævalentem. Hæc repulſio cum illa copia materiæ poteſt eſſe in cauſa, ne per ejusmodi ſubſtantias tranſire poſſit is vapor, & ne per ipſam ſuperficiem excurrat, nec vero ad eam accedat ſatis, niſi alterius ſubſtantiæ adjunctæ actio ſimul ſuperveniat, & adjuvet. Tum vero ubi lamina ſit tenuis, poteſt repulſio, quam exercent particulæ fluidi prope alteram ſuperficiem ſiti, agere in particulas ſitas circa ſuperficiem alteram; ſed adhuc fieri poteſt, ut ea non poſſit ſatis ad vincendam attractionem, qua hærent particulis ſibi proximis; verum ſi ea adjuvetur ex una parte ab attractione corporis admoti per communicationem electrici, & ex altera creſcat acceſſu novi fluidi advecti ad ſuperficiem oppoſitam, quod vim ipſam repulſivam intendat, tum vero ipſa prævaleat. Ipſa autem prævalente, effluet ex ulteriore ſuperficie ejus fluidi pars novum illud corpus admotum ingreſſa, ac ex ejus partis remotione, ceſſante parte vis repulſivæ, quam nimirum id, quod effluit, exercebat in particulas citerioris ſuperficiei, ipſi citeriori ſuperficiei adhæreat jam idcirco major copia fluidi electrici admota per aquam, vel aurum, donec tamen communicatione extrorſum reſtituta per ſeriem corporum ſola communicatione electricorum defluxus ex altera ſuperficie pateat per alteram. Porro explicationem hujusmodi & illud confirmat, quod experimentum in lamina nimis craſſa non ſucceſſit. Quod autem per ſubſtantiam natura ſua electricam non permeet, ut æqualitatem acquirat, id ipſum provenire poſſet ab exigua diſtantia, ad quam extendatur ingens ejus attractiva vis in illam ſubſtantiam fluidam, & aliquanto majore diſtantia ſuarum particularum a ſe invicem. Nam in eo caſu altera particula ſubſtantiæ per ſe electricæ, ut ut ſpoliata magna parte ſui fluidi, non poterit rapere partem ſatis magnam fluidi alteri parti affuſi, & appreſſi.

DVIII. Hæc quidem an eo modo ſe habeant, definire non licet, niſi & illud oſtendatur ſimul, rem aliter ſe habere non poſſe. Sed illud jam patet, Theoriam meam, ſervato ſemper eodem agendi modo, ſuggerere ideam earum etiam diſpoſitionum materiæ, quæ poſſint maxime omnium ardua, & compoſita explicare naturæ phænome-

Digitized by Google

nomena, ac corporum diſcrimina. Illud unum hic addam; quoniam & ingens inter igneam ſubſtantiam, & electricum fluidum analogia deprehenditur, & habetur itidem diſcrimen aliquod, fieri etiam poſſe, ut inter ſe in eo tantummodo diſcrepent, quod altera ſit cum actuali fermentatione, & inteſtino motu, quamobrem etiam comburat, & calefaciat, & dilatet, ac rarefaciat ſubſtantias; altera ad fermenteſcendum apta ſit, ſed ſine illa, ſaltem tanta, agitatione, quantam fermentatio inducit orta ex colliſione ingenti mutua, vel ex aliarum admixtione ſubſtantiarum, quæ ſint ad fermentandum idoneæ.

DIX. Quod ad magneticam vim pertinet, adnotabo illud tantummodo, ejus phænomena omnia reduci ad ſolam attractionem certarum ſubſtantiarum ad ſe invicem. Nam directio, ad quam & inclinatio, & declinatio reducitur, repeti utique poteſt ab attractione ipſa ſola. Videmus acum magneticam inclinari ſtatim prope fodinas ferri, intra quas ideirco nullus eſt pyxidis magneticæ uſus. Si ingens adeſſet in ipſis polis, & in us ſolis, maſſa ferrea, omnes acus magneticæ dirigerentur ad polos ipſos; ſed quoniam ubique terrarum fodinæ ferreæ habentur, ſi circa polos eædem ſint in multo majore copia, quam alibi, dirigentur utique acus polos verſus, ſed cum aliqua deviatione in reliquas maſſas per totam Tellurem diſperſas, quæ poterit nunquam certum ſuperare graduum numerum, niſi plus æquo ad fodinam aliquam accedatur. Declinatio ejusmodi diverſa erit in diverſis locis, ob diverſam eorum locorum poſitionem ad omnes ejusmodi maſſas, & vero etiam variabitur, cum fodinæ ferri & deſtruantur in dies novæ, & generentur, ac augeantur, & minuantur in horas. Variatio intra unum diem exigua erit, cum eæ mutationes in fodinis intra unum diem exiguæ ſint; procedente tempore evadet major, eritque omnino irregularis, ſi mutationes, quæ in fodinis accidunt, ſint etiam ipſæ irregulares.

DX. Quod autem ad attractionem pertinet, eam in particulis haberi poſſe patet, & ab earum textu debere pendere; plurima autem ſunt magnetiſmi phænomena, quæ oſtendant, mutata diſpoſitione particularum generari magneticam vim, vel deſtrui, & multo frequentius intendi, vel remitti, cujus rei exempla paſſim occurrunt apud eos, qui de Magneticis agunt. Poli autem ex altera parte attractivi, ex altera repulſivi, qui habentur in magnetiſmo itidem, cohærent cum Theoria; cum virium ſumma ex altera

Digitized by Google

parte poſſit eſſe major, quam ex altera. Difficultatem aliquam majorem parit diſtantia ingens, ad quam ejusmodi vis extenditur; ut fieri utique id ipſum poteſt per aliquod effluviorum intermedium genus, quod tenuitate ſua effugerit huc usque obſervantium oculos, & quod per intermedias vires ſuas connectat etiam maſſas remotas, ſi forte ex ſola diverſa combinatione punctorum habentium vires ab eadem illa mea curva expreſſas id etiam phænomenon provenire non poſſit. Sed hæc omnia ſingulares tractatus, & longas perquiſitiones requirerent; hic mihi ſatis eſt indicaſſe ingentem Theoriæ meæ fœcunditatem, & uſum in difficillimis quibuscunque Phyſicæ etiam particularis partibus pertractandis.

DXI. Supereſt, ut poſtremo loco dicamus hic aliquid de alterationibus, & transformationibus corporum. Pro materia mihi ſunt puncta indiviſibilia, inextenſa, prædita vi inertiæ, & viribus mutuis expreſſis per ſimplicem continuam curvam habentem determinatas illas proprietates, quas expreſſi a Num. 116, & quæ per æquationem quoque algebraicam definiri poteſt. An hæc virium lex ſit intrinſeca, & eſſentialis ipſis indiviſibilibus punctis; an ſit quiddam ſubſtantiale, vel accidentale ipſis ſuperadditum, quemadmodum fuerant Peripateticorum formæ ſubſtantiales, vel accidentales; an ſit libera lex Auctoris Naturæ, qui motus ipſos ſecundum legem a ſe pro arbitrio conſtitutam dirigat, illud non quæro; nec vero invenin poteſt per phænomena, quæ eadem ſunt in omnibus iis ſententiis. Tertia eſt cauſarum occaſionalium ad guſtum Carteſianorum, ſecunda Peripateticis inſervire poteſt, qui in quovis puncto poſſunt agnoſcere materiam cum formam ſubſtantialem exigentem accidens, quod ſit formalis lex virium, ut etiam, ſi velint, deſtructa ſubſtantia remanere eadem accidentia in individuo, poſſint conſervare individuum iſtud accidens; ex quo ſenſibilitas remanebit prorſus eadem, & quæ pro diverſa combinatione ejusmodi accidentium pertinentium ad diverſa puncta, erit diverſa. Prima ſententia videtur eſſe plurimorum e Recentioribus, qui impenetrabilitatem, & activas vires, quas admittunt Leibnitiani, & Newtoniani paſſim, videntur agnoſcere pro primariis materiæ proprietatibus in ipſa ejus eſſentia ſitis. Poteſt utique hæc mea Theoria adhiberi in omnibus hisce Philoſophandi generibus, & ſuo cujusque peculiari cogitandi modo aptari poteſt.

DXII. Hæc materia mihi eſt prorſus homogenea, quod pertinet ad legem virium, & argumenta, quæ habeo pro homogenei-

neitate, expoſui Num. 91. Si quæ occurrent Naturæ phænomena, quæ per unicum materiæ genus explicari non poſſent, poſſent adhiberi plura genera punctorum cum pluribus legibus inter ſe diverſis, atque id ita, ut tot leges ſint, quot ſunt binaria generum, & præterea, quot ſunt ipſa genera, ut illarum ſingulæ exprimant vires mutuas inter puncta pertinentia ad bina ſingulorum binariorum genera, & harum ſingulæ vires mutuas inter puncta pertinentia ad idem genus, ſingulæ pro generibus ſingulis. Porro inde mirum ſane, quanto major combinationum numerus oriretur, & quanto facilius explicarentur omnia phænomena. Poſſent autem illæ leges exponi per curvas quasdam, quarum aliquæ haberent aliquid commune, ut aſymptoticum impenetrabilitatis arcum, & arcum gravitatis, ac aliæ ab aliis poſſent diſtare magis, ut habeantur quædam genera, & quædam differentiæ, quæ corporum elementa in certas claſſes diſtribuerent; & hic Peripateticis, ſi velint, occaſio daretur admittendi materiam ubique homogeneam, ac formas ſubſtantiales diverſas, quæ accidentalem virium formam diverſam exigant, & vero etiam plures accidentales formas, quæ diverſas determinent vires, ex quibus componatur vis totalis unius elementi reſpectu ſui ſimilium, vel reſpectu aliorum.

DXIII. Poſſet autem admitti vis in quibusdam generibus nulla, & tunc ſubſtantia unius ex iis generibus liberrime permearet per ſubſtantiam alterius ſine ullo occurſu, qui in numero finito punctorum indiviſibilium nullus haberetur, adeoque tranſiret cum impenetrabilitate reali, & compenetratione apparente; ac poſſet unum genus eſſe colligatum cum alio per legem virium, quam habeant cum tertio, ſine ulla lege virium mutua inter ipſa, vel poſſent ea duo genera nullum habere nexum cum ullo tertio; atque in hoc poſteriore caſu haberi poſſent plurimi mundi materiales & ſenſibiles in eodem ſpatio ita inter ſe diſparati, ut nullum alter cum altero haberet commercium, nec alter ullam alterius notitiam poſſet unquam acquirere. Mirum ſane, quam multæ aliæ in caſibus illius nexus cujuspiam duorum generum cum tertio combinationes haberi poſſint ad explicanda naturæ phænomena; ſed argumenta, quæ pro homogeneitate protuli, locum habent pro omnibus punctis, cum quibus nos commercium aliquod habere poſſumus, pro quibus ſolis inductio locum habere poteſt. An autem ſint alia punctorum genera vel hic in noſtro ſpatio, vel alibi in diſtantia quavis, vel ſi id ipſum non repugnat, in aliquo alio ſpatii genere, quod nullam

Digitized by Google

habeat relationem cum noſtro ſpatio, in quo poſſint eſſe puncta ſine ulla relatione diſtantiæ a punctis in noſtro ſpatio exiſtentibus, nos prorſus ignoramus, nihil enim eo pertinens omnino ex naturæ phænomenis colligere poſſumus, & nimis eſt audax, qui eorum omnium, quæ condidit Divinus Naturæ Fabricator limitem ponat ſuam ſentiendi, & vero etiam cogitandi vim.

DXIV. Sed redeundo ad meam homogeneorum elementorum Theoriam, ſingulares corporum formæ erunt combinatio punctorum homogeneorum, quæ habetur a diſtantiis, & poſitionibus, ac præter ſolam combinationem velocitas, & directio motus punctorum ſingulorum: pro individuis vero corporum maſſis accedit punctorum numerus. Dato numero & diſpoſitione punctorum in data maſſa, datur radix omnium proprietatum, quas habet eadem maſſa in ſe, & omnium relationum, quas eadem habere debet cum aliis maſſis, quas nimirum determinabunt numeri, & combinationes, ac motus earum; & datur radix omnium mutationum, quæ ipſi poſſunt accidere. Quoniam vero ſunt quædam combinationes peculiares, quæ exhibent quasdam peculiares proprietates conſtantes, quas determinavimus, & expoſuimus, nimirum ſuæ pro cohæſione, & variis ſoliditatum gradibus, ſuæ pro fluiditate, ſuæ pro elaſticitate, ſuæ pro mollitie, ſuæ pro certis acquirendis figuris, ſuæ pro certis habendis oſcillationibus, quæ & per ſe, & per vires ſibi affixas diverſos ſapores pariant, & diverſos odores, & colorum diverſas conſtantes proprietates exhibeant; ſunt autem aliæ combinationes, quæ inducunt motus, & mutationes non permanentes, uti eſt omne fermentationum genus; poſſunt a primis illis conſtantium proprietatum combinationibus deſumi ſpecificæ corporum formæ, & differentiæ, & per hasce poſteriores habebuntur alterationes, & transformationes.

DXV. Inter illas autem proprietates conſtantes poſſunt ſeligi quædam, quæ magis conſtantes ſint, & quæ non pendeant a permixtione aliarum particularum, vel etiam, quæ ſi amittantur, facile & prompte acquirantur, & illæ haberi pro eſſentialibus illi ſpeciei; quibus conſtanter mutatis habeatur transformatio; iisdem vero manentibus, habeatur tantummodo alteratio. Sic ſi fluidi particulæ alligentur per alias, ut motum circa ſe invicem habere non poſſint, ſed illarum textus, & virium genus maneat idem, conglaciatum illud fluidum dicetur tantummodo alteratum, non vero etiam mutatum ſpecifice. Ita alterabitur etiam, & non ſpecifice mutabitur

Digitized by Google

tur corpus, ſi aucta quantitate materiæ igneæ, quam in poris continet, vel aucto motu ejusdem, vel etiam aucta aliqua ſuarum partium oſcillatione, dicetur calefactione nova alteratum tantummodo; & aquæ maſſa, quæ poſt ebullitionem redit ad priorem formam, erit per ipſam ebullitionem alterata, non transformata: figuræ itidem mutatio, ubi ex cera, vel metallo diverſa fiunt opera, alterationem quandam inducet. At ubi mutatur ille textus, qui habebatur in particulis, atque id mutatione conſtanti, & quæ longe alia phænomena præbeat; tum vero dicetur corrumpi, & transformari corpus. Sic ubi e ſolidis corporibus generetur permanens aer elaſticus, & vapores elaſtici ex aqua; ubi aqua in terram concreſcat, ubi commixtis ſubſtantiis pluribus arcte inter ſe cohæreant novo nexu earum particulæ, & novum mixtum efforment; ubi mixti particulæ ſeparatæ per ſolutionem nexus ipſius, quod accidit in putrefactione, & in fermentationibus plurimis, novam ſingulæ conſtitutionem acquirant, habebitur transformatio.

DXVI. Si poſſemus inſpicere intimam particularum conſtitutionem, & textum, ac diſtinguere a ſe invicem particulas ordinum gradatim altiorum a punctis elementaribus ad hæc noſtra corpora; fortaſſe inveniremus aliqua particularum genera ita ſuæ formæ renacia, ut in omnibus permutationibus ea nunquam corrumpantur, ſed mutentur quorundam altiorum ordinum particulæ per ſolam mutationem compoſitionis, quam habent a diverſa diſpoſitione particularum conſtantium ordinis inferioris; liceret multo certius dividere corpora in ſuas ſpecies, & diſtinguere elementa quædam, quæ haberi poſſent pro ſimplicibus, & inalterabilibus vi naturæ, tum compoſitiones mixtorum ſpecificas, & eſſentiales ab accidentalibus proprietatibus diſcernere. Sed quoniam in intimum ejusmodi textum penetrare nondum licet, eas proprietates debemus diligenter notare, quæ ab illo intimo textu proveniunt, & noſtris ſenſibus ſunt perviæ, quæ quidem omnes conſiſtunt in viribus, motu, & mutatione diſpoſitionis maſſularum grandiuſcularum, quæ ſenſibus ſe noſtris objiciunt; & conſtanter habitas, vel facile, & brevi recuperatas diſtinguere a tranſitoriis, vel facile, & conſtanter amiſſas, & ex illarum aggregato diſtinguere ſpecies, hasce vero habere pro accidentalibus.

DXVII. Verum quod ad omne hoc argumentum pertinet, non erit abs re, ſi poſtremo loco huc transferam ex Stayna *Recentiore Philoſophia*, ac meis in eam adnotationibus, illud, quod habeo ad verſum 547 Lib. 1: „ Quamvis intrinſecam corporum naturam

Digitized by Google

„ intueri non liceat, non eſſe abjiciendum, affirmat, Naturæ in-
„ veſtigandæ ſtudium: poſſe ex externis illis proprietatibus plures
„ detegi in dies; id ipſum ſummæ laudi eſſe: ideam ſane, quam
„ habemus confuſam ſubſtantiæ eas habentis proprietates, proprie-
„ tatibus ipſis auctis extendimus. Rem illuſtrat aptiſſimo exem-
„ plo ejus ſubſtantiæ, quam aurum appellamus, ac ſeriem pro-
„ prietatum eo ordine proponit, quo ipſas detectas eſſe veroſimi-
„ liter arbitratur: colorem fulvum, pondus graviſſimum, ductili-
„ tatem, fuſilitatem, quod in fuſione nihil amittat, quod rubigi-
„ nem non contrahat. Diu his tantummodo proprietatibus auri
„ ſubſtantiam contineri eſt creditum; ſero additum, ſolvi per il-
„ lam, quam dicunt aquam regiam, & præcipitari immiſſo ſale.
„ Porro & aliæ ſupererunt plurimæ ejusmodi proprietates olim
„ forraſſe detegendæ: quo plures detegimus, eo plus ad confu-
„ ſam illam naturæ auri cognitionem accedimus; a clara, atque in-
„ tima ipſius naturæ contemplatione adhuc abſumus. Idem, quod
„ in hoc vidimus peculiari corpore, de corporis in genere natura
„ affirmat. Inveſtigandas proprietates, quibus detectis illum in-
„ timum proprietatum fontem attingi nunquam poſſe: nil niſi ina-
„ nia proferri vocabula, ubi intimæ proprietates inveſtigantur.

DXVIII. Hæc ego quidem ex illo; tum meam hanc ipſam Theoriam reſpiciens, quam & ipſe Libro 10 expoſuit nondum edito, ſic perſequor: „ Quid autem ſi partim obſervatione, partim
„ ratiocinatione adhibita, conſtaret demum, materiam homogeneam
„ eſſe, ac omne diſcrimen inter corpora provenire a forma, ne-
„ xu, viribus, & motibus particularum, quæ ſint intima origo
„ ſenſibilium omnium proprietatum. Ea noſtros ſenſus non alia
„ effugiunt ratione, niſi ob nimis exiguam particularum molem; nec
„ noſtræ mentis vim, niſi ob ingentem ipſarum multitudinem, & ſub-
„ limiſſimam, ut ut communem, virium legem; quibus fit, ut
„ ad intimam ſingularum ſpecierum compoſitionem cognoſcendam
„ aſpirare non poſſimus. At generalium corporis proprietatum,
„ & generalium diſcriminum explicationem Lib. 10 ex intimis iis
„ principiis petitam, exhibebimus forraſſe non infeliciter; peculia-
„ rium corporum textum olim cognoſci, difficillimum quidem eſſe,
„ arbitror; prorſus impoſſibile, æſtimare non auſim.

DXIX. Demum ibidem illud addo, quod pertinet ad genera, & ſpecies: „ Interea ſpecificas naturas æſtimamus, & diſtinguimus
„ a collectione illa externarum proprietatum, in quo plurimum

„ con-

Digitized by Google

„ confert ordo, quo deteguntur. Si quædam collectio, quæ ſola
„ innotuerat, inveniatur ſimul cum nova quadam proprietate con-
„ juncta, in aliis fere æquali numero cum alia diverſa; eam, quam
„ pro ſpecie infima habebamus, pro genere quodam habemus con-
„ tinente ſub ſe illas ſpecies, & nomen, quod prius habuerant,
„ pro utraque retinemus. Si diu invenimus conjunctam ubique
„ cum aliqua nova, deinde vero alicubi multo poſterius inveniatur
„ ſine illa nova; tum, nova illa jam in naturæ ideam admiſſa,
„ hanc ſubſtantiam ea carentem ab ejusmodi natura arcemus, nec
„ ipſi id nomen tribuimus. Si nunc inveniretur maſſa, quæ ce-
„ teras omnes enumeratas auri proprietates haberet, ſed aqua regia
„ non ſolveretur, eam non eſſe aurum diceremus. Si initio com-
„ pertum eſſet, alias ejusmodi maſſas ſolvi, alias non ſolvi per
„ aquam regiam, ſed per alium liquorem, & utrumque in æquali
„ fere earum maſſarum numero notatum eſſet, putatum fuiſſet,
„ binas eſſe auri ſpecies, quarum altera alterius liquoris ope ſol-
„ veretur.

Hæc ego ibi; unde adhuc magis patet, quid ſpecificæ formæ ſint, & inde, quid ſit transformatio. Sed ſed de his omnibus jam ſatis.

AP-

Digitized by Google

APPENDIX
Ad Metaphyſicam pertinens
DE
ANIMA, & DEO.

DXX. QUæ pertinent ad diſcrimen animæ a materia, & ad modum, quo anima in corpus agit, rejecta Leibnitianorum harmonia præſtabilita, perſecutus jam ſum in parte prima a Num. 152. Hic primum & id ipſum diſcrimen evolvam magis, & addam de ipſius animæ, & ejus actuum vi, ac natura, non nulla, quæ cum eodem operis argumento arctiſſime connectuntur; tum ad eum colligendum, qui ſemper maximus eſſe debet omnium Philoſophicarum meditationum fructus, nimirum ad ipſum potentiſſimum, ac ſapientiſſimum Auctorem Naturæ conſcendam.

DXXI. Inprimis hic iterum patet, quantum diſcrimen ſit inter corpus, & animam, ac inter ea, quæ corporeæ materiæ tribuimus, & quæ in noſtra ſpirituali ſubſtantia experimur. Ibi omnia perfecimus tantummodo per diſtantias locales, & motus, ac per vires, quæ nihil aliud ſint, niſi determinationes ad motus locales, ſive ad mutandas, vel conſervandas locales diſtantias certa lege neceſſaria, & a nulla materiæ ipſius libera determinatione pendente. Nec vero ullas ego repræſentativas vires in ipſa materia agnoſco, quarum nomine haud ſcio, an ii ipſi, qui utuntur, ſatis notint, quid intelligant; nec ullum aliud genus virium, aut actionum ipſi tribuo, præter illud unum, quod reſpicit localem motum, & acceſſus mutuos, ac receſſus.

DXXII. At in ea noſtra ſubſtantia, qua vivimus, nos quidem intimo ſenſu, & reflexione, duplex aliud operationum genus experimur, & agnoſcimus, quarum alterum dicimus ſenſationem, alterum cogitationem & volitionem. Profecto idea, quam de illis habemus intimam, & prorſus experimentalem, eſt longe diverſa ab idea, quam habemus, localis diſtantiæ, & motus. Et quidem illud mihi, ut in prima parte innui, omnino perſuaſum eſt, ineſſe animis noſtris vim quandam, qua ipſas noſtras ideas, & illos, non locales, ſed animaſticos motus, quos in nobis ipſis inſpicimus, intime cognoſcamus, & non ſolum ſimiles a diſſimilibus poſſimus diſcer-

Digitized by Google

cernere, quod omnino facimus, cum poſt equi viſi ideam, ſe nobis idea piſcis objicit, & hunc dicimus non eſſe equum; vel cum in primis principiis ideas conformes affirmando conjungimus, diffor-mes vero ſeparamus negando; verum etiam ipſorum non localium motuum, & idearum naturam immediate videamus, atque origi-nem; ut idcirco nobis evidenter conſtet per ſe ſe, alias oriri in no-bis a ſubſtantia aliqua externa ipſi animo, & admodum diſcrepante ab ipſo, ut ut etiam ipſi conjuncta, quam corpus dicimus; alias earum occaſione in ipſo animo exurgere, atque enaſci per longe aliam vim; ac primi generis eſſe ſenſationes ipſas, & directas ideas, poſterioris autem omne reflexionum genus, judicia, diſcurſus, ac voluntatis actus tam varios; qua interna evidentia, & conſcientia ſua illi etiam, qui de corporum, de aliorum extra ſe objectorum exiſtentia dubitare vellent, ac idealiſmum, & egoiſmum affectant, coguntur vel inviti internum ejusmodi ineptiſſimis dubitationibus aſſenſum negare, & quotiescunque directe, & vero etiam reflexe, ac ſerio cogitant, & loquuntur, aut agunt, ita agere, loqui, co-gitare, ut alia etiam extra ſe poſita ſibi ſimilia, & ſpiritualia, & materialia entia agnoſcant: neque enim libros conſcriberent, & ede-rent, & ſuam rationibus confirmare ſententiam niterentur, niſi il-lis omnino perſuaſum eſſet, exiſtere extra ipſos, qui, quæ ſcri-pſerint, & typis vulgaverint, perlegant, qui eorum rationes vo-ce expreſſas aure excipiant, & victi demum ſe dedant.

DXXIII. Et vero ex motibus quibusdam localibus in noſtro corpore factis per impulſum ab externis corporibus, vel per ſe etiam eo modo, quo ab externis fiunt, ac delatis ad cerebrum (in eo enim alicubi debet eſſe ánimæ ſedes, ad quam nimirum tot nervorum fibræ pertingunt idcirco, ut impulſiones propagatæ, vel per ſuccum volatilem, vel per rigidas fibras quaqua verſus deferri poſſint, & inde imperium in univerſum exerceri corpus) exurgunt motus quidam non locales in animo, nec vero liberi, & ideæ co-loris, ſaporis, odoris, ſoni, & vero etiam doloris, qui oriuntur quidem ex motibus illis localibus, ſed intima conſcientia teſte, qua ipſorum naturam, & originem intuemur, longe aliud ſunt, quam motus ipſi locales: ſunt nimirum vitales actus, ut ut non liberi. Præter ipſos autem in nobis ipſis illud aliud etiam operationum ge-nus perſpicimus cogitandi, ac volendi, quod alii & brutis itidem attribuunt, cum quibus illud primum operationum genus commune nobis eſſe cenſent jam omnes, præter Carteſianos paucos, Philoſo-

Digitized by Google

phi; nam & Leibnitiani brutis ipſis animam tribuunt, quanquam non immediate agentem in corpus; ſed ex iis, qui ipſam cogitandi, & volendi vim brutis attribuunt, in iis agnoſcunt paſſim omnes, qui ſapiunt, noſtra inferiorem longe, & ita a materia pendentem, ut ſine illa nec vivere poſſint, nec agere; dum noſtras animas etiam a corpore ſeparatas credimus poſſe eosdem æque cogitationis, & volitionis actus exercere.

DXXIV. Porro ex his, qui cogitationem, & voluntatem brutis attribuunt, alii utrique generi applicant nomen ſpiritus, ſed diſtinguunt diverſa ſpirituum genera; alii vocem ſpiritualis ſubſtantiæ tribuunt illis ſolis, quæ cogitare, & velle poſſint etiam ſine ullo nexu cum corpore, & ſine ulla materiæ organica diſpoſitione, & motu qui neceſſarius eſt brutis, ut vivant. Atque id quidem admodum facile revocari poteſt ad litem de nomine, & ad ideam, quæ affigatur huic voci *ſpiritus*, vel *ſpiritualis*, cujus vocis latina vis originaria non niſi tenuem flatum ſignificat; nec magna erit in vocum uſurpatione difficultas, dummodo bene diſtinguantur a ſe invicem materia expers omni & ſentiendi, & cogitandi, ac volendi vi, a viventibus ſenſu præditis; & in viventibus ipſis anima immortalis, ac per ſe ipſam etiam extra omne organicum corpus capax cogitationis & voluntatis, a brutis longe imperfectioribus, vel quia ſolum ſentiendi vim habeant omnis cogitationis & voluntatis expertia, vel quia ſi cogitent & velint, longe imperfectiores habeant ejuſmodi operationes, ac diſſoluto per organici corporis corruptionem nexu cum ipſo corpore, prorſus diſpereant.

DXXV. Ceterum longe aliud profecto eſt & tenuitas lamellæ, quæ determinat hunc potius quam illum coloratum radium ad reflexionem, ut ad oculos noſtros deveniat, in quo ſenſu adhibet coloris nomen vulgus, & opifices; & diſpoſitio punctorum componentium particulam luminis, quæ certum ipſi conciliat refrangibilitatis gradum, certum in certis circumſtantiis intervallum vicum facilioris reflexionis, & facilioris transmiſſus, unde fit, ut certam in oculi fibris impreſſionem faciat, in quo ſenſu nomen coloris adhibent Optici; & impreſſio ipſa facta in oculo, & propagata ad cerebrum, in quo ſenſu coloris nomen Anatomici uſurpare poſſunt; & longe aliud quid, & diverſum ab iis omnibus, ac ne analogum quidem illis, ſaltem ſatis arcto analogiæ, & omnimodæ ſimilitudinis genere, eſt idea illa, quæ nobis excitatur in animo, & quam demum a prioribus illis localibus motibus determinatam intue-

Digitized by Google

tuemur in nobis ipſis, ac intima noſtra conſcientia, & animi vis, de cujus vera in nobis ipſis exiſtentia dubitare omnino non poſſumus, evidentiſſima voce admonent ea de re, & certos nos reddunt.

DXXVI. Porro commercium illud inter animam & corpus, quod unionem appellamus, tria habet inter ſe diverſa legum genera, quarum bina ſunt prorſus diverſa ab ea etiam, quæ habetur inter materiæ puncta; tertium accedit ad ipſam, quanquam etiam ab eadem in multis diſcrepat. Priores ſunt in ordine ad motus locales organici noſtri corporis; vel potius ejus partis, ſive ea ſit fluidum quoddam tenuiſſimum, ſive ſint ſolidæ fibræ; & ad motus non locales, ſed animaſticos noſtri animi, nimirum ad excitationem idearum, & ad voluntatis actus. Utroque legum genere ad quosdam motus corporis excitantur quidam animi actus, & vice verſa, & utrumque requirit inter cetera poſitionem certam in partibus corporis ad ſe invicem, & certam animæ poſitionem ad ipſas ubi enim læſione quadam ſatis magna organici corporis ea mutua poſitio partium ſatis turbatur, ejusmodi legum obſervantia ceſſat: nec vero ea locum habere poteſt, ſi anima procul diſtet a corpore extra ipſum ſita.

DXXVII. Sunt autem ejusmodi legum duo genera: alterum genus eſt illud, cujus nexus eſt neceſſarius; alterum, cujus nexus eſt liber: habemus enim & liberos, & neceſſarios motus, & ſæpe fit, ut aliquis apoplexia ictus amittat omnem, ſaltem reſpectu aliquorum membrorum, facultatem liberi motus; at neceſſarios, non eos tantum, qui ad nutritionem pertinent, & a ſola machina pendent, ſed & eos, quibus excitantur ſenſationes, retineat. Unde apparet & illud, diverſa eſſe inſtrumenta, quibus ad ea duo diverſa motuum genera utimur. Quanquam & in hoc ſecundo legum genere fieri poſſet, ut nexus ibi quidem aliquis neceſſarius habeatur, ſed non mutuus. Ut nimirum tota libertas noſtra conſiſtat in excitandis actibus voluntatis, & eorum ope etiam ideis mentis, quibus ſemel libero animaſtico motu intrinſeco excitatis, per legem hujus ſecundi generis debeant illico certi locales motus exoriri in ea corporis noſtri parte, quæ eſt primum inſtrumentum liberorum motuum; nulli autem ſint motus locales partis ullius noſtri corporis, nullæ ideæ noſtræ mentis, quæ animum certa lege determinent ad hunc potius, quam illum voluntatis liberum actum; licet fieri poſſit, ut certa lege ad id inclinent, & actus alios aliis faciliores reddant, manente tamen ſemper in animo, in ipſa illa ejus facultate,

Digitized by Google

te, quam dicimus voluntatem, poteſtate liberrima eligendi illud etiam, contra quod inclinatur, & efficiendi, ut ex mera ſua determinatione præponderet etiam illud, quod independenter ab ea minorem habet vim. In eodem autem genere nexus quidam neceſſarii erunt itidem inter motus locales corporis, ac ideas mentis, cum quibusdam indeliberatis animi affectionibus; quæ leges, quam multæ ſint, quam variæ, & an ſingula genera ad unicam aliquam ſatis generalem reduci poſſint, id vero nobis quidem ſaltem huc usque eſt penitus inacceſſum.

DXXVIII. Tertium legum genus magis affine legi mutuæ punctorum materiæ eſt illud, quod ad motum localem pertinet animæ ipſius, ac certam ejus poſitionem ad corpus, & ad certam organorum diſpoſitionem. Durante nimirum diſpoſitione, a qua pendet vita, anima neceſſario debet mutare locum, dum locum mutat corpus; atque id ipſum quodam neceſſario nexu, non libero; ſi enim præceps gravitate ſua corpus ruit, ſi ab alio repente impellitur, ſi vehitur navi, ſi ex ipſius animæ voluntate progreditur, moveri utique cum ipſo debet neceſſario & anima, ac illam eandem reſpectivam ſedem tenere, & corpus comitari ubique. Diſſoluto autem o nexu organicorum inſtrumentorum, abit illico, & a corpore, jam ſuis inepto uſibus, diſcedit. At in eo hæc virium lex localem motum animæ reſpiciens plurimum differt a viribus materiæ, quod nec in infinitum protenditur, ſed ad certam quandam ſatis exiguam diſtantiam, nec illam habet tantam reciprocationem determinationis ad acceſſum, & receſſum cum tot illis limitibus, vel ſaltem nullum earum rerum habemus indicium. Fortaſſe nec in minimis diſtantiis a quovis materiæ puncto determinationem ullam habet ad receſſum, cum potius ipſa compenetrari cum materia poſſe videatur: nam ex phænomenis nec illud certo colligi poſſe arbitror, an cum ullo materiæ puncto compenetretur. Deinde nec hujusmodi vires habet perennes, & immutabiles; pereunt enim deſtructa organizatione corporis, nec eas habet, cum ſuis ſimilibus, nimirum cum aliis animabus, cum quibus idcirco nec impenetrabilitatem habet, nec illos nexus cohæſionum, ex quibus materiæ ſenſibilitas oritur.

DXXIX. Ubi ſit animæ ſedes ex phænomenis utique noſſe non poſſumus; an nimirum ea ſit præſens certo cuidam punctorum numero, & toti ſpatio intermedio, habens virtualem illam extenſionem, quam Num. 82 in primis materiæ elementis rejecimus;

an

an compenetretur cum uno aliquo puncto materiæ, cui unita ſecum ferat neceſſarios illos, & liberos nexus, ut vel illud punctum cum aliis etiam legibus agat in alia puncta quædam, vel ut enatis certis quibusdam in ipſo motibus cetera fiant per virium legem toti materiæ communem; an ipſa punctum ſpatii occupet a nullo materiæ puncto occupatum, ſed adhuc corporis dicatur forma, & anima per nexum, quem cum certis habeat punctis, reſpectu quorum omnes habeat illas motuum localium, & animaſticorum leges, quas diximus; id ſane ex puris naturæ phænomenis, & vero etiam, ut arbitror, ex reflexione, & meditatione quavis nunquam nobis innoteſcet. Illud unum haberi credo in omnibus hisce legibus, quod eſt obſervationibus conforme, quod Num. 74 innui, nunquam ab anima produci motum in uno materiæ puncto, quin in alio aliquo æqualis motus in partem contrariam producatur; unde fit, ut nec liberi, nec neceſſarii materiæ motus ab animabus noſtris orti perturbent actionis, & reactionis æqualitatem, conſervationem ejusdem ſtatus centri communis gravitatis, & conſervationem ejusdem quantitatis motus in mundo in eandem plagam computati.

DXXX. Hæc quidem de anima: jam quod pertinet ad ipſum Divinum Naturæ Opificem, in hac Theoria elucet maxime & neceſſitas ipſum omnino admittendi, & ſumma ipſius, atque infinita potentia, ſapientia, Providentia, quæ venerationem a nobis demiſſiſſimam, & ſimul gratum animum, atque amorem expoſcant: ac vaniſſima illorum ſomnia corruunt penitus, qui Mundum vel caſu quodam fortuito putant, vel fatali quadam neceſſitate potuiſſe condi, vel per ſe ipſum exiſtere ab æterno ſuis neceſſariis legibus conſiſtentem.

DXXXI. Et primo quidem quod ad caſum pertinet, ſic ratiocinantur: finiti terminorum numeri combinationes numero finitas habent; combinationes autem per totam infinitam æternitatem debent extitiſſe numero infinitæ, etiamſi nomine combinationum aſſumamus totam ſeriem pertinentem ad quotcunque millenos annos. Quamobrem in fortuita atomorum agitatione ſi omnia ſe æqualiter habuerint, ut in longa fortuitorum ſerie ſemper accidit, debuit quævis ex ipſis redire infinitis vicibus, adeoque infinities major eſt probabilitas pro reditu hujus individuæ combinationis, quam habemus, quocunque finito numero vicium redeuntis mero caſu, quam pro non reditu. Hi quidem inprimis in eo errant, quod putent eſſe aliquid, quod in ſe ipſo revera fortuitum ſit; cum omnia determi-

natas habeant in natura cauſas, ex quibus profluunt, & idcirco a nobis fortuita dicuntur quædam, quia cauſas, a quibus eorum exiſtentia determinatur ignoramus.

DXXXII. Sed eo omiſſo, falſiſſimum eſt, numerum combinationum eſſe finitum in terminis numero finitis, ſi omnia, quæ ad mundi conſtitutionem neceſſaria ſunt, perpendantur. Eſt quidem finitus numerus combinationum, ſi nomine combinationis aſſumatur tantummodo ordo quidam, quo alii termini poſt alios jacent: hinc ultro agnoſco illud, ſi omnes litteræ, quæ Virgilii poema componunt, verſentur temere in ſacco aliquo, tum extrahantur, & ordinentur omnes litteræ, aliæ poſt alias, atque ejusmodi operatio continuetur in infinitum, redituram & ipſam combinationem Virgiliat iam numero vicium quemvis determinatum numerum ſuperante. At ad mundi conſtitutionem habetur inprimis diſpoſitio punctorum materiæ in ſpatio patente in longum, latum, & profundum: porro rectæ in uno plano ſunt infinitæ, plana in ſpatio ſunt infinita, & pro quavis recta in quovis plano infinita ſunt curvarum genera, quæ cum eadem ex dato puncto directionis oriantur, in quarum ſingularum claſſibus infinities plures ſunt, quæ per datum punctorum numerum non tranſeant. Quare ubi ſeligenda ſit curva, quæ tranſeat per omnia materiæ puncta, jam habemus infinitum ſaltem ordinis tertii. Præterea determinata ejusmodi curva poteſt variari in infinitum diſtantia puncti cujusvis a ſibi proximo; quamobrem numerus diſpoſitionum poſſibilium pro quovis puncto materiæ adhuc ceteris manentibus eſt infinitus, adeoque is numerus ex omnium mutationibus poſſibilibus eſt infinitus ordinis expoſiti a numero punctorum aucto ſaltem ternario. Iterum velocitas, quam habet dato tempore punctum quodvis, poteſt variari in infinitum, & directio motus poteſt variari in infinitum ordinis ſecundi ob directiones infinitas in eodem plano, & plana infinita in ſpatio. Quare cum conſtitutio mundi, & ſequentium phænomenorum ſeries pendeat ab ipſa velocitate, & directione motus, numerus, qui exprimit gradum infiniti, ad quem aſſurgit numerus caſuum diverſorum, debet multiplicari ter per numerum punctorum materiæ.

DXXXIII. Eſt igitur numerus caſuum diverſorum non finitus, ſed infinitus ordinis expoſiti a quarta potentia numeri punctorum aucta ſaltem ternario, atque id etiam determinata curva virium, quæ poteſt itidem infinitis modis variari. Quamobrem numerus com-

Digitized by Google

combinationum relativarum ad Mundi conſtitutionem non eſt finitus pro dato quovis momento temporis, ſed infinitus ordinis altiſſimi, reſpectu infiniti ejus generis, cujus generis eſt infinitum numeri punctorum ſpatii in recta quapiam, quæ concipiatur utrinque in infinitum producta. At huic infinito eſt analogum infinitum momentorum temporis in tota utraque æternitate, cum unicam dimenſionem habeat tempus. Igitur numerus combinationum eſt infinitus ordinis in immenſum altioris ordine infiniti momentorum temporis; adeoque non ſolum non omnes combinationes non debent redire infinities, ſed ratio numeri earum, quæ non redeunt, eſt infinita ordinis altiſſimi, quam nimirum exponit quarta potentia numeri punctorum aucta ſaltem binario; vel ſi libeat variare virium leges, ſaltem ternario. Quamobrem ruit futile ejusmodi, atque inane argumentum.

DXXXIV. Sed inde etiam illud eruitur, in immenſo iſto combinationum numero infinities eſſe plures pro quovis genere combinationes inordinatas, quæ exhibeant incertum chaos, & maſſam temere volitantium punctorum, quam quæ exhibeant mundum ordinatum, & certis conſtantem perpetuis legibus. Sic ex. gr. ad efformandas particulas, quæ conſtanter ſuam formam retineant, requiritur collocatio in punctis illis, in quibus ſunt limites, & quorum numerus debet eſſe infinities minor, quam numerus punctorum ſitorum extra ipſos; nam interſectiones curvæ cum axe debent fieri in certis punctis, & inter ipſa debent intercedere ſegmenta axis continua, habentia puncta ſpatii infinita. Quamobrem niſi ſit aliquis, qui ex omnibus æque per ſe poſſibilibus ſeligat unam ex ordinatis, infinities probabilius eſt, infinitate ordinis admodum elevati, obventuram inordinatam combinationum ſeriem, & chaos, non ordinatam, & Mundum, quem cernimus, & admiramur. Atque ad vincendam determinate eam infinitam improbabilitatem, requiritur infinita vis Conditoris Supremi ſeligentis unam ex iis infinitis.

DXXXV. Nec vero illud objici poteſt, etiam hominem, qui ſtatuam aliquam effingat, finita vi eligere illam individuam formam, quam illi dat, inter infinitas, quæ haberi poſſunt. Nam inprimis ille eam individuam non eligit, ſed determinat modo admodum confuſo figuram quandam, & individua illa oritur ex naturæ legibus, & Mundi conſtitutione illa individua, quam naturæ Opifex Infinitus infinitam indeterminationem ſuperans determinavit, per quam ab ejus voluntatis actu oriuntur illi certi motus in ejus brachiis,

chiis, & ab hisce motus instrumentorum. Quin etiam in genere idcirco tam multi Philosophi determinationem ad individuum, & determinationem ad omnes illos gradus, ad quos cognitio creati determinantis non pertingit, rejecerunt in DEUM infinita cognoscendi, & discernendi vi præditum, necessaria ad determinandum unum individuum casum ex infinitis ad idem genus pertinentibus; cum creatæ mentis cognitio ad finitum tantummodo graduum diversorum numerum distincte percipiendum extendi possit; sine ullo autem determinante ex casibus infinitis, & quidem tanto infinitatis gradu, individuus unus præ aliis per se, aut per fortuitam eventualitatem prodire omnino non potest.

DXXXVI. Sed nec dici potest, hunc ipsum ordinem necessarium esse, & æternum, ac per se subsistere, casu quovis sequente determinato a proxime præcedente, & a lege virium intrinseca, & necessaria iis individuis punctis, & non aliis. Nam contra hoc ipsum miserum fane effugium quamplurima sunt, quæ opponi possunt. Inprimis admodum difficile est, ut homo sibi serio persuadeat, hanc unam virium legem, quam habet hoc individuum punctum respectu hujus individui puncti, fuisse possibilem, & necessariam, ut nimirum in hac individua distantia se potius attrahant, quam repellant, & se attrahant tanta potius attractione, quam alia. Nulla apparet fane connexio inter distantiam tantam, & tantam talis speciei vim, ut ibi non potuerit esse alia quævis, & ut hanc potius, quam aliam pro hisce punctis non selegerit arbitrium entis habentis infinitam determinativam potentiam, vel pro hisce punctis id, si libeat, ex natura sua petentibus, non posuerit alia puncta illam aliam petentibus ex sua itidem natura.

DXXXVII. Præterea cum & infinitum, & infinite parvum in se determinatum, & in se tale, sit impossibile; quod de infinito in extensione demonstravi (b) pluribus in locis, nec una tantum de-

Fig. 71. (b) *Ex unam ex ejusmodi demonstrationibus. Sit in Fig.* 71 *spatium a* C *versus* A E *infinitum, & in eo angulus rectilineus* A C E *bifariam sectus per rectam* C D. *Sit autem* G H *parallela* C A, *quæ occurrat* C D *in* H, *ac producatur ita ut* H F *sit dupla* G H, *ducaturque* C F, *& omnes* C A, C B, C D, C E *in infinitum producantur. Inprimis totum spatium infinitum* F C D *debet esse æquale infinito* A C D; *nam ob angulum* A C E *bifariam sectum sibi invicem congruerent. Deinde triangulum* H C F *est duplum* H C G, *ob* F H *duplam* H G. *Eodem pacto ductis aliis* g h f *ipsi parallelis,* h C f *erit duplum* h C g, *adeoque & area* F H h f *dupla* H G g h. *Quare & summa omnium* F H h f *dupla summa omnium*

H G

Digitized by Google

demonſtratione, ut in Diſſertatione *de Natura, & uſu infinitorum, & infinite parvorum*, ac in Diſſertatione adjecta meis *Sectionum conicarum elementis*, Element: tom. 3; finitus eſt numerus punctorum materiæ, vel ſaltem in communi etiam ſententia finita eſt materiæ exiſtentis maſſa, quæ finitum ſpatium occupare debet, & non in infinitum protendi. Porro cur hic ſit potius numerus punctorum, hæc potius maſſæ quantitas in natura, quam alia, nulla ſane ratio eſſe poteſt, niſi arbitrium entis infinita determinativa potentia præditi; & nemo ſanus ſibi facile ſerio perſuadebit, in quodam determinato numero punctorum haberi neceſſitatem exiſtentiæ potius, quam in alio quovis.

DXXXVIII. Accedit illud, quod ſi mundus cum hisce legibus fuiſſet ab æterno, extitiſſent jam motus æterni, & lineæ a ſingulis punctis deſcriptæ debuiſſent fuiſſe jam in infinitum productæ; nam in ſe ipſas non redeunt ſine arbitrio entis infinitam improbabilitatem vincentis, cum demonſtraverim ſupra pluribus in locis, infinities improbabilius eſſe, aliquod punctum redire aliquando ad locum, quem alio temporis momento occupaverit, quam nullum redire unquam. Porro infinitum in extenſione impoſſibile prorſus eſſe, ego quidem demonſtravi, uti monui, & illi impoſſibilitas pertinere debet ad omne genus linearum, quæ in infinitum productæ ſint. Poteſt utique motus continuari in infinitum per æternitatem futuram, quia ſi aliquando cæpit, nunquam habebitur momentum temporis, in quo jam fuerit exiſtentia infinitæ lineæ: ſecus vero, ſi per æternitatem præcedentem jam exiterit: nec in eo futuram æternitatem cum præterita prorſus analogam eſſe cenſeo, ut illud indefinitum futuræ non ſit verum quoddam infinitum præteritæ. Quod ſi linea infinita non fuerit, & quies eſt infinities adhuc improbabilior, quam regreſſus pro unico temporis momento ad idem ſpatii punctum, ac multo magis æter-

HGgh, *nimirum tota area infinita* BCD *dupla infinitæ* DCE, *adeoque dupla* ACD, *nimirum pars dupla totius, quod eſt abſurdum. Porro abſurdum oritur ab ipſa infinitate, ſi enim ſint areus circulares* GMI, gmi *centro* C, *ſector* GCM *erit æqualis* MCI, *& triangulum* FCH *duplum* HCG. *Donec ſumus in quantitatibus finitis, res bene procedit, quia* FCH *non eſt pars* MCI, *ſicut* BCD *eſt pars* DCA, *nec* MCG, *&* HCG *ſunt unum, & idem, ut* DCE *eſt unicum infinitum abſolutum contentum cruribus* CD, CE. *Abſurdum oritur tantummodo, ubi ſublatis prorſus limitibus, a quibus oriuntur diſcrimina ſpatiorum incluſorum iisdem angulis ad* C, *fit ſuppoſitio infiniti abſoluti, quæ contradictionem involvit.*

Digitized by Google

na quies; utique nec motum habuit æternum materia, nec exiſtere potuit ab æterno, cum ſine & quiete, & motu exiſtere non potuerit, adeoque creatione, & creatore fuit opus, qui idcirco infinitam haberet effectivam potentiam, ut omnem creare poſſet materiam, ac infinitam determinativam potentiam, ut libero arbitrio ſuo utens ex omnibus infinitis poſſibilibus momentis totius æternitatis in utramque partem indefinitæ illud poſſet ſeligere individuum momentum, in quo materiam crearet, ac ex omnibus infinitis illis poſſibilibus ſtatibus, & quidem tam ſublimi infinitatis gradu, ſeligere illum individuum ſtatum, complectentem unum ex illis curvis per omnia puncta dato ordine accepta tranſeuntibus, ac in ea determinatas illas diſtantias, ac determinatas motuum velocitates, & directiones.

DXXVIX. Verum hisce omnibus etiam omiſſis, eſt illud a determinatione itidem neceſſaria repetitum, & in quavis Theoria validiſſimum, ſed adhuc magis in mea, in qua omnia phænomena pendent a ſola virium, & inertiæ vi. Nimirum materia licet ponatur ejusmodi, ut habeat neceſſariam, & ſibi eſſentialem vim inertiæ, & virium activarum legem; adhuc ut quovis dato tempore poſteriore habeat determinatum ſtatum, quem habet, debet determinari ad ipſum a ſtatu præcedenti, qui ſi fuiſſet diverſus, diverſus eſſet & ſubſequens; neque enim lapis, qui ſequenti tempore eſt in Tellure ibi eſſet, ſi immediate antecedenti fuiſſet in luna. Quare ſtatus ille, qui habetur tempore ſequenti, nec a ſe ipſo, nec a materia, nec ab ullo ente materiali tum exiſtente, habet determinationem ad exiſtendum, & proprietates, quas habet materia perennes, indifferentiam per ſe continent, nec ullam determinationem inducunt. Determinationem igitur, quam habet ille ſtatus ad exiſtendum, accipit a ſtatu præcedenti. Porro ſtatus præcedens non poteſt determinare ſequentem, niſi quatenus ipſe determinate exiſtit. Ipſe autem nullam itidem in ſe habet determinationem ad exiſtendum, ſed illam accipit a præcedente. Ergo nihil habemus adhuc in ipſo ſecundum ſe conſiderato determinationis ad exiſtendum poſtremo illi ſtatui. Quod de ſecundo diximus, dicendum de tertio præcedente, qui determinationem debet accipere a quarto, adeoque in ſe nullam habet determinationem pro exiſtentia ſui, nec idcirco ullam pro exiſtentia poſtremi. Verum eodem pacto progrediendo in infinitum, habemus infinitam ſeriem ſtatuum, in quorum ſingulis habemus merum nihil in ordine ad determinatam exiſten-

Digitized by Google

ſtentiam poſtremi ſtatus. Summa autem omnium nihilorum utcunque numero infinitorum eſt nihil; jam diu enim conſtitit, illum Guidonis Grandi, ut ut ſummi Geometræ, paralogiſmum fuiſſe, quo ex expreſſione ſeriei parallelæ ortæ per diviſionem $\frac{1}{1+1}$ intulit ſummam infinitorum *zero* eſſe, revera æqualem dimidio. Non poteſt igitur illa ſeries per ſe determinare exiſtentiam cujuscunque certi ſui termini, adeoque nec tota ipſa poteſt determinate exiſtere, niſi ab ente extra ipſam poſito determinetur.

DXL. Hoc quidem argumento jam annis multis uti ſolec, quod & cum aliis pluribus communicavi; neque ab uſitato argumento, quo rejicitur ſeries contingentium infinita ſine ente extrinſeco dante exiſtentiam ſeriei toti, in alio differt, niſi in eo, quod a contingentia res ad determinationem eſt translata, ſ a defectu determinationis pro ſua cujusque exiſtentia res eſt translata ad defectum determinationis pro exiſtentia unius determinati ſtatus aſſumpti pro poſtremo; id autem præſtiti, ne eludatur argumentum dicendo, in tota ſerie haberi determinationem ad ipſam totam, cum pro quovis termino habeatur determinatio intra eandem ſeriem, nimirum in termino præcedente. Illa reductione ad determinationem exiſtentiæ poſtremi quæſitam per omnem ſeriem, devenitur ad ſeriem nihilorum reſpectu ipſius, quorum ſumma adhuc eſt nihilum.

DXLI. Jam vero hoc ens extrinſecum ſeriei ipſi, quod hanc ſeriem elegit præ ſeriebus aliis infinitis ejusdem generis, infinitam habere debet determinationem, & electivam vim, ut unam illam ex infinitis ſeligat. Idem autem & cognitionem habere debuit, & ſapientiam, ut hanc ſeriem ordinatam inter inordinatas ſelegerit; ſi enim ſine cognitione, & electione egiſſet, infinities probabilius fuiſſet, ab illo determinari aliquam ex inordinatis, quam unam ex ordinatis, ut hanc; cum nimirum ratio inordinatarum ad ordinatas ſit infinita, & quidem ordinis altiſſimi; adeoque & exceſſus probabilitatis pro cognitione & ſapientia, ac libera electione ſupra probabilitatem pro cæco agendi modo, fataliſmo, & neceſſitate, ſit infinitus, qui idcirco certitudinem inducit.

DXLII. Atque hic notandum & illud, pro quovis individuo ſtatu reſpondente cuivis momento temporis, & multo magis pro quavis individua ſerie reſpondente cuivis continuo tempori, improbabilitas determinatæ ipſius exiſtentiæ eſt infinita, & nos debere-

Digitized by Google

mus esse certi de ejus non existentia, nisi determinaretur ab infinito determinante, & nisi ejus determinationis notitiam nos haberemus. Sic si in urna sint nomina centum & unum, & agatur de uno determinato, an extractum inde prodierit, centuplo major est improbabilitas ipsi contraria; si mille & unum, millecupla; si numerus sit infinitus, improbabilitas erit infinita, quæ in certitudinem transit: sed si quis viderit extractionem, & nobis nunciet, tota improbabilitas illa repente corruit. Verum & in hoc exemplo individua illa determinatio a creato agente non habebitur inter infinitas possibiles, nisi ex legibus ab infinito determinante jam determinatis in natura, & ab ejusdem determinatione ad individuum, uti paullo ante dicebamus de individuæ figuræ electione pro statua.

DXLIII. Porro qui aliquanto diligentius perpenderit vel illa pauca, quæ adnotavimus necessaria in distributione punctorum ad efformanda diversa particularum genera, quæ exhibeant diversa corpora; videbit sane, quanta sapientia, & potentia sit opus ad ea omnia perficienda, eligenda, præstanda. Quid vero, ubi cogiter, quam a altissimorum Problematum indeterminatio occurrat in infinito illo combinationum possibilium numero, & quanta cognitione opus fuerit ad eligendas illas potissimum, quæ necessariæ erant ad hanc usque adeo inter se connexorum phænomenorum seriem exhibendam? Cogitet, quid una lux præstare debeat, ut se propaget sine occursu, ut diversam pro diversis coloribus refrangibilitatem habeat, & diversa vicium intervalla, ut calorem, & igneas fermentationes excitet. Interea vero aptandus fuit corporum textus, & laminarum crassitudo ad ea potissimum emittenda radiorum genera, quæ illos determinatos colores exhiberent sine ceterarum & alterationum, & transformationum jactura; disponendæ oculorum partes, ut imago pingeretur in fundo, & propagaretur ad cerebrum, ac simul nutritioni daretur locus, ac alia ejusmodi præstanda sexcenta. Quid unus aer, qui simul pro sono, pro respiratione, & vero etiam nutritione animalium, pro diurni caloris conservatione per noctem, pro ventis ad navigationem, pro vaporibus continendis ad pluvias, pro innumeris aliis usibus est conditus? Quid gravitas, qua perennes fiunt Planetarum motus, & Cometarum, qua omnia compacta, & coadunata in ipsorum globis, qua una suis maria continentur littoribus, & currunt fluvii, imber in terram decidit, & eam irrigat, ac fœcundat, sua mole ædificia consistunt, temporis mensuram exhibent pendulorum oscillationes? si ea repente deficeret, quo nos-

ster

ſter inceſſus, quo ſitus viſcerum, quo aer ipſe ſua elaſticitate diſſiliens? homo hominem arreptum a tellure, & utcunque exigua impulſum vi, vel uno etiam oris flatu impetitum, ab hominum omnium commercio in infinitum expelleret, nunquam per totam æternitatem rediturum.

DXLIV. Sed quid ego hæc ſingularia perſequor? quanta Geometria opus ad eas combinationes inveniendas, quæ tot organica nobis corpora exhiberent, tot arbores, & flores educerent, tot brutis animantibus, & hominibus tam multa vitæ inſtrumenta ſubminiſtrarent? Pro fronde unica efformanda quanta cognitione opus fuit, & providentia, ut motus omnes per tot ſæcula perdurantes, & cum omnibus aliis motibus tam arcte connexi illas individuas materiæ particulas eo adducerent, ut illam demum, illo determinato tempore frondem illius determinatæ curvaturæ producerent? quid autem hoc ipſum reſpectu eorum, ad quæ nulli noſtri ſenſus pervadunt, quæ longiſſime ſupra teleſcopiorum, & infra microſcopiorum poteſtatem latent? Quid reſpectu eorum, quæ nulla poſſumus contemplatione aſſequi, quorum nobis nullam omnino [illegible], ne leviſſimam quidem conjecturam adipiſci, de quibus idcirco, ut phraſi utar, quam alibi ad aliquid ejusdem generis exprimendum adhibui, de quibus, inquam, hoc ipſum, ignorari ea a nobis, ignoramus? Ille profecto unus immenſam Divini Creatoris potentiam, ſapientiam, providentiam humanæ mentis captum omnem longiſſime ſuperantes, ignorare poteſt, qui penitus mente cæcutit, vel ſibi ipſi oculos eruit, & omnem mentis obtundit vim, qui Naturæ altiſſimis undique inclamante vocibus aures occludit ſibi, ne quid audiat, vel potius (nam occludere non eſt ſatis) & cochleam, & tympanum, & quidquid ad auditum utcunque confert, proſcindit, dilacerat, eruit, ac a ſe longiſſime projectum amovet.

DXLV. Sed in hac tanta eligentis, ac omnia providentis Supremi Conditoris ſapientia, atque exequentis potentia, quam admirari debemus perpetuo, & venerari, illud adhuc magis cogitandum eſt nobis, quantum inde in noſtros etiam uſus promanarit, quos utique reſpexit ille, qui videt omnia, & fines ſibi iſtos omnes conſtituit, qui per ea omnia & noſtræ ipſi exiſtentiæ viam ſtravit, ac nos præ infinitis aliis hominibus, qui exiſtere utique poterant, elegit ab ipſo Mundi exordio motus omnes, ad horum, quibus utimur, organorum formationem diſpoſuit, præter ea tam multa, quæ ad tuendam, & conſervandam hanc vitam, ad tot commoda,

Digitized by Google

& vero etiam voluptates conducerent. Nam illud omnino credendum firmiſſime, non ſolum ea omnia vidiſſe unico intuitu Auctorem Naturæ, ſed omnes eos animo ſibi conſtitutos habuiſſe fines, ad quos conducunt media, quæ videmus adhibita.

DXLVI. Haud ego quidem Leibnitianis, & aliis quibuscunque Optimiſmi defenſoribus aſſentior, qui Mundum hunc, in quo vivimus, & cujus pars ſumus, omnium perfectiſſimum eſſe arbitrantur, ac DEUM faciunt natura ſua determinatum ad id creandum, quod perfectiſſimum ſit, ac eo ordine, qui perfectiſſimus ſit. Id ſane nec fieri poſſe arbitror; cum nimirum in quovis poſſibilium genere ſeriem agnoſcam finitorum tantummodo, quanquam in infinitum producta, ut Num. 89 expoſui, in qua, ut in diſtantiis duorum punctorum nulla eſt minima, nulla maxima; ita ibidem nulla ſit perfectionis maximæ, nulla minimæ, ſed quavis finita perfectione utcunque magna, vel parva, ſit alia perfectio major, vel minor: unde ſit, ut quamcunque ſeligat Naturæ Auctor, neceſſario debeat alias majores omittere; nec vero ejus potentiæ illud officit, quod creare non poſſit optimum, aut maximum; ut nec officit, quod non poſſit ſimul creare totum, quodcunque creare poteſt; nam id eo evadit, ut non poſſit ſe in eum ſtatum redigere, in quo nihil melius, aut majus, vel abſolute nihil aliud creare poſſit; nec officit aut ſapientiæ, aut bonitati infinitæ, quod optimum non ſeligat, ubi optimum eſt nullum.

DLXVII. Ex alia parte determinatio illa ad optimum & libertatem Divinam tollit, & contingentiam rerum omnium, cum, quæ exiſtunt, neceſſaria fiant; quæ non exiſtunt, evadant impoſſibilia, ac præterea nobis quodammodo in illa hypotheſi debemus, quod exiſtimus, non illi. Qui enim potuit non exiſtere id, quod habuit pro ſua exiſtentia rationem prævalentem, quam Naturæ Auctor cum viderit, non potuerit non ſequi, nec vero potuerit non videre? Qui exiſtere potuit id, quod eandem habuit non exiſtendi neceſſitatem? quid vero illi pro noſtra exiſtentia debeamus, qui nos condidit ideirco, quia in nobis invenit meritum majus, quam in iis, quos omiſit, & a ſua ipſius natura neceſſario determinatus fuit, & adactus ad obſequendum ipſi huic noſtro intrinſeco, & eſſentiali merito prævalenti. Diſtinguendum eſt inter hæc duo: unum eſſe alio melius; & eſſe melius creare potius unum, quam aliud. Illud primum habetur ubique; hoc ſecundum nusquam, ſed æque bonum eſt creare, vel non creare quodcunque,

quod

Digitized by Google

quod phyſicam bonitatem quamcunque habeat, utcunque majorem, vel minorem alio quovis omiſſo; ſolum enim Divinæ libertatis exercitium infinities perfectius eſt quavis perfectione creata, quæ idcirco nullum poteſt offerre Divinæ libertati meritum determinativum ad ſe creandum.

DXLVIII. Cum ea infinita libertate Divina componitur tamen illud, quod ad ſapientiam pertinet, ut ad eos fines, quos ſibi pro liberrimo ſuo arbitrio præfixit DEUS, media ſemper apta debeat ſeligere, quæ finem propoſitum fruſtrari non ſinant. Porro hæc media etiam in noſtrum bonum ſelegit plurima, dum totam naturam conderet, quod quem a nobis exigat beneficiorum memorem, & gratum animum, quem etiam tantæ beneficentiæ reſpondentem amorem cum ingenti illa admiratione, & veneratione conjunctum, nemo non videt.

DXLIX. Supereſt & illud innuendum, neminem ſanæ mentis hominem dubitare poſſe, quin, qui tantam in ordinanda Natura providentiam oſtendit, tantam erga nos in nobis ſeligendis, in conſulendo noſtris & indigentiis, & commodis beneficentiam, illud etiam præſtare voluerit, ut cum adeo imbecilla ſit, & hebes mens noſtra, & ad ipſius cognitionem per ſe ſe vix quidquam poſſit, is ipſe nobis per aliquam revelationem voluerit multo uberius præbere cognoſcendum, colendum, amandum; quo ubi devenerimus, quæ inter tam multas falſo jactatas abſurdiſſimas revelationes unica vera ſit, perſpiciemus utique admodum facile. Sed ea jam Philoſophiæ Naturalis fines excedunt, cujus in hoc opere Theoriam meam expoſui, & ex qua uberes hosce, & ſolidos demum fructus percepi.

SUP-

SUPPLEMENTA.

§. I.

Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium, ex Diſſertatione de Lege Virium in natura exiſtentium a Num. 77.

I. UT haſce conditiones impleamus, formulam inveniemus algebraicam, quæ ipſam continebit legem noſtram, ſed hic elementa communia vulgaris Carteſianæ algebræ ſupponemus ut nota, ſine quibus res omnino confici nequaquam poteſt. Dicatur autem ordinata y, abſciſſa x, ac ponatur $xx = z$. Capiantur omnium AF, AG, AI &c valores cum ſigno negativo, & ſumma quadratorum omnium ejusmodi valorum dicatur a, ſumma productorum e binis quibusque quadratis b, ſumma productorum e ternis c, & ita porro; productum autem ex omnibus dicatur f. Numerus eorundem valorum dicatur m. His poſitis ponatur $z^m + az^{m-1} + bz^{m-2} + cz^{m-3}$ &c. . . . . $+ f = P$. Si ponatur $P = o$, patet æquationis ejus omnes radices fore reales, & poſitivas, nimirum ſola illa quadrata quantitatum AE, AG, AI &c, qui erunt valores ipſius z; adeoque cum ob $xx = z$, ſit $x = + \sqrt{z}$, patet, valores x fore tam AE, AG, AI poſitivas, quam $\overline{AE}$, $\overline{AG}$ &c negativas.

Fig. 2.

II. Deinde ſumatur quæcunque quantitas data per z, & conſtantes quomodocunque, dummodo non habeat ullum diviſorem communem cum P, & evaneſcente z, eadem evaneſcat, ac facta x infiniteſima ordinis primi, evadat infiniteſima ordinis ejusdem, vel inferioris, ut erit quæcunque formula $z^r + gz^{r-1} + bz^{r-2}$ &c $+ l$, quæ poſita $= o$ habeat radices quotcunque imaginarias, & quotcunque, & quascunque reales, (dummodo earum nulla ſit ex iis AE, AG, AI &c, ſive poſitiva, ſive negativa) ſi deinde tota multiplicetur per z. Ea dicatur Q.

III. Si jam fiat $P - Qy = o$, dico hanc æquationem ſatisfacere reliquis omnibus hujus curvæ conditionibus, & rite determinato valore Q, poſſe infinitis modis ſatisfieri etiam poſtremæ conditioni expoſitæ ſexto loco.

IV.

Digitized by Google

IV. Nam inprimis, quoniam valores P, & Q poſiti = o nullam habent radicem communem, nullum habebunt diviſorem communem. Hinc hæc æquatio non poteſt per diviſionem reduci ad binas, adeoque non eſt compoſita ex binis æquationibus, ſed ſimplex; & proinde ſimplicem quandam curvam continuam exhibet, quæ ex aliis non componitur. Quod erat primum.

V. Deinde curva hujusmodi ſecabit axem C A C in iis omnibus, & ſolis punctis, E, G, I &c È, G, &c. Nam ea ſecabit axem C AC ſolum in iis punctis, in quibus $y = o$, & ſecabit in omnibus. Porro ubi fuerit $y = o$, erit & $Qy = o$, adeoque ob $P - Qy = o$; erit $P = o$. Id autem continget ſolum in iis punctis, in quibus z fuerit una e radicibus æquationis $P = o$, nimirum, ut ſupra vidimus, in punctis E, G, I, vel E, G &c Quare ſolum in his punctis evaneſcet y, & curva axem ſecabit. Secaturam autem in his omnibus patet ex eo, quod in his omnibus punctis erit $P = o$. Quare erit etiam $Qy = o$. Non erit autem $Q = o$, cum nulla ſit radix communis æquationum $P = o$ & $Q = o$. Quare erit $y = o$, & curva axem ſecabit. Quod erat ſecundum.

VI. Præterea cum ſit $P - Qx = o$, erit $y = \frac{P}{Q}$; determinata autem utcunque abſciſſa x, habebitur determinata quædam z, adeoque & P, Q erunt unicæ, & determinatæ Erit igitur etiam y unica, & determinata; ac proinde reſpondebunt ſingulis abſciſſis z ſingulæ tantum ordinatæ y. Quod erat tertium.

VII. Rurſus ſive x aſſumatur poſitiva, ſive negativa, dummodo ejusdem longitudinis ſit, ſemper valor $z = xx$ erit idem; ac proinde valores tam P, quam Q erunt ſemper iidem. Quare ſemper eadem y. Sumptis igitur abſciſſis z æqualibus hinc, & inde ab A, altera poſitiva, altera negativa, reſpondebunt ordinatæ æquales. Quod erat quartum.

VIII. Si autem x minuatur in infinitum, ſive ea poſitiva ſit, ſive negativa, ſemper z minuetur in infinitum, & evadet infinitesima ordinis ſecundi. Quare in valore P decreſcent in infinitum omnes termini præter y, quia omnes præter eum multiplicantur per z, adeoque valor P erit adhuc finitus. Valor autem Q, qui habet formulam ductam in z totam, minuetur in infinitum, eritque infinitesimus ordinis ſecundi. Igitur $\frac{P}{Q} = y$ augebitur in infinitum,

Digitized by Google

ita ut evadat infinita ordinis ſecundi. Quare curva habebit pro aſymptoto rectam AB, & area BAED excreſcet in infinitum, & ſi ordinatæ y poſitivæ aſſumantur ad partes AB, & exprimant vires repulſivas, arcus aſymptoticus ED jacebit ad partes ipſius AB. Quod erat quintum.

IX. Patet igitur, utcunque aſſumpto Q cum datis conditionibus, ſatisfieri primis quinque conditionibus curvæ. Jam vero poteſt valor Q variari infinitis modis ita, ut adhuc impleat ſemper conditiones, cum quibus aſſumptus eſt. Ac proinde arcus curvæ intercepti interſectionibus poterunt infinitis modis variari ita, ut primæ quinque ipſius curvæ conditiones impleantur; unde fit, ut poſſint etiam variari ita, ut ſextam conditionem impleant.

X. Si enim dentur quotcunque, & quicunque arcus, quarumcunque curvarum, modo ſint ejusmodi, ut ab aſymptoto AB perpetuo recedant, adeoque nulla recta ipſi aſymptoto parallela eos arcus ſecet in pluribus, quam in unico puncto, & in iis aſſumantur puncta quotcunque, utcunque inter ſe proxima, poterit admodum facile aſſumi valor P ita, ut curva per omnia ejusmodi puncta tranſeat, & idem poterit infinitis modis variari ita, ut adhuc ſemper curva tranſeat per eadem illa puncta.

XI. Sit enim numerus punctorum aſſumptorum quicunque $= r$, & a ſingulis ejusmodi punctis demittantur rectæ parallelæ AB usque ad axem CAC, quæ debent eſſe ordinatæ curvæ quæſitæ, & ſingulæ abſciſſæ ab A usque ad ejusmodi ordinatas dicantur M1, M2, M3 &c. ſingulæ autem ordinatæ $N1_r$, $N2_{r-1}$, $N3_{r-2}$ &c. Aſſumatur autem quædam quantitas $Az + Bz \ldots + Gz$, quæ ponatur $= R$. Tum alia aſſumatur quantitas T ejusmodi, ut evaneſcente z evaneſcat quivis ejus terminus, & ut nullus ſit diviſor communis valoris P, & valoris $R + T$; quod facile fiet, cum innoteſcant omnes diviſores quantitatis P. Ponatur autem $Q = R + T$: & jam æquatio ad curvam erit $P - Ry - Ty = o$. Ponantur in hac æquatione ſucceſſive M1, M2, M3 pro x, & N1, N2, N3 &c. pro y. Habebuntur æquationes numero r, quæ ſingulæ continebunt valores A, B, C, ... G, unius tantum dimenſionis ſingulos, numero pariter r, & præterea datos valores M1, M2, M3 &c, N1, N2, N3 &c, ac valores arbitrarios, qui in T ſunt coefficientes ipſius z.

XII.

Digitized by Google

XII. Per illas æquationes numero r admodum facile determinabuntur illi valores A, B, C . . . . G, qui ſunt pariter numero r, aſſumendo in prima æquatione, juxta methodos notiſſimas, & elementares valorem A, & eum ſubſtituendo in æquationibus omnibus ſequentibus, quo pacto habebuntur æquationes $r-1$. Hæ autem ejecto valore B reducentur ad $r-2$, & ita porro, donec ad unicam ventum fuerit, in qua determinato valore Q, per ipſum ordine retrogrado determinabuntur valores omnes præcedentes, ſinguli in ſingulis æquationibus.

XIII. Determinatis hoc pacto valoribus A, B, C . . . . G in æquatione $P-Ry-Ty=o$, ſive $P-Qy=o$, patet poſitis ſucceſſive pro x valoribus M1, M2, M3 &c, debere valores ordinatæ y eſſe ſucceſſive N1, N2, N3 &c; ac proinde debere curvam tranſire per data illa puncta in datis illis curvis; & tamen valor Q adhuc habebit omnes conditiones præcedentes. Nam imminuta z ultra quoscunque limites, minuentur ſinguli ejus termini ultra quoscunque limites, cum minuantur termini ſingulorum valoris T, qui ita aſſumpti ſunt, & minuantur pariter termini valoris R, qui omnes ſunt ducti in z; & præterea nullus erit communis diviſor quantitatum P & Q, cum nullus ſit quantitatum P, & R + T.

XIV. Porro ſi bina proxima ex punctis aſſumptis in arcubus curvarum ad eandem axis partem concipiantur accedere ad ſe invicem ultra quoscunque limites, & tandem congruere, factis nimirum binis M æqualibus, & pariter æqualibus binis N; jam curva quæſita ibidem tanget arcum curvæ datæ; & ſi tria ejusmodi puncta congruant, eam oſculabitur; quin immo illud præſtari poterit, ut coeant quot libuerit puncta, ubi libuerit, & habeantur oſcula ordinis cujus libuerit, & ut libuerit ſibi invicem proxima; arcu curvæ datæ accedente, ut libuerit, & in quibus libuerit diſtantiis ad arcus, quos libuerit curvarum, quarum libuerit, & tamen ipſa curva ſervante omnes illas 6 conditiones requiſitas ad exponendam legem illam virium repulſivarum, ac attractivarum, & datos limites.

XV. Cum vero adhuc infinitis modis variari poſſit valor T, infinitis modis idem præſtari poterit; ac proinde infinitis modis inveniri poterit curva ſimplex datis conditionibus ſatisfaciens. Q. E. F.

XVI. *Coroll.* 1. Curva poterit contingere axem CAC in quot libuerit punctis, & contingere ſimul, ac ſecare in iisdem, ac proinde eum oſculari quocunque oſculi genere. Nam ſi binæ quævis e diſtantiis limitum fiant æquales, curva continget rectam C A,

Digitized by Google

evaneſcente arcu inter binos limites; ut ſi punctum I abiret in L, evaneſcente arcu IKL, haberetur contactus in L, repulſio per arcum HI perpetuo decreſceret, & in ipſo contactu IL evaneſceret, tum non tranſiret in attractionem, ſed iterum creſceret repulſio ipſa per arcum LM. Idem autem accideret attractioni, ſi coeuntibus punctis LN, evaneſceret arcus repulſivus LMN.

XVII. Si autem tria puncta coirent, ut LNP curva contingeret ſimul axem CAC, & ab eodem ſimul ſecaretur, ac proinde haberet in eodem puncto contactus flexum contrarium. Haberetur autem ibidem tranſitus ab attractione ad repulſionem, vel vice verſa, adeoque verus limes.

XVIII. Eodem pacto poſſunt congruere puncta 4, 5, quotcunque, & ſi congruat numerus punctorum par, habebitur contactus; ſi impar, contactus ſimul, & ſectio. Sed quo plura puncta coibunt; eo magis curva accedet ad axem CAC in ipſo limite, eumque oſculabitur oſculo arctiore.

XIX. *Coroll.* 2. In iis limitibus, in quibus curva ſecat axem CAC, poteſt ipſa curva ſecare eundem in quibuscunque angulis ita tamen, ut angulus, quem efficit ad partes A arcus curvæ in perpetuo receſſu ab aſymptoto appellens ad axem CAC non ſit major recto; & ibidem poteſt aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut oſculari, quocunque contactus, aut oſculi genere: nimirum habendo in utrolibet caſu radium oſculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evaneſcentem, vel utcunque abeuntem in infinitum.

XX. Nam pro illis punctis datis in arcubus curvarum quarumcunque, quas curva inventa poteſt vel contingere, vel oſculari quocunque oſculi genere, ex quibus definitus eſt valor R, poſſunt aſſumi arcus curvarum quarumcunque ſecantium axem CAC, in angulis quibuscunque: ſolum quoniam ſemper arcus curvæ, ut z N*b* debet ab aſymptoto recedere, non poterit punctum ullum z præcedens limitem N jacere ultra rectam axi perpendicularem erectam ex N, vel punctum *b* ſequens ipſum N jacere citra; ac proinde non poterit angulus ANz, quem efficit ad partes A arcus z H in perpetuo receſſu ab aſymptoto appellens ad axem CAC eſſe major recto.

XXI. Poſſunt autem arcus curvarum aſſumptarum in iisdem punctis aut axem, aut rectam axi perpendicularem contingere, aut oſculari, quocunque contactus aut oſculi genere, ut nimirum ſit ra-

Digitized by Google

radius oſculi magnitudinis cujuscunque, & vel utcunque evaneſcens, vel utcunque abiens in infinitum. Quare idem accidere poterit, ut innuimus, & arcui curvæ inventæ, quæ ad eos arcus poteſt accedere, quantum libuerit, & eos contingere, vel oſculari quocunque oſculi genere in iis ipſis punctis.

XXII. Solum ſi curva inventa tetigerit in ipſo limite rectam axi CAC perpendicularem, debebit ſimul ibidem eandem ſecare; cum debeat ſemper recedere ab aſymptoto, adeoque debebit ibidem habere flexum contrarium.

XXIII. *Scholium* 1. Corollarium 1 eſt caſus particularis hujus corollarii ſecundi, ut patet: ſed libuit ipſum ſeorſum diverſa methodo & faciliore prius eruere.

XXIV. *Coroll.* 3. Arcus curvæ etiam extra limites poteſt habere tangentem in quovis angulo inclinatam ad axem vel ei parallelam vel perpendicularem cum iisdem contactuum, & oſculorum conditionibus, quæ habentur in corollario 2.

XXV. Demonſtratio eſt prorſus eadem: nam arcus curvarum dati, ad quos arcus curvæ inventæ poteſt accedere ubicunque, quantum libuerit, poſſunt habere ejusmodi conditiones.

XXVI. *Coroll.* 4. Mutata abſciſſa per quodcunque intervallum datum, poteſt ordinata mutari per aliud quodcunque datum utcunque minus, vel majus ipſa mutatione abſciſſæ, & utcunque majus quantitate quacunque data: ac ſi differentia abſciſſæ ſit infiniteſima, & dicatur ordinis primi; poterit differentia ordinatæ eſſe ordinis cujuscunque, vel utcunque inferioris vel intermedii, inter quantitates finitas, & quantitates ordinis primi.

XXVII. Patet primum ex eo, quod, ubi determinatur valor R, poteſt curva tranſire per quotcunque & quæcunque puncta, adeoque per puncta ex quibus ductæ ordinatæ ſint utcunque inter ſe proximæ, & utcunque inæquales.

XXVIII. Patet ſecundum: quia in curvis, ad quas accedit arcus curvæ inventæ, vel quas oſculatur quocunque oſculi genere, poteſt differentia abſciſſæ ad differentiam ordinatæ eſſe pro diverſa curvarum natura in datis earum punctis in quavis ratione, quantitatis infiniteſimæ ordinis cujuscunque ad infiniteſimam cujuscunque alterius.

XXIX. *Scholium* 2. Illud notandum, ubicunque fuerit tangens curvæ inventæ inclinata in angulo finito ad axem, fore differentiam abſciſſæ ejusdem ordinis, ac eſt differentia ordinatæ: ubi

tangens fuerit parallela axi, fore differentiam ordinatæ ordinis inferioris, quam ſit differentia abſciſſæ, & vice verſa, ubi tangens fuerit perpendicularis axi.

XXX. Præterea notandum: ſi abſciſſa fuerit ipſa diſtantia limitis, quæ vel augeatur, vel minuatur utcunque; differentia ordinatæ erit ipſa ordinata integra: cum nimirum in limite ordinata ſit nihilo æqualis.

XXXI. *Coroll.* 5. Arcus repulſionum, vel attractionum intercepti binis limitibus quibuscunque, poſſunt recedere ab axe, quantum libuerit, adeoque fieri poteſt, ut alii propiores aſymptoto recedant minus, quam alii remotiores, vel ut quodam ordine eo minus recedant ab axe, quo ſunt remotiores ab aſymptoto, vel ut poſt aliquot arcus minus recedentes aliquis arcus longiſſime recedat.

XXXII. Omnia manifeſto conſequuntur ex eo, quod curva poſſit tranſire per quævis data puncta.

XXXIII. *Coroll.* 6. Poteſt curva ipſum axem CAC habere pro aſymptoto ad partes C, & C ita, ut arcus aſymptoticus ſit vel repulſivus vel attractivus; & poteſt arcus quivis binis limitibus quibuscunque interceptus abire in infinitum, ac habere pro aſymptoto rectam axi perpendicularem, utcunque proximam utrilibet limiti, vel ab eo remotam.

XXXIV. Nam ſi bini poſtremi limites concipiantur coire, abeuntibus binis interſectionibus in contactum, tum ipſa diſtantia contactus concipiatur excreſcere in infinitum; jam axis æquivalet rectæ curvam tangenti in puncto infinite remoto, adeoque evadit aſymptotus: & ſi arcus evaneſcens inter poſtremos duos limites coeuntes fuerit arcus repulſionis; poſtremus arcus aſymptoticus erit arcus attractionis. Contra vero, ſi arcus evaneſcens fuerit arcus attractionis.

XXXV. Eodem pacto ſi quævis ordinata reſpondens puncto cuilibet, per quod debet tranſire curva, concipiatur abire in infinitum; jam arcus curvæ abibit in infinitum, & erit ejus aſymptotus illa ipſa ordinata in infinitum excreſcens.

§. II.

Contra vires in minimis diſtantiis attractivas, & excreſcentes in infinitum. Ex eadem Diſſert. a Num. 59.

XXXVI. AT præterea contra ſolam attractionem plures habentur difficultates, quæ per gradus creſcunt. Nam inprimis

Digitized by Google

mis ſi eæ imminutis utcunque diſtantiis agant, augent velocitatem usque ad contactum, ad quem ubi deventum eſt, incrementum velocitatis ibi per ſaltum abrumpitur, & ubi maxima eſt, ibi perpetuo incaſſum nituntur partes ad ulteriorem effectum habendum, & neceſſario irritos conatus edunt.

XXXVII. Quod ſi in infinitum imminuta diſtantia, creſcant in aliqua ratione diſtantiarum reciproca, multæ itidem difficultates habentur, quæ noſtram oppoſitam ſententiam confirmant. Inprimis in ea hypotheſi virium deveniri poteſt ad contactum, in quo vis, ſublata omni diſtantia, debet augeri in infinitum magis, quam eſſet in aliqua diſtantia. Porro nos putamus accurate demonſtrari, nullas quantitates exiſtere poſſe, quæ in ſe infinitæ ſint, aut infinite parvæ. Hinc autem ſtatim habemus abſurdum, quod nimirum ſi vires in aliqua diſtantia aliquid ſunt, in contactu debeant eſſe abſolute infinitæ.

XXXVIII. Augetur difficultas, ſi debeat ratio reciproca eſſe major, quam ſimplex (ut ad gravitatem requiritur reciproca duplicata, ad cohæſionem adhuc major) & ad bina puncta pertineat. Nam illa puncta in ipſo congreſſu devenient ad velocitatem abſolute infinitam. Velocitas autem abſolute infinita eſt impoſſibilis, cum ea requirat ſpatium finitum percurſum momento temporis, adeoque replicationem, ſive extenſionem ſimultaneam per ſpatium finitum diviſibile, & quovis finito tempore requirat ſpatium infinitum, quod cum inter bina puncta interjacere non poſſit, requireret ex natura ſua, ut punctum ejuſmodi velocitatem adeptum nusquam eſſet.

XXXIX. Accedunt plurima abſurda, ad quæ ejuſmodi leges non deducunt. Tendat punctum aliquod in Fig. 72 in centrum F in ratione reciproca duplicata diſtantiarum, & ex A projiciatur directione AB perpendiculari ad AF, cum velocitate ſatis exigua: deſcribet Ellipſim ACDE, cujus focus erit F, & ſemper regredietur ad A. Decreſcat velocitas AB per gradus, donec demum evaneſcat. Semper magis arctatur Ellipſis, & vertex D accedit ad focum F, in quem demum recidit abeunte Ellipſi in rectam AF. Videtur igitur id punctum ſibi relictum debere deſcendere ad F, tum poſt acquiſitam ibi infinitam velocitatem, eam ſine ulla contraria vi convertere in oppoſitam, & retro regredi. At ſi id punctum tendat in omnia puncta ſuperficiei ſphæricæ, vel globi EGCH in eadem illa ratione, demonſtratum eſt a Newtono debere Fig. 72.

per

Digitized by Google

per AG descendere motu accelerato eodem modo, quo accelaretur, si omnia ejusmodi puncta superficiei vel sphæræ compenetrarentur in F. At abrupta lege accelerationis in G, debere per GH ferri motu æquabili, viribus omnibus per contrarias actiones elisis, tum per HI tantundem procurrere motu retardato, adeoque perpetuam oscillationem peragere, velocitatis mutatione bis in singulis oscillationibus per saltum interrupta.

XL. In eo jam absurdum quoddam videtur esse, sed id quidem multo magis crescit, si consideretur, quid debeat accidere, ubi tota sphærica superficies, vel tota sphæra abeat in unicum punctum F. Tum itidem corpus sibi relictum, deveniet ad centrum cum infinita velocitate, sed procurret ulterius usque ad I, dum prius, ubi Ellipsis evanescebat, debebat redire retro. Nos quidem pluribus in locis alibi demonstravimus, in prima determinatione latere errorem, cum Ellipsi evanescente, nullæ jam adsint omnes vires, quæ agun[illegible] per arcum situm ultra F ad partes D, quæ priorem velocitatem debebant extinguere, & novam producere ipsi æqualem. Verum adhuc habetur saltus quidam, cui & natura & geometria ubique repugnat. Nam donec utcunque parva est velocitas, habetur semper regressus ad A cum procursu FD eo minore, quo velocitas est minor; facta autem velocitate nulla, procursus immediate evadit FI, quin ulli intermedii minores adfuerint. Quod si quis ejus priorem determinationem tueri velit, ut punctum quod agatur in centrum vi, quæ sit in ratione reciproca duplicata distantiarum, debeat e centro regredi retro; tum saltus habetur similis, ubi prius in sphæricam superficiem, vel sphæram tendat, quæ paullatim abeat in centrum. Donec enim aderit superficies illa, vel sphæra; habebitur semper is procursus, qui abrumpetur in illo appulsu totius superficiei ad centrum, quin habeantur prius minores procursus.

XLI. Hæc quidem in ratione reciproca duplicata distantiarum; in reciproca triplicata habentur etiam graviora. Nam si cum debita quadam velocitate projiciatur per rectam AB Fig. 73 continentem angulum acutum cum AP, mobile, quod urgeatur in P vi crescente in ratione reciproca triplicata distantiarum, demonstratur in Mechanica, ipsum debere percurrere curvam ACDEFGH, quæ vocatur spiralis logarithmica, quæ hanc habet proprietatem, ut quævis recta, ut PF, ducta ad quodvis ejus punctum, contineat cum recta ipsam ibidem tangente angulum æqualem angulo PAB; unde

Fig. 73.

illud

Digitized by Google

illud conſequitur, ut ea quidem ex una parte infinitis ſpiris circumvolvatur circa punctum P, nec tamen in ipſum unquam deſinat: ſi autem ducatur ex P recta perpendicularis ad AP, quæ tangenti AB occurrat in B, tota ſpiralis ACDEFGH in infinitum continuata, ad menſuram longitudinis AB accedat ultra quoscunque limites, nec unquam ei æqualis fiat; velocitas autem in ejusmodi curva in continuo acceſſu ad centrum virium P perpetuo creſcat. Quare finito tempore, & ſane breviore, quam ſit illud, quo velocitate initiali percurreret AB, deberet id mobile devenire ad centrum P; in quo bina graviſſima abſurda habentur. Primo quidem, quod haberetur tota illa ſpiralis, quæ in centrum deſineret, contra id, quod ex ejus natura deducitur, cum nimirum in centrum cadere nunquam poſſit: deinde vero, quod elapſo eo finito tempore mobile illud nusquam eſſe deberet. Nam ea curva, ubi etiam in infinitum continuata intelligitur, nullum habet egreſſum e P. Et quidem formulæ analyticæ exhibent ejus locum poſt id tempus impoſſibilem, ſive, ut dicimus, imaginarium; quo quidem argumento Eulerus in ſua Mechanica [illegible] vit illud debere id mobile in appulſu ad centrum virium annihilari. Quanto ratiocinio fuiſſet inferre, eam legem virium impoſſibilem eſſe?

XLII. Quanto autem majora abſurda in ulterioribus potentiis, quibus vires alligatæ ſint, conſequentur? Sit globus Fig. 74 A BE, & intra ipſum alius A*be*, qui priorem contingat in A, ac in omnia utriusque puncta agant vires decreſcentes in ratione reciproca quadruplicata diſtantiarum, vel majore, & quæratur ratio vis puncti conſtituti in concurſu A utriusque ſuperficiei. Concipiatur uterque reſolutus in pyramides infinite arctas, quæ prodeant ex communi puncto A, ut BAD, *b*A*d*. In ſingulis autem pyramidulis diviſis in partes totis proportionales ſint particulæ MN, *mn* ſimiles, & ſimiliter poſitæ. Quantitas materiæ in MN, ad quantitatem in *mn* erit, ut maſſa totius globi majoris ad totum minorem, nimirum, ut cubus radii majoris ad cubum minoris. Cum igitur vis, qua trahitur punctum A, ſit, ut quantitas materiæ directe, & ut quarta poteſtas diſtantiarum reciproce, quæ itidem diſtantiæ ſunt, ut radii ſphærarum, erit vis in partem MN, ad vim in partem *mn* directe, ut tertia poteſtas radii majoris ad minorem, & reciproce, ut quarta poteſtas ipſius. Quare manebit ratio ſimplex reciproca radiorum. Fig. 74.

Digitized by Google

XLIII. Minor erit igitur actio ſingularum particularum homologarum MN quam *m n*, in ipſa ratione radiorum, adeoque punctum A minus trahetur a tota ſphæra ABE, quam a ſphæra A *b e*, quod eſt abſurdum, cum attractio in eam ſphæram minorem debeat eſſe pars attractionis in ſphæram majorem, quæ continet minorem, cum magna materiæ parte ſita extra ipſam usque ad ſuperficiem ſphæræ majoris; unde concluditur eſſe partem majorem toto, maximum nimirum abſurdum. Et quidem in altioribus potentiis multo major eſt is error; nam generaliter, ſi vis ſit reciproce, ut R^{m}, poſito R pro radio, & *m* pro quovis numero ternarium ſuperante, erit attractio ſphæræ eodem argumento reciproce, ut R^{m-3}, quæ eo majorem indicat vim in ſphæram minorem reſpectu majoris ipſam continentis quo numerus *m* eſt major.

XLIV. Hoc quidem pacto inveniuntur plurima abſurda in variis generibus attractionum, quæ ſi repulſiones, in minimis diſtantiis habeantur pares exſtinguendæ velocitati cuilibet utcunque magnæ, ceſſant illico omnia, cum enim repulſiones mutuum acceſſum ac concurſum penitus impediant. Inde autem manifeſto iterum conſequitur, repulſiones in minimis diſtantiis præferendas potius eſſe attractioni, ex quarum variis generibus tam multa abſurda conſequuntur.

§. III.

De Spatio ac Tempore. Ex Supplementis in L. 1. Stay. §. VI.

XLV. EGo materiæ extenſionem prorſus continuam non admitto, ſed eam conſtituo punctis prorſus indiviſibilibus, & inextenſis a ſe invicem disjunctis aliquo intervallo, & connexis per vires quasdam jam attractivas jam repulſivas pendentes a mutuis ipſorum diſtantiis. Videndum hic, quid mihi ſit in hac ſententia ſpatium, ac tempus, quomodo utrumque dici poſſit continuum, diviſibile in infinitum, æternum, immenſum, immobile, neceſſarium, licet neutrum, ut in ipſa nota oſtendi, ſuam habeat naturam realem eiusmodi proprietatibus præditam.

XLVI. Imprimis illud mihi videtur evidens, tam eos, qui ſpatium admittunt abſolutum, natura ſua reali, continuum, æternum,

Digitized by Google

num, immenſum, tam eos, qui cum Leibnitianis & Carteſianis ponunt ſpatium ipſum in ordine, quem habent inter ſe res, quæ exiſtunt, præter ipſas res, quæ exiſtunt, debere admittere modum aliquem non pure imaginarium, ſed realem exiſtendi, per quem ibi ſint, ubi ſunt, & qui exiſtat tum, cum ibi ſunt, pereat cum ibi eſſe deſierint, ubi erant. Nam admiſſo etiam in prima ſententia ſpatio illo, ſi hoc, quod eſt, eſſe rem aliquam in ea parte ſpatii, haberetur tantummodo per rem, & ſpatium, quotiescunque exiſteret res, & ſpatium, haberetur hoc quod eſt rem illam in ea ſpatii parte collocari. Rurſus ſi in poſteriore ſententia ordo ille, qui locum conſtituit, haberetur per ipſas tantummodo res, quæ ordinem illum habent, quotiescunque res illæ exiſterent, eodem ſemper exiſterent ordine illo, nec proinde unquam locum mutarent. Atque id, quod de loco dixi, dicendum pariter de tempore.

XLVII. Neceſſario igitur admittendus eſt realis aliquis exiſtendi modus, per quem res eſt ibi, ubi eſt, & tum cum eſt. Sive is modus dicatur res, ſive modus rei, ſive aliquid, ſive nonnihil, is extra noſtram imaginationem eſſe debet, & res ipſum mutare poteſt, habens jam alium ejusmodi exiſtendi modum, jam alium.

XLVIII. Ego igitur pro ſingulis materiæ punctis, ut de his loquar, e quibus ad res etiam immateriales eadem omnia facile transferri poſſunt, admitto bina realis modorum exiſtendi genera, quorum alii ad locum pertineant, alii ad tempus, & illi locales, hi dicantur temporarii. Quodlibet punctum habet modum realem exiſtendi, per quem eſt ibi, ubi eſt, & alium, per quem eſt tum, cum eſt. Hi reales exiſtendi modi ſunt mihi reale tempus, & ſpatium, horum poſſibilitas a nobis indefinite cognita eſt mihi ſpatium vacuum, & tempus itidem, ut ita dicam, vacuum, ſive etiam ſpatium imaginarium, & tempus imaginarium.

XLIX. Modi illi reales ſinguli & oriuntur, ac pereunt, & indiviſibiles prorſus mihi ſunt, ac inextenſi & immobiles, ac in ſuo ordine immutabiles. Ii & ſua ipſorum loca ſunt realia, ac tempora, & punctorum, ad quæ pertinent. Fundamentum præbent realis relationis diſtantiæ, ſive localis inter duo puncta, ſive temporariæ inter duo eventa. Nec aliud eſt in ſe, quod illam determinatam diſtantiam habeant illa duo materiæ puncta, quam quod illos determinatos habeant exiſtendi modos, quos neceſſario mutent, ubi eam mutent diſtantiam. Eos modos, qui in ordine ad locum ſunt, dico puncta loci realia, qui in ordine ad tempus, momenta,

Digitized by Google

quæ partibus carent ſingula, ac omni illa quidem extenſione, hæc duratione, utraque diviſibilitate deſtituuntur.

L. Porro punctum materiæ prorſus indiviſibile & inextenſum, alteri puncto materiæ contiguum eſſe non poteſt, ſed, ſi nullam habent diſtantiam, prorſus coeunt, ſi non coeunt penitus, diſtantiam aliquam habent. Neque enim, cum nullum habeant partium genus, poſſunt ex parte coire tantummodo, & ex parte altera ſe contingere, ex altera mutuo averſari. Præjudicium eſt quoddam ab infantia, & ideis ortum per ſenſus acquiſitis, ac debita reflexione deſtitutis, qui nimirum nobis maſſas ſemper ex partibus a ſe invicem diſtantibus compoſitas exhibuerunt, cum videmur nobis puncta etiam indiviſibilia, & inextenſa poſſe punctis adjungere ita, ut ſe contingant, & oblongam quandam ſeriem conſtituant. Globulos nobis confingimus, nec abſtrahimus animum ab extenſione illa & partibus, quas voce, & ore ſecludimus.

LI. Porro ubi bina materiæ puncta a ſe invicem diſtant, ſemper aliud materiæ punctum poteſt collocari in directum ultra utrumque ad eandem diſtantiam, & alterum ultra hoc, & ita porro, ut patet, ſine ullo fine. Poteſt itidem inter utrumque collocari in medio aliud punctum, quod neutrum continget. Si enim alterum contingeret, utrumque contingeret, adeoque cum utroque congrueret, & illa etiam congruerent, non diſtarent, contra hypotheſim. Dividi igitur poterit illud intervallum in partes duas, ac eodem argumento illa itidem duo in alias quatuor, & ita porro ſine ullo fine. Quamobrem, utcunque ingens fuerit binorum punctorum intervallum, ſemper aliud haberi poterit majus, utcunque id fuerit parvum, ſemper aliud haberi poterit minus, ſine ullo limite, & fine.

LII. Hinc ultra, & inter bina loci puncta realia quæcunque alia loci puncta realia poſſibilia ſunt, quæ ab iis recedant, vel ad ipſa accedant ſine ullo limite determinato, & diviſibilitas realis intervalli inter duo puncta in infinitum eſt, ut ita dicam, interſeribilitas punctorum realium ſine ullo fine. Quotiescunque illa puncta loci realia interpoſita fuerint, interpoſitis punctis materiæ realibus, finitus erit eorum numerus, finitus intervallorum numerus illo priore interceptorum, & ipſi ſimul æqualium; at numerus ejusmodi partium poſſibilium finem habebit nullum. Illorum ſingulorum magnitudo certa erit, ac finita; horum magnitudo minuetur ultra quoscunque limites, ſine ullo determinato hiatu, qui adjectis

no-

Digitized by Google

novis intermediis punctis imminui adhuc non possit, licet nec possit actuali divisione, sive interpositione exhauriri.

LIII. Hinc vero dum concipimus possibilia hæc loci puncta, spatii infinitatem, & continuitatem habemus, cum divisibilitate in infinitum. In existentibus limes est semper certus, certus punctorum numerus, certus intervallorum. In possibilibus nullus est finis. Possibilium abstracta cognitio excludens limitem a possibili argumento intervalli, & diminutione, ac hiatu infinitatem lineæ imaginariæ & continuitatem constituit, quæ partes actu existentes non habet, sed tantummodo possibiles. Cumque ea possibilitas & æterna sit, & necessaria, ab æterno enim, & necessario verum fuit, posse illa puncta cum illis modis existere; spatium hujusmodi imaginarium continuum, infinitum, simul etiam æternum fuit, & necessarium, sed non est aliquid existens, sed aliquid tantummodo potens existere, & a nobis indefinite conceptum: immobilitas autem totius spatii a singulorum punctorum immobilitate orietur.

LIV. Atque hæc omnia, quæ hucusque de loci punctis sunt dicta, ad temporis momenta eodem modo admodum facile transferuntur, inter quæ ingens quædam habetur analogia. Nam & punctum a puncto, & momentum a momento quovis determinato certam distantiam habet, nisi coeunt, qua major, & minor haberi alia potest sine ullo limite. In quovis intervallo spatii imaginarii, ac temporis adest primum punctum, vel momentum, & ultimum, secundum vero, & penultimum habetur nullum, quovis enim assumpto pro secundo, vel penultimo, cum non coeat cum primo, vel ultimo, debet ab eo distare, & in eo intervallo alia itidem possibilia puncta vel momenta interjacent. Nec punctum continuæ lineæ, nec momentum continui temporis, pars est, sed limes & terminus. Linea continua, & tempus continuum generari intelligentur non repetitione puncti, vel momenti, sed ductu continuo, in quo intervalla alia aliorum sint partes, non ipsa puncta, vel momenta, quæ continuo ducuntur. Illud unicum erit discrimen, quod hic ductus in spatio fieri poterit, non in unica directione tantum per lineam, sed in infinitis per planum, quod concipietur ductu continuo in latus lineæ jam conceptæ, & iterum in infinitis per solidum, quod concipietur ductu continuo plani jam concepti, in tempore autem unicus ductus durationis habebitur, quod idcirco soli lineæ erit analogum, & dum spatii imaginarii extensio habetur triplex in longum, latum & profundum, temporis habetur unica

Digitized by Google

in longum, vel diuturnum tantùmmodo. In triplici tamen ſpatii, & unico temporis genere, punctum, ac momentum erit principium quoddam, a quo ductu illo ſuo hæc ipſa generata intelligentur.

LV. Illud jam hic diligenter notandum: non ſolum ubi duo puncta materiæ exiſtunt, & aliquam diſtantiam habent, exiſtere duos modos, qui relationis illius diſtantiæ fundamentum præbeant, & ſint bina diverſa puncta loci realia, quorum poſſibilitas a nobis concepta exhibeat bina puncta ſpatii imaginarii, adeoque infinitis numero poſſibilibus materiæ punctis reſpondere infinitos numero poſſibiles exiſtendi modos; ſed cuivis puncto materiæ reſpondere itidem infinitos poſſibiles exiſtendi modos, qui ſint omnia ipſius puncti poſſibilia loca. Hæc omnia ſatis ſunt ad totum ſpatium imaginarium habendum, & quodvis materiæ punctum ſuum habet ſpatium imaginarium immobile, infinitum, continuum, quæ tamen omnia ſpatia coexistentia ad omnia puncta ſibi invicem congruunt, & habentur pro unico. Nam ſi aſſumatur unum punctum reale loci ad unum materiæ punctum pertinens, & conferatur cum omnibus punctis realibus loci pertinentibus ad aliud punctum materiæ; eſt unum inter hæc poſteriora, quod ſi cum illo priore coexiſtat, relationem inducet diſtantiæ nullius, quam compenetrationem appellamus. Unde patet punctorum, quæ exiſtunt, diſtantiam nullam non eſſe nihil, ſed relationem inductam a binis quibusdam exiſtendi modis. Reliquorum quivis cum illo eodem priore induceret relationem aliam, quam dicimus cujusdam determinatæ diſtantiæ, & poſitionis. Porro illa loci puncta, quæ nullius diſtantiæ relationem inducunt, pro eodem accipimus, & quemvis ex infinitis hujusmodi punctis ad infinita puncta materiæ pertinentibus pro eodem accipimus, ac ejusdem loci nomine intelligimus. Ea autem haberi debere pro quovis punctorum binario, ſic patet. Si tertium punctum ubicunque collocetur, habebit aliquam diſtantiam, & poſitionem reſpectu primi. Summoto primo, poterit ſecundum collocari ita, ut habeat eandem illam diſtantiam, & poſitionem, reſpectu tertii, quam habebat primum. Igitur modus hic, quo exiſtit, pro eodem habetur, ac modus, quo exiſtebat illud primum, & ſi hi bini modi ſimul exiſterent, nullius diſtantiæ relationem inducerent inter primum, ac ſecundum; & hæc pariter, quæ hic de ſpatii punctis dicta ſunt, æque temporis momentis conveniunt.

LVI. An autem poſſint ſimul exiſtere, id vero pertinet ad relationem, quam habent puncta loci cum momentis temporis, ſi-

ve

Digitized by Google

ve ſpectetur unicum materiæ punctum, ſive plura. Inprimis plura momenta ejusdem puncti materiæ coexiſtere non poſſunt, ſed alia neceſſario poſt alia, ſic itidem bina puncta localia ejusdem puncti materiæ conjungi non poſſunt, ſed alia jacere debent extra alia, atque id ipſum ex eorum natura, &, ut ajunt, eſſentia.

LVII. Deinde conſiderentur conjunctiones variæ punctorum loci, & momentorum. Quodvis punctum materiæ, ſi exiſtit, conjungit aliquod punctum ſpatii cum aliquo momento temporis. Nam neceſſario alicubi exiſtit, & aliquando exiſtit; ac ſi ſolum etiam exiſtat, ſemper ſuum habet, & localem, & temporarium exiſtendi modum, per quod, ſi aliud quodpiam exiſtat, quod ſuos itidem habebit modos, diſtantiæ & localis, & temporariæ relationem ad ipſum acquiret. Id ſaltem omnino accidet, ſi omnium, quæ exiſtunt, vel exiſtere poſſunt, commune eſt ſpatium, ut puncta localia unius, punctis localibus alterius perfecte congruant, ſingula ſingulis. Quid enim, ſi alia ſint rerum genera, vel a nobis diſſimilium, vel noſtris etiam prorſus ſimilium, quæ aliud, ut ita dicam, infinitum ſpatium habeant, quod a noſtro itidem infinito non per intervallum quoddam finitum, vel infinitum diſtet, ſed ita alienum ſit, ita, ut ita dicam, alibi poſitum, ut nullum cum hoc noſtro commercium habeat, nullam relationem diſtantiæ inducat. Atque id ipſum de tempore etiam dici poſſet extra omne noſtrum æternum tempus collocato. At id menti, ipſum conanti concipere, vim ſummam infert, ac a cogitatione directa admitti vel nullo modo poteſt, vel ſaltem vix poteſt. Quamobrem iis rebus, vel rerum ſpatiis, & temporibus, quæ ad nos nihil pertinere poſſent, prorſus omiſſis, agamus de noſtris hisce. Si igitur primo idem punctum materiæ conjungat idem punctum ſpatii, cum pluribus momentis temporis aliquo a ſe invicem intervallo disjunctis, habebitur regreſſus ad eundem locum; ſi ſecundo id conjungat cum ſerie continua momentorum temporis continui, habebitur quies, quæ requirit tempus aliquod continuum cum eodem loci puncto, ſine qua conjunctione habetur continuus motus, ſuccedentibus ſibi aliis, atque aliis loci punctis, pro aliis, atque aliis momentis temporis. Si tertio idem punctum materiæ conjungat idem momentum temporis cum pluribus punctis loci a ſe invicem diſtantibus aliquo intervallo, habebitur illa, quam dicimus replicationem. Si quarto id conjungat cum ſerie continua punctorum loci aliquo intervallo continuo contentorum, habebitur quædam, quam plures Peripatetici

tici admiſerunt, virtualem appellantes extenſionem, qua indiviſibilis, & partibus omnino deſtituta materiæ particula ſpatium diviſibile occuparet. Sunt aliæ quatuor combinationes, ubi plura materiæ puncta conſiderentur; nimirum quinto ſi conjungant idem momentum temporis cum pluribus punctis loci, in quo ſita eſt coexiſtentia; ſexto ſi conjungant idem punctum ſpatii cum diverſis momentis temporis, quod fieret in ſucceſſivo appulſu diverſorum punctorum materiæ ad eundem locum; ſeptimo ſi conjungant idem momentum temporis cum eodem puncto ſpatii, in quo ſita eſſet compenetratio; octavo ſi nec momentum ullum, nec punctum ſpatii commune habeant, quod haberetur, ſi nec coexiſterent, nec ea loca occuparent, quæ ab aliis occupata fuiſſent aliquando.

LVIII. Ex hisce octo caſibus primo reſpondet tertius, ſecundo quartus, quinto ſextus, ſeptimo octavus. Tertium caſum, nimirum replicationem, communiter cenſent naturaliter haberi non poſſe. Quidam cenſent multi habere animam rationalem, quam putant eſſe in ſpatio aliquo diviſibili, ut plures Peripatetici in toto corpore, alii Philoſophi in quadam cerebri parte, vel in aliquo nervorum ſucco ita, ut cum indiviſibilis ſit, tota ſit in toto ſpatio, & tota in quavis ſpatii parte, quemadmodum eadem indiviſibilis Divina Natura eſt tota in toto ſpatio, & tota in qualibet ſpatii parte, ubique neceſſario præſens, & omnibus creatarum rerum realibus locis coexiſtens, ac adſtans. Eundem alii caſum in materia admittunt, cujus particulas eodem pacto extendi putant, ut diximus, licet ſimplices ſint, licet partibus expertes, non modo actu ſeparatis, ſed etiam diſtinctis, ac tantummodo ſeparabilibus. Eam ſententiam amplectendam eſſe non cenſeo idcirco, quod ubicunque materiam loca diſtincta occupantem ſenſu percipimus, ſeparabilem etiam, ingenti ſaltem adhibita vi, videmus, ſejunctis partibus, quæ diſtabant; nec vero alio ullo argumento excludimus a natura replicationem, niſi quia nullam materiæ partem, quantum ſenſu percipere poſſumus, videmus, bina ſimul occupare loca. Virtualis illa extenſio materiæ infinities ulterius progreditur ultra ſimplicem replicationem.

LIX. Si ſecundus caſus quietis, & primus caſus regreſſus ad eundem locum naturaliter haberi poſſent, eſſet is quidem defectus quidam analogiæ inter ſpatium, & tempus. At mihi videor probare illud poſſe, neutrum unquam in natura contingere, adeoque naturaliter haberi non poſſe. Id autem evinco hoc argumento. Sit punctum materiæ quodam momento in quodam ſpatii puncto, & pro quo-

quovis alio momento ignorantes, ubi ſit, quæramus, quanto probabilius ſit, ipſum alibi eſſe, quam ibidem. Tanto erit probabilius illud, quam hoc, quanto plura ſunt alia ſpatii puncta, quam illud unicum. Hæc in quavis linea ſunt infinita, infinitus in quovis plano linearum numerus, infinitus in toto ſpatio planorum numerus. Quare numerus aliorum punctorum eſt infinitus tertii generis, adeoque illa probabilitas major infinities tertii generis infinitate, ubi de quovis alio determinato momento agitur. Agatur jam indefinite de omnibus momentis temporis infiniti, decreſcet prior probabilitas in ea ratione, qua momenta creſcunt, in quorum aliquo ſaltem poſſet ibidem eſſe punctum. Sunt autem momenta numero infinita infinitate ejusdem generis, cujus puncta poſſibilis in linea infinita. Igitur adhuc agendo de omnibus momentis infiniti temporis indefinite, eſt ifinities infinite improbabilius, quod punctum in eodem illo priore ſit loco, quam quod ſit alibi. Conſideretur jam non rectum punctum loci determinato unico momento occupatum, ſed quodvis punctum loci, quovis indefinite momento occupatum, & adhuc probabilitas regreſſus ad aliquod ex iis creſcet, ut creſcit horum loci punctorum numerus, qui infinito etiam tempore eſt infinitus ejusdem ordinis, cujus eſt numerus linearum, in quovis plano. Quare improbabilitas caſus, quo determinatum quodpiam materiæ punctum redeat, quovis idefinite momento temporis, ad quodvis indefinite punctum loci, in quo alio quovis fuit momento temporis indefinite ſumpto, remanet infinita primi ordinis. Eadem autem pro omnibus materiæ punctis, quæ numero finita ſunt, decreſcit in ratione finita ejus numeri ad unitatem (quod ſecus accidit in communi ſententia, in qua punctorum materiæ numerus eſt infinitus ordinis tertii). Quare adhuc remanet infinita improbabilitas regreſſus puncti materiæ cujusvis idefinite, ad punctum loci quodvis, occupatum quovis momento præcedenti indefinite, regreſſus inquam, habendi quovis indefinite momento ſequenti temporis, qui regreſſus idcirco ſine ullo erroris metu debet excludi, cum infinita improbabilitas in relativam quandam impoſſibilitatem migrare cenſenda ſit. Quæ quidem Theoria communi ſententiæ applicari non poteſt. Quamobrem eo pacto, patet, in mea materiæ punctorum Theoria e natura tolli & quietem, quam etiam ſupra excluſimus, & vero etiam regreſſum ad idem loci punctum, in quo ſemel ipſum punctum materiæ extitit. Unde fit, ut omnes illi primi 4 caſus excludantur ex natura, & in iis accurata temporis, & ſpatii ſervetur analogia.

Digitized by Google

omnia ſimul ipſa loci puncta, quam quæſtionem definire non auſim. Illud unum moneo, ſententiam hanc meam de ſpatii natura, & continuitate præcipuas omnes difficultates, quibus premuntur reliquæ, penitus evitare, & ad omnia, quæ huc pertinent, explicanda commodiſſimam eſſe. Tum illud addo, excluſo appulſu puncti cujusvis materiæ ad punctum loci, ad quod punctum quodvis materiæ quovis momento appellit, & inde compenetratione, veram impenetrabilitatem materiæ neceſſario conſequi, quod in decimo nobis libro plurimum proderit. Nimirum niſi vires repulſivæ prohiberent, liberrime maſſa quævis per quamvis aliam maſſam permearet, ſine ullo periculo occurſus ullius puncti cum alio quovis, ubi haberetur apparens quædam compenetratio ſimilis penetrationi luminis per cryſtalla, olei per ligna, & marmora, ſine ulla reali compenetratione punctorum. In maſſis craſſioribus, & minori celeritate præditis vires repulſivæ motum ulteriorem plerumque impediunt ſine ullo impactu, & ſenſibilem etiam illam, ac apparentem compenetrationem excludunt: in tenuiſſimis & celerrimis, ut in luminis radiis per homogeneas ſubſtantias, vel per alios radios propagatis, evitatur per celeritatem ipſam actionum exigua inæqualitas, ex circumjacentium punctorum inæquali diſtantia orta, ac liberrimus habetur progreſſus in omnes plagas ſine ullo occurſus periculo, quod ſummum, & unicam difficultatem propagationis luminis per ſubſtantiam emiſſam, & progredientem, penitus amovet. Sed de his jam ſatis.

§. IV.

De Spatio, & Tempore, ut a nobis cognoſcuntur.

Ex Supplementis in L. 1. Stay. §. VII.

LXII. Diximus in ſuperiore Supplemento de ſpatio, ac tempore, ut ſunt in ſe ipſis; ſupereſt, ut illud attingam, quod pertinet ad ipſa, ut cognoſcuntur. Nos nequaquam immediate cognoſcimus per ſenſus illos exiſtendi modos reales, nec diſcernere poſſumus alios ab aliis. Sentimus quidem a diſcrimine idearum, quæ per ſenſus excitantur in animo, relationem determinatam diſtantiæ, & poſitionis, quæ e binis quibusque localibus exiſtendi modis exoritur, ſed eadem idea oriri poteſt ex innumeris modorum, ſive punctorum realium loci binariis, quæ inducant relationes æqualium

diſtantiarum, & ſimilium poſitionum tam inter ſe, quam ad noſtra organa, & ad reliqua circumjacentia corpora. Nam bina materiæ puncta, quæ alicubi datam habent diſtantiam, & poſitionem inductam a binis quibusdam exiſtendi modis, alibi poſſunt per alios binos exiſtendi modos habere relationem diſtantiæ æqualis, & poſitionis ſimilis, diſtantiis nimirum ipſis exiſtentibus parallelis. Si illa puncta, & nos, & omnia circumjacentia corpora mutent loca realia, ita tamen, ut omnes diſtantiæ æquales maneant, & prioribus parallelæ; nos easdem prorſus habebimus ideas, quin imo easdem ideas habebimus, ſi manentibus diſtantiarum magnitudinibus, directiones omnes in æquali angulo converterentur, adeoque æque ad ſe invicem inclinarentur, ac prius. Et ſi minuerentur etiam diſtantiæ illæ omnes, manentibus augulis, & manente illarum ratione ad ſe invicem, vires autem ex ea diſtantiarum mutatione non mutarentur, rite mutata virium ſcala illa, nimirum curva illa linea, per cujus ordinatas ipſæ vires exprimuntur, nullam nos in noſtris ideis mutationem haberemus.

LXIII. Hinc autem conſequitur illud; ſi totus hic mundus nobis conſpicuus motu parallelo promoveatur in plagam quamvis, & ſimul in quovis angulo convertatur, nos illum motum, & converſionem ſentire non poſſe. Sic ſi cubiculi, in quo ſumus, & camporum, ac montium tractus omnis motu aliquo telluris communi ad ſenſum ſimul convertatur, motum ejusmodi ſentire non poſſumus; ideæ enim eædem ad ſenſum excitantur in animo. Fieri autem poſſet, ut totus itidem mundus nobis conſpicuus in dies contraheretur, vel produceretur, ſcala virium tantundem contracta, vel producta; quod ſi fieret, nulla in animo noſtro idearum mutatio haberetur, adeoque nullus ejusmodi mutationis ſenſus.

LXIV. Ubi vel objecta externa, vel noſtra organa mutant illos ſuos exiſtendi modos ita, ut prior illa æqualitas, vel ſimilitudo non maneat, tum vero mutantur ideæ, & mutationis habetur ſenſus, ſed ideæ eædem omnino ſunt, ſive objecta externa mutationem ſubeant, ſive noſtra organa, ſive utrumque inæqualiter. Semper ideæ noſtræ differentiam novi ſtatus a priore referent, non abſolutam mutationem, quæ ſub ſenſus non cadit. Sic ſive aſtra circa terram moveantur, ſive terra motu contrario circa ſe ipſam nobiscum, eædem ſunt ideæ, idem ſenſus. Mutationes abſolutas nunquam ſentire poſſumus, diſcrimen a priori forma ſentimus. Cum autem nihil adeſt, quod nos de noſtrorum organorum mutatio-

Digitized by Google

tione commoneat; tum vero nos ipſos pro immotis habemus communi præjudicio habendi pro nullis in ſe, quæ nulla ſunt in noſtra mente, cum non cognoſcantur, & mutationem omnem objectis extra nos ſitis tribuimus. Sic errat, qui in navi clauſus ſe immotum cenſet, littora autem, & montes, ac ipſam undam moveri arbitratur.

LXV. Illud autem notandum inprimis ex hoc principio immutabilitatis eorum, quorum mutationem per ſenſum non cognoſcimus, oriri etiam methodum, quam adhibemus in comparandis intervallorum magnitudinibus inter ſe, ubi id, quod pro menſura aſſumimus, habemus pro immutabili. Utimur autem hoc principio, *quæ ſunt æqualia eidem, ſunt æqualia inter ſe*, ex quo deducitur hoc aliud, ad ipſum pertinens, *quæ ſunt æque multipla, vel ſubmultipla alterius, ſunt itidem inter ſe æqualia*, & hoc alio, *quæ congruunt, æqualia ſunt.* Aſſumimus ligneam, vel ferream decempedam, quam uni intervallo ſemel, vel centies applicatam ſi inveniamus congruentem, tum alteri intervallo applicatam itidem ſemel, vel centies itidem congruentem, illa intervalla æqualia dicimus. Porro illam ligneam, vel ferream decempedam habemus pro eodem comparationis termino poſt translationem. Si ea conſtaret ex materia prorſus continua, & ſolida, haberi poſſet pro eodem comparationis termino; at in mea punctorum a ſe invicem diſtantium ſententia, omnes illius decempedæ puncta, dum transferuntur, perpetuo diſtantiam revera mutant. Diſtantia enim conſtituitur per illos reales exiſtendi modos, qui mutantur perpetuo. Si mutentur ita, ut qui modi ſuccedunt, fundent reales æqualium diſtantiarum relationes; terminus comparationis non erit idem, adhuc tamen æqualis erit, & æqualitas menſuratorum intervallorum rite colligetur. Longitudinem decempedæ in priore ſitu per illos priores reales modos conſtitutæ, cum longitudine in poſteriore ſitu conſtituta per hosce poſteriores, immediate inter ſe conferre nihilo magis poſſumus, quam illa ipſa intervalla, quæ menſurando conferimus. Sed quia nullam in translatione mutationem ſentimus, quæ longitudinis relationem nobis oſtendat, idcirco pro eadem habemus longitudinem ipſam. At ea revera ſemper in ipſa translatione non nihil mutabitur. Fieri poſſet, ut ingentem etiam mutationem aliquam ſubiret & ipſa, & noſtri ſenſus, quam nos non ſentiremus, & ad priorem reſtituta locum ad priori æqualem, vel ſimilem ſtatum rediret. Exigua tamen ali-

qua mutatio habetur omnino ideirco, quod vires, quæ illa materiæ puncta inter ſe nectunt, mutata poſitione ad omnia reliquarum mundi partium puncta, non nihil immutantur. Idem autem & in communi ſententia accidit. Nullum enim corpus ſpatiolis vacat interjectis, & omnis penitus compreſſionis, ac dilatationis eſt incapax, quæ quidem dilatatio, & compreſſio ſaltem exigua in omni translatione omnino habetur. Nos tamen menſuram illam pro eadem habemus, cum, ut monui, nullam mutationem ſentiamus.

LXVI. Ex his omnibus conſequitur, nos abſolutas diſtantias nec immediate cognoſcere omnino poſſe, nec per terminum communem inter ſe comparare, ſed æſtimare magnitudines ab ideis, per quas eas cognoſcimus, & menſuras habere pro communibus terminis, in quibus nullam mutationem factam eſſe vulgus cenſet. Philoſophi autem mutationem quidem debent agnoſcere, ſed cum nullam violatæ notabili mutatione æqualitatis cauſam agnoſcant, mutationem ipſam pro æqualiter facta habent.

LXVII. Porro licet, ubi puncta materiæ locum mutant, ut in decempeda translata, mutetur revera diſtantia, mutatis iis modis realibus, quæ ipſam conſtituunt; tamen ſi mutatio ita fiat, ut poſterior illa diſtantia æqualis prorſus priori ſit, ipſam appellabimus eandem, & nihil mutatam ita, ut eorundem terminorum æquales diſtantiæ dicantur diſtantia eadem, & magnitudo dicatur eadem, quæ per eas æquales diſtantias definitur, ut itidem ejusdem directionis nomine intelligantur binæ etiam directiones parallelæ; nec mutari diſtantiam, vel directionem dicemus in ſequentibus, niſi diſtantiæ magnitudo, vel paralleliſmus mutetur.

LXVIII. Quæ de ſpatii menſura diximus, haud difficulter ad tempus transferentur, in quo itidem nullam habemus certam, & conſtantem menſuram. Deſumimus a motu illam, quam poſſumus, ſed nullum habemus motum prorſus æquabilem. Multa, quæ huc pertinent, & quæ ad idearum ipſarum naturam & ſucceſſionem ſpectant, diximus in notis. Unum hic addo, in menſura temporis, ne vulgus quidem cenſere ab uno tempore ad aliud tempus eandem temporis menſuram transferri. Videt aliam eſſe, ſed æqualem ſupponit ob motum ſuppoſitum æqualem. In menſura locali æque in mea ſententia, ac in menſura temporaria impoſſibile eſt certam longitudinem, ut certam durationem e ſua ſede abducere in alterius ſedem, ut binorum comparatio habeatur per

ter-

Digitized by Google

tertium. Utrobique alia longitudo, ut alia duratio ſubſtituitur, quæ priori illi æqualis cenſetur, nimirum nova realia punctorum ejusdem decempedæ loca novam diſtantiam conſtituentia, ut novus ejusdem ſtyli circuitus, ſive nova temporaria diſtantia inter bina initia, & binos fines. In mea Theoria eadem prorſus utrobique habetur analogia ſpatii, & temporis. Vulgus tantummodo in menſura locali eundem haberi putat comparationis terminum, Philoſophi ceteri fere omnes eundem ſaltem haberi poſſe per menſuram perfecte ſolidam & continuam; in tempore tantummodo æqualem; ego vero utrobique æqualem tantum agnoſco, nuſpiam eandem.

§. V.

De æquilibrio binarum maſſarum connexarum invicem per bina alia puncta. Ex Synopſi Phyſicæ Generalis P. Caroli Benvenuti a Num. 146.

LXIX. COntinetur autem, quod pertinet ad momentum in vecte, & ad æquilibrium, ſequentis problematis ſolutione. Sit in Fig. 75 quivis numerus punctorum materiæ in A, qui dicatur A, in D quivis alius, qui dicatur D, & puncta ea omnia ſecundum directiones AZ, DX parallelas rectæ datæ CF ſollicitentur ſimul viribus, quæ ſint æquales inter omnia puncta ſita in A, itidem inter omnia ſita in D, licet vires in A ſint utcunque diverſæ a viribus in D. Sint autem in C & B bina puncta, quæ in ſe invicem, & in illa puncta ſita in A & D mutuo agant, ac ejusmodi mutuis actionibus impediri debeat omnis actio virium illarum in A & D, & omnis motus puncti B; motus autem puncti C impediri debeat actione contraria fulcri cujusdam, in quod ipſum agat ſecundum directionem compoſitam ex actionibus omnium virium, quas habet; quæritur ratio, quam habere debent ſummæ virium A & D ad hoc, ut habeatur id æquilibrium, & quantitas, ac directio vis, qua fulcrum urgeri debet a puncto C. Fig. 75.

LXX. Exprimant AZ, DX vires illas parallelas ſingulorum punctorum poſitorum in A & D. Ut ipſæ elidantur, debebunt in iis haberi vires AG, DK contrariæ & æquales ipſis AZ, DX. Quoniam eæ debent oriri a ſolis actionibus punctorum C & B agentium in A ſecundum rectas AC, AB, & in D ſecundum rectas

Digitized by Google

ctas DC, DB, ductis ex G rectis GI, GH parallelis BA, AC usque ad rectas AC, BA, & ex K rectis KM, KL parallelis BD, DC, usque ad rectas DC, BD, patet, in A vim AG debere componi ex viribus AI, AH, quarum prima quodvis punctum in A repellat a C, ſecunda attrahat ad B; & in D vim DK componi itidem ex viribus DM, DL, quarum prima quodvis punctum ſitum in D repellat a C, ſecunda attrahat ad B. Hinc ob actionem reactioni æqualem debebit punctum C repelli a quovis puncto ſito in A ſecundum directionem AC vi æquali IA, & a quovis puncto ſito in D ſecundum directionem DC vi æquali MD; punctum vero B debebit attrahi a quovis puncto ſito in A ſecundum directionem BA vi æquali HA, & a quovis puncto ſito in D vi æquali LD. Habebit igitur punctum C ex actione punctorum in A & D binas vires, quarum altera aget ſecundum directionem AC, & erit æqualis IA ductæ in A, altera aget ſecundum directionem DC, & erit æqualis MD ductæ in D. Punctum vero B itidem binas, quarum altera aget ſecundum directionem BA, & erit æqualis HA ductæ in A, altera aget ſecundum directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D.

LXXI. Pro vis compoſita ex illis binis, quibus urgetur punctum B, elidi debet ab actione mutua inter ipſum, & C; quare debebit habere directionem rectæ BC in caſu, quem exhibet figura, in quo C jacet in angulo ABD; nam ſi angulus ABD hiarum obverteret ad partes oppoſitas, ut C jaceret extra angulum, ea haberet directionem CB, & reliqua omnis demonſtratio rediret eodem. Punctum autem C ob actionem & reactionem æquales debebit habere vim æqualem, & contrariam illi, quam exercet B, adeoque vim æqualem, & ejusdem directionis cum vi, quam e prioribus illis binis compoſitam habet punctum B; nempe debebit habere binas vires æquales, & directionis ejusdem cum viribus illam componentibus, nimirum vim ſecundum directionem parallelam BA æqualem ipſi HA ductæ in A, & vim ſecundum directionem parallelam BD æqualem ipſi LD ductæ in D. Habebit igitur quodvis punctum A binas vires AI, AH; quodvis punctum D binas vires DM, DL; punctum B binas vires, quarum altera dirigetur ad A, & æquabitur HA ductæ in A, altera dirigetur ad D, & æquabitur LD ductæ in D, ex quibus componi debet vis agens ſecundum rectam BC; & demum habebit punctum C vires quatuor, quarum prima dirigetur ad partes AC, & erit æqualis

IA

IA ductæ in A; ſecunda ad partes DC, & erit æqualis MD ductæ in D, tertia habebit directionem parallelam BA, & erit æqualis HA ductæ in A; quarta habebit directionem BD, & erit æqualis LD ductæ in D; ac ipſum punctum C urgebit fulcrum vi compoſita ex illis quatuor, quæ omnia, ſi habeatur ratio directionis rectarum ſecundum ordinem, quo enunciantur per literas, huc reducuntur:

Quodvis punctum A habebit vires binas - - AI, AH
Quodvis punctum D vires binas - - - DM, DL
Punctum B binas - - - - A×AH, D×LD
Punctum C quatuor - A×IA, D×MD, A×HA, D×LD.

LXXII. Exprimat jam recta BC magnitudinem vis compoſitæ e binis CN, CR parallelis DB, AB; expriment BN, BR magnitudinem virium illarum componentium, cum exprimant earum directiones, adeoque RC, NC ipſis æquales & parallelæ expriment vires illas tertiam & quartam puncti C. Producantur autem DC, AC, donec occurrant in O & T rectis ex N & R parallelis ipſi CF, ſive ipſis GAZ, KDX, & demittantur AF, DE, NQ, RS perpendicula in ipſam FC productam, ubi opus eſt, quæ occurrat rectis AB, DB in V, P.

LXXIII. Inprimis ob ſingula latera ſingulis lateribus parallela erunt ſimilia triangula IAG, CTR, & triangula MDK, CON. Quare erit ut IG ſive AH, ad CR, ſive NB, vel A×AH, nimirum ut 1 ad A, ita AG ad TR, & ita AI ad TC. Erit igitur TR æqualis GA, ſive AZ ductæ in A; & CT æqualis IA ductæ in A, adeoque illa exprimet ſummam omnium virium AZ omnium punctorum in A; hæc vim illam primam puncti C, nimirum A×IA. Eodem prorſus argumento, cum ſit MK, ſive DL ad CN, ſive RB, vel D×DL, nimirum 1 ad D, ita DK ad ON, & ita DM ad OC, erit NO æqualis KD, ſive DX ductæ in D, & OC æqualis MD ductæ in D; adeoque illa exprimet ſummam omnium virium DX omnium punctorum in D, hæc vim illam ſecundam puncti C, nimirum D×DM. Quare jam erunt

Summa virium parallelarum in A - - - - TR
Summa virium parallelarum in D - - - - NO
Binæ vires in B - - - BN, BR
Quatuor vires in C - - CT, OC, RC, NC

LXXIV. Jam vero patet, ex tertia RC, & prima CT componi vim RT æqualem ſummæ virium parallelarum A; & ex quarta

Digitized by Google

NC, ac ſecunda OC componi vim NO æqualem ſummæ virium parallelarum in D. Quare patet, ab unico puncto C fulcrum urgeri vi, quæ eandem directionem habeat, quam habent vires parallelæ in A & D, & æquatur earum ſummæ, nimirum urgeri eodem modo, quo urgetur, ſi omnia illa puncta, quæ ſunt in D & A, cum his viribus eſſent in C, & fulcrum per ſe ipſa immediate urgerent.

LXXV. Præterea ob paralleliſmum itidem omnium laterum ſimilia erunt triangula 1mo CNO, DPC; 2do CNQ, PDE; 3^tio CPR, VCN; 4to CRS, VNQ; 5to CVA, TCR; 6to XAF, CRS. Ea exhibent ſequentes ſex proportiones, quarum binæ ſingulis verſibus continentur

ON . CP : : NC . PD : : NQ . DE
CP CV : : CR . NV : : RS . NQ
CV . RT : : VA . RC : : AF . RS

Porro ex iis componendo primas, & poſtremas, ac demendo in illis CP, CV; in his QN, RS communes tam antecedentibus, quam conſequentibus, fit ex æqualitate nimirum perturbata ON. RT : : AF . DE. Nempe ſumma omnium virium parallelarum in D, cui æquatur ON, ad ſummam omnium in A, cui æquatur RT; ut e contrario diſtantia harum perpendicularis AF a recta CF ducta per fulcrum directioni virium earundem parallela, ad illarum perpendicularem diſtantiam ab eadem. Quare habetur determinatio eorum omnium, quæ quærebantur.

Porro applicatio ad vectem eſt ſimilis illi, quæ habetur hic poſt æquilibrium trium maſſarum.

IN-

INDEX.

PARS I.

	Pag.	Num.
Introductio	1	1
Expositio Theoriæ	4	7
Occasio inveniendæ, & ordo, ac analytica deductio inventæ Theoriæ	8	16
Lex continuitatis quid sit	15	32
Ejus probatio ab inductione: vis inductionis	17	39
Ejusdem probatio metaphysica	24	48
Ejus applicatio ad excludendum immediatum contactum	31	63
Deductio legis virium, & determinatio curvæ eam exprimentis	37	73
Primorum elementorum materiæ indivisibilitas, & inextensio	41	81
Eorundem homogeneitas	46	90
Objectiones contra vires in genere, & contra hanc virium legem	50	99
Objectiones contra hanc constitutionem primorum elementorum materiæ	66	130

PARS II.

Applicatio Theoriæ ad Mechanicam.	86	
Argumentum hujus partis	86	165
Consideratio curvæ virium	86	165
De arcubus	86	167
De areis	89	172
De appulsibus ad axem, & recessibus in infinitum, ubi de limitibus virium	92	178
De combinationibus punctorum, & primo quidem de systemate punctorum 2	96	188
De systemate punctorum 3	103	203
De systemate punctorum 4	114	227
De massis, & primo quidem de centro gravitatis, ubi etiam de viribus quotcunque generaliter componendis	125	239
De æqualitate actionis, ac reactionis	140	264
De collisionibus corporum & incursu in planum immobile	140	265
Exclusio veræ virium resolutionis	148	278
De compositione, & imaginaria resolutione virium, ubi aliquid etiam de Viribus vivis	153	288
De continuitate servata in variis motibus, ubi quædam de collisionibus, de reflexionibus, & refractionibus motuum	155	295
De systemate trium massarum	160	306
Theoremata pertinentia ad directiones virium compositarum in singulis	160	307
Theoremata pertinentia ad ipsarum virium magnitudines	163	312
Centrum æquilibrii, & vis in fulcrum inde	166	320
Momenta pro machinis, & omnia vectium genera inde itidem	168	324
Centrum itidem oscillationis	170	327
Centrum etiam percussionis	176	343
Multa huic Theoriæ communia cum aliis hic tantummodo indicata	177	346
De fluidorum pressione	178	347
De velocitate fluidi erumpentis	181	353

PARS

Digitized by Google

INDEX.

PARS III.

	Pag.	Num.
Applicatio Theoriæ ad Physicam,	184	
Argumentum hujus partis	184	357
Impenetrabilitas	184	359
Extensio cujusmodi sit in hac Theoria, ubi de Geometria	189	366
Figurabilitas, ubi de mole, massa, densitate	192	370
Mobilitas, & continuitas motuum	197	378
Æqualitas actionis, & reactionis	200	384
Divisibilitas quæ sit: componibilitas æquivalens divisibilitati in infinitum	201	386
Immutabilitas primorum materiæ elementorum	203	393
Gravitas	204	394
Cohæsio	208	401
Discrimina inter particulas	215	414
Soliditas, & fluiditas	218	421
Virgæ rigidæ, flexiles, elasticæ, fragiles	224	431
Viscositas	225	433
Certæ quorundam corporum figuræ	225	434
De fluidorum resistentia	228	437
De elasticis, & mollibus	230	441
Ductilitas, & Malleabilitas	231	443
Densitas indifferens ad omnes proprietates	232	444
Vulgaria 4 elementa quid sint	232	445
De operationibus chemicis singillatim	233	446
De natura ignis	242	462
De lumine, ubi de omnibus ejus proprietatibus, ac de Phosphoris	244	466
De sapore, & odore	264	498
De sono	264	499
De tactu, ubi de frigore, & calore	267	502
De electricitate, ubi de analogia, & differentia materiæ electricæ, & igneæ	270	506
De Magnetismo	273	509
Quid sit materia, forma, corruptio, alteratio	274	511
APPENDIX.		
Ad Metaphysicam pertinens	280	520
De Anima	280	521
De DEO	285	530
SUPPLEMENTA.		
§. I. Solutio analytica Problematis determinantis naturam legis virium	296	1
§. II. Contra vires in minimis distantiis attractivas, & excrescentes in infinitum	302	36
§. III. De Spatio & Tempore	306	45
§. IV. De Spatio & Tempore ut a nobis cognoscuntur	315	62
§. V. De Æquilibrio binarum massarum connexarum invicem per bina alia puncta	319	69

FINIS.

Digitized by Google

ADNOTANDA, ET CORRIGENDA.

Ubi num.361., & 414. quatuor puncta diſponuntur in quadratum, ac ex quadratorum ſerie fit velum, ex cuborum ſerie murus quidam omnino impenetrabilis, ac num.435. ex cuborum itidem ſerie particula quævis ſolida figuræ tenaciſſima, ac impenetrabilis, ut res accurate procedat requiruntur præter binas aſymptotos inter ſe proximas, quæ ab initio abſciſſarum diſtent per intervallum æquale lateri quadrati, aliæ binæ ejuſmodi, quæ diſtent per intervallum æquale diametro ejuſdem quadrati; poteſt enim aliter quadratum abire in rhombum non mutata laterum magnitudine, adeoque poteſt cum ſolis binis aſymptotis mutari figura. Per unicum tamen binarium aſymptotorum res æque bene perfici poteſt adhibendo in plano ſeriem triangulorum æquilaterorum pro velo, & aliud pro muro velum ejuſmodi ponendo ita parallelum priori, ut ſingula prioris puncta ſint vertices pyramidum regularium habentium baſim in totidem triangulis poſterioris, ac eodem pacto per triangula ſolidiſſimæ fieri poſſunt particulæ. Velum etiam conſtans quadratis, & murus cubis, erit fortiſſimus, ſi extrema puncta angulorum immota ſint; neque enim quadrata poſſunt abire in rhombos, niſi velum contrahatur.

In fig.1. in arcu DE pro *s* ſcribatur *r*, ut & in operis pag.7. lin.28., 30., 36., eſt enim alterum *s* prope N.

Pag.300. ubicumque habetur *z*, & *b* ponatur pro iis *t*, & *y*.

In fig.54. circulus TV debet habere centrum in Q.

In fig.57. ponatur P pro Q, & Q pro P.

Pag.	lin.	*ERRATA.*	*CORRIGE.*
		In prævia ſynopſi.	
7.	16.	interruptionem	intuſſumptionem
10.	21.	ibidem	itidem
		In ipſo Opere.	
26.	26.	poſſunt	poſſint
30.	33.	negativæ. Iſta	negativæ; iſta
36.	5.	ultra M	ultra B
	22.	etiam	etiamſi
41.	28.	&	& ad
44.	9.	loci	temporis
	11.	propterea	præterea
45.	21.	ac	nec
46.	6.	derivtais	derivatis
48.	17.	in ſe	inter ſe
53.	14.	*b d*	*b r*
60.	4.	V S T	V T S
62.	25.	quæ	quæ exhibet
63.	12.	nec finet	& finet
65.	12.	teſtimonio	teſtimonium
68.	29.	crebrum	cerebrum
69.	19.	utrinque	utrique
75.	18.	compoſitæ	continuæ
76.	21.	aſſumuntur	aſſumantur
105.	5.	C F	O F
	20.	BP, AQ	B, A
	22.	CQ, CP	CA, CB
106.	18.	*x*, *q*, *u*, *s*	*x*, *q*, *u*, *x*
	32.	locus a	locus ad
108.	14.	CN	CH
109.	34.	magis	majus
111.	14.	abſolvitur	abſolvitur (*p*)
	26.	205; (*p*)	205;

Pag.	lin.	*ERRATA.*	*CORRIGE.*
113.	18.	*d e*	*d g*
114.	19.	LOP	NOP
	28.	Fig.28.	Fig.17.
	38.	exercent	exercerent
116.	5.	attrahent	attrahant
	16.	vim	& vim
117.	35.	obſervatur	obverſatur
120.	5.	ipſa	ipſa,
	14.	erit	erunt
	21.	BO	DO
122.	19.	tertia	tertiæ
123.	1.	conjectari	conjectare
130.	13.	ABXY	ABYX
	32.	plano	a plano
	38.	ſummcm	ſummam
131.	18.	VPO	RPO
133.	1.	cujuslibet	utriuslibet
138.	38.	motes	motus
139.	9.	quieſcet	quieſcit
142.	11.	punctum. Quia	punctum; quia
	25.	pergent	pergunt
147.	1.	BE, BF ... DH	EB, FB ... HD
	4.	DI	HI
150.	36.	totum	totam
151.	9.	BK	OB
	19.	vires	adeoque vires
	36.	ipſam	ipſa
161.	15.	CT	C *e*
162.	22.	ad C *d*	adAG, AGadC*d*
164.	32.	CBA	CBD
165.	2.	EDB	CDB
	31.	$\frac{AB}{CD}$	$\frac{AB \cdot ED}{AD \wedge BD}$

Pag.

Digitized by Google

Pag.	lin.	ERRATA.	CORRIGE.
165.	34.	$\frac{AB}{AD} \ldots\ldots \frac{AE}{AD}$	$\frac{AB}{BD} \ldots\ldots \frac{AE}{ED}$
166.	1.	$\frac{AB}{CD} : \frac{AE}{AD}$	$\frac{AB}{BD} : \frac{AE}{ED}$, sive $\frac{AB \times ED}{AD \times BD} : \frac{AE}{AD}$
166.	11.	AB, EB	AB, AE, EB
	19.	Hoc theorema	Theorema numeri 312.
167.	31.	NA	HA
169.	20.	&	sed

171.	30. $a \times A \times AP + b \times B \times BP$	$\frac{a \times A \times AP + b \times B \times BP}{q}$
	$A \times AP^2 + B \times BP^2$	$\frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{QP}$
172.	14. $\frac{q \times A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AA' + B \times BB'}$	$q \times \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{A \times AA' + B \times BB'}$

273.	34.	libera	litera	286. 18.	directionis	directione
274.	22.	invecta	inventa	293. 25.	Naturæ	Natura
275.	22.	in se	inter se	297. 33.	y	f
276.	11.	determinando	in determinando	309. 7.	argumento	augmento
				314. 18.	posset	posset
277.	4.	$B \times P^2$	$\Delta \times \Gamma P^2$	322. 5.	urgeatur	urgeretur
279.	13.	urgebit	urgebitur		10.	ΣAF	VAF
282.	35.	FE	FB				
291.	39.	summa	summa continet			*In epistola ad calcem addita.*	
300.	27.	summa	summam	4.	29.	$rr \ldots\ldots rr$	$rrp \ldots\ldots rrp$
203.	24.	mollem	molem		35.	rr	rrp
226.	30.	itaque	utique		6.	componentium	componentium constituant triangulum, sunt motus ipsi
232.	30.	dispositis	dispositionis				
243.	30.	habeantur	haberentur				
244.	21.	paratissime	pacatissime				
	31.	quæ	quas	II.	1.	$A \times QA$	$A \times Qa$
247.	18.	supra	supra summam		5.	$A + Pa^2$	$A \times Pa^2$
248.	9.	existentium	existentia	9.	2.	$A \times 2PG$	$A \times 2PQ$
252.	31.	tenuitatem immanem	tenuitas immanis		4.	$M + PG$	$M \times PG$
				14.	7.	Ei	Si
254.	27.	segmentum	segmenta	15.	9.	$\frac{T^2}{m} - T^2$	$\frac{T^2}{m}$
257.	29.	velocitati	velocitate		11.	$\& \frac{T^2}{m}$	$\& = \frac{T^2}{m}$
263.	38.	quidem	quidam				
267.	3.	tantummodi	tantummodo		16.	2. PQ	$PQ =$
	26.	causam	causam repono				
270.	36.	commixtionem	communicationem				

Ubicumque in epistola pag. 8, 9, 13, 14 habetur signum f ante rectam divisionis; id pertinet ad numeratorem existentem in linea superiore, ut pag. 9. linea prima pro $f.\frac{A \times Pa^2}{M \times PG}$ scribendum $\frac{f.A \times Pa^2}{M \times PG}$.

Inversiones literularum plurium, & mutationes n pro u, vel r pro s, ac similia, per se facile corriget Lector.

Digitized by Google

EPISTOLA
P. ROGERII JOS. BOSCOVICH
SOCIETATIS JESU
AD
P. CAROLUM SCHERFFER
EJUSDEM SOCIETATIS.

Reverende in Chriſto Pater!

IN meo diſceſſu Vienna reliqui apud Reverentiam veſtram imprimendum opus, cujus conſcribendi occaſionem præbuit Syſtema trium maſſarum, quarum vires mutuæ Theoremata exhibuerunt, & elegantia, & fœcunda, pertinentia tam ad directionem, quam ad rationem virium compoſitarum e binis in maſſis ſingulis. Ex iis Theorematis evolvi nonnulla, quæ in ipſo primo inventionis æſtu, & ſcriptionis fervore quodam, atque impetu ſe ſe obtulerunt. Sunt autem & alia, potiſſimum nonnulla ad centrum percuſſionis pertinentia ibi attactum potius, quam pertractatum, quæ mihi deinde occurrerunt & in itinere, & hic in Hetruria, ubi me negotia mihi commiſſa detinuerunt hucusque, quæ quidem ad Reverentiam veſtram transmittenda cenſui, ut ſi forte ſatis mature advenerint, ad calcem operis addi poſſint; pertinent enim ad complementum eorum, quæ ibidem expoſui, & ad alias ſublimiores, ac utiliſſimas perquiſitiones viam ſternunt.

Inprimis ego quidem ibi conſideravi directiones virium in eodem illo plano, in quo jacent tres maſſæ, & idcirco ubi Theoremata applicavi ad centrum æquilibrii, & oſcillationis pro pluribus etiam maſſis, reſtrinxi Theoriam ad caſum, in quo omnes maſſæ jaceant in eodem plano perpendiculari ad axem converſionis. In nonnullis Scholiis tantummodo innui, poſſe rem transferri ad maſſas, utcunque diſperſas, ſi eæ reducantur ad id planum per rectas perpendiculares plano eidem; ſed ejus applicationis per ejusmodi redu-

Digitized by Google

ctionem nullam exhibui demonſtrationem, & affirmavi, requiri ſyſtema quatuor maſſarum ad rem generaliter pertractandam.

At admodum facile demonſtratur ejusmodi reductionem rite fieri, & ſine nova peculiari Theoria maſſarum quatuor generalis habetur applicatio tenui extenſione Theoriæ maſſarum trium. Nimirum ſi concipiatur planum quodvis, & vires ſingulæ reſolvantur in duas, alteram perpendicularem plano ipſi, alteram parallelam; priorum ſumma elidetur, cum oriantur e viribus mutuis contrariis, & æqualibus, quæ ad quamcunque datam directionem redactæ æquales itidem remanent, & contrariæ, evaneſcente ſumma; poſteriores autem componentur eodem prorſus pacto, quo componerentur, ſi maſſæ per illas perpendiculares vires reducerentur ad illud planum, & in eo eſſent, ibique vires haberent æquales redactas ad directionem ejusdem plani, quarum oppoſitio & æqualitas redderet eandem figuram, & eadem Theoremata, quæ in opere demonſtrata ſunt pro viribus jacentibus in eodem plano, in quo ſunt maſſæ. Porro hæc conſideratio extendet Theoriam æquilibrii, & centri oſcillationis ad omnes caſus, in quibus ſyſtema quodvis concipitur connexum cum unico puncto axis rotationis, ut ubi globus vel ſyſtema quotcunque maſſarum invicem connexarum oſcillat ſuſpenſum per punctum unicum.

Quod ſi ſint quatuor maſſæ, & concipiatur planum perpendiculare rectæ tranſeunti per binas ex iis, ac fiat reſolutio eadem, quæ ſuperius; res iterum eodem recidet; nam illæ binæ maſſæ ita in illud planum projectæ, coaleſcent in maſſam unicam, & vires ad reliquas binas maſſas pertinentes habebunt ad ſe invicem eas rationes, quæ pro ſyſtemate trium maſſarum deductæ ſunt. Hinc ubi ſyſtema maſſarum utcunque diſperſarum converti debet circa axem aliquem, ſive de æquilibrii centro agatur, ſive de centro oſcillationis, ſive de centro percuſſionis, licebit conſiderare maſſas ſingulas connexas cum binis punctis utcunque aſſumptis in axe, & cum alio puncto, vel maſſa quavis utcunque aſſumpta, vel concepta intra idem ſyſtema, & habebitur omnium maſſarum nexus mutuus, ac applicatio ad omnia ejusmodi centra habebitur eadem, concipiendo tantummodo maſſas ſingulas redactas ad planum perpendiculare per rectas ipſi axi parallelas.

Sic

Digitized by Google

Sic ex. gr. ubi agitur de centro oſcillationis, quæ pro maſſis exiſtentibus in unico plano perpendiculari ad axem rotationis propoſui ac demonſtravi reſpectu puncti ſuſpenſionis, & centri gravitatis, traducentur ad maſſas quascunque, utcunque diſperſas reſpectu axis, & reſpectu rectæ parallelæ axi ductæ per centrum gravitatis, quam rectam Hugenius appellat axem gravitatis. Nimirum centrum oſcillationis jacebit in recta perpendiculari axi rotationis tranſeunte per centrum gravitatis, ac ad habendam ejus diſtantiam ab axe eodem, ſive longitudinem penduli iſochroni, ſatis erit ducere maſſas ſingulas in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium ab eodem axe, & productorum ſummam dividere per factum ex ſumma maſſarum, & diſtantia perpendiculari centri gravitatis communis ab ipſo axe. Rectangulum autem ſub binis diſtantiis centri gravitatis ab axe converſionis, & a centro oſcillationis erit æquale ſummæ omnium productorum, quæ habentur, ſi maſſæ ſingulæ ducantur in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium ab axe gravitatis, diviſæ per ſummam maſſarum. Si enim omnes maſſæ reducantur ad unicum planum perpendiculare axi converſionis, abit is totus axis in punctum ſuſpenſionis, totus axis gravitatis in centrum gravitatis, & ſingulæ diſtantiæ perpendiculares ab iis axibus evadunt diſtantiæ ab iis punctis; unde patet generalem Theoriam reddi omnem per ſolam applicationem ſyſtematis maſſarum trium rite adhibitam.

Quod ad centrum oſcillationis pertinet, erui poteſt aliud Corollarium, præter illa, quæ propoſui, quod ſummo ſæpe uſui eſſe poteſt; eſt autem ejusmodi. *Si plurium partium ſyſtematis compoſitarum ex maſſis quotcunque, utcunque diſperſis inventa fuerint ſeorſim centra gravitatis, & centra oſcillationis reſpondentia dato puncto ſuſpenſionis, vel dato axi converſionis, inveniri poterit centrum oſcillationis commune, ducendo ſingularum partium maſſas in diſtantias perpendiculares ſui cujusque centri gravitatis ab axe converſionis, & centri oſcillationis cujusvis ab eodem, & dividendo productorum ſummam per maſſam totius ſyſtematis ductam in diſtantiam centri gravitatis communis ab eodem axe.* Hoc Corollarium deducitur ex formula generali eruta in ipſo opere pro centro oſcillationis, quæ reſpondet Figuræ 63 exprimenti unicam maſſam A ex pluribus quotcunque, quæ concipi poſſint ubicunque: exprimit autem ibidem P punctum ſuſpenſionis, vel axem converſionis, G centrum gravitatis, Q centrum oſcillationis, M ſummam maſſarum A+B+C &c, & formula eſt $PQ = \frac{A \times AP^2 + B \times BP^2}{M \times GP}$.

Digitized by Google

Nam ex ejusmodi formula eſt $M \times GP \times PQ = A \times AP^2 + B \times BP^2$ &c. Quare ſi ſingularum partium maſſæ M ducantur in ſuas binas diſtantias GP, PQ; habetur in ſingulis ſumma omnium $A \times AP^2 + B \times BB^2$ &c. Summa autem omnium ejusmodi ſummarum debet eſſe numerator pro formula pertinente ad totum ſyſtema, cum oporteat ſingulas totius ſyſtematis maſſas ducere in ſua cujusque quadrata diſtantiarum ab axe. Igitur patet numeratorem ipſum rite haberi per ſummam productorum $M \times GP \times PQ$ pertinentium ad ſingulas ſyſtematis partes, uti in hoc novo Corollario enunciatur.

Uſus hujus Corollarii facile patebit. Pendeat ex. gr. globus aliquis ſuſpenſus per filum quoddam. Pro globo jam conſtat centrum gravitatis eſſe in ipſo centro globi, & conſtat itidem, ac e ſuperioribus etiam Theorematis facile deducitur, centrum oſcillationis jacere infra centrum globi per $\frac{2}{5}$ tertiæ proportionalis poſt diſtantiam puncti ſuſpenſionis a centro globi, & radium; pro filo autem conſiderato ut recta quadam habetur centrum gravitatis in medio ipſo filo, & centrum oſcillationis, ſuſpenſione facta per fili extremum, eſt in fine ſecundi trientis longitudinis ejusdem fili, quod itidem ex formula generali facillime deducitur. Inde centrum oſcillationis commune globi & fili nullo negotio definietur per Corollarium ſuperius.

Sit Longitudo fili a, maſſa ſeu pondus b, radius globi r, maſſa ſeu pondus p, diſtantia centri gravitatis fili ab axe converſionis erit $\frac{1}{2}a$: Diſtantia centri oſcillationis ejusdem $\frac{2}{3}a$. Quare productum illud pertinens ad filum erit $\frac{1}{3}a^2 b$. Pro globo erit diſtantia centri gravitatis $a+r$, quæ ponatur $=m$; Diſtantia centri oſcillationis erit $m + \frac{2}{5} \times \frac{rr}{m}$. Quare productum pertinens ad globum erit $m^2 p + \frac{2}{5} rr$. Horum ſumma eſt $m^2 p + \frac{2}{5} rr + \frac{1}{3} a^2 b$. Porro cum centra gravitatis fili, & globi jaceant in directum cum puncto ſuſpenſionis, ad habendam diſtantiam centri gravitatis communis ductam in ſummam maſſarum ſatis erit ducere ſingularum partium maſſas in ſuorum centrorum diſtantias, ac habebitur $mp + \frac{1}{2}ab$. Quare formula pro centro oſcillationis utriusque ſimul erit $\frac{m^2 p + \frac{2}{5} rr + \frac{1}{3} a^2 b}{mp + \frac{1}{2} ab}$.

Hic

Hic autem notandum illud, ad centrum oſcillationis commune habendum non licere ſingularum partium maſſas concipere, ut collectas in ſuis ſingulas aut centris oſcillationis, aut centris gravitatis. In primo caſu numerator colligeretur ex ſumma omnium productorum, quæ fierent ducendo ſingulas maſſas in quadrata diſtantiarum centri oſcillationis ſui; in ſecundo in quadrata diſtantiarum ſui centri gravitatis. In illo nimirum haberetur plus juſto, in hoc minus. Sed nec poſſunt concipi ut collectæ in aliquo puncto intermedio, cujus diſtantia ſit media continue proportionalis inter illas diſtantias; nam in eo caſu numerator maneret idem, at denominator non eſſet idem, qui ut idem perſeveraret, oporteret concipere maſſas ſingulas collectas in ſuis centris gravitatis, non ultra ipſa. Inde autem patet, non ſemper licere concipere maſſas ingentes in ſuo gravitatis centro, & idcirco, ubi in Theoria centri oſcillationis, vel percuſſionis dico maſſam exiſtentem in quodam puncto, intelligi debet, ut monui in ipſo opere, tota maſſa ibi compenetrata, vel concipi maſſula extenſionis infiniteſimæ, ut maſſæ compenetratæ in unico ſuo puncto æquivaleat.

Quod attinet ad centrum percuſſionis, id attigi tantummodo determinando punctum ſyſtematis maſſarum jacentium in recta quadam, & libere gyrantis, cujus puncti impedito motu ſiſtitur motus totius ſyſtematis. Porro æque facile determinatur centrum percuſſionis in eo ſenſu acceptum pro quovis ſyſtemate maſſarum utcunque diſpoſitarum, & res itidem facile perficitur, ſi aliæ diverſæ etiam centri percuſſionis ideæ adhibeantur. Rem hic paullo diligentius perſequar.

Inprimis ut agamus de eadem centri percuſſionis notione, moveatur libere ſyſtema quodcunque ita inter ſe connexum, ut ejus partes mutare non poſſint diſtantias a ſe invicem. Centrum gravitatis totius ſyſtematis vel quieſcet, vel movebitur uniformiter in directum, cum per theorema inventum a Newtono, & a me demonſtratum in ipſo opere, actiones mutuæ non turbent ſtatum ipſius: ſyſtema autem totum ſibi relictum vel movebitur motu eodem parallelo, vel convertetur motu æquali circa axem datum tranſeuntem per ipſum centrum gravitatis, & vel quieſcentem cum ipſo centro vel ejusdem uniformi motu parallelo delatum ſimul, quod itidem demonſtrari poteſt haud difficulter.

Digitized by Google

Inde autem colligitur illud, in motu totius ſyſtematis compoſito ex motu uniformi in directum, & ex rotatione circulari circa axem itidem translatum haberi ſemper rectam quandam pertinentem ad ſyſtema, nimirum cum eo connexam, pro quovis tempuſculo ſuam, quæ illo tempuſculo maneat immota, & circa quam, ut circa quendam axem immotum convertatur eo tempuſculo totum ſyſtema. Concipiatur enim planum quodvis tranſiens per axem rotationis circularis, & in eo plano ſit recta quævis axi parallela; ea convertetur circa axem velocitate eo majore, quo magis ab ipſo diſtat. Erit igitur aliqua diſtantia ejus rectæ ejusmodi, ut velocitas converſionis æquetur ibi velocitati, quam habet centrum gravitatis cum axe translato; & in altero e binis appulſibus ipſius rectæ parallelæ gyrantis cum ſyſtemate ad planum perpendiculare ei plano, quod axis uniformiter progrediens deſcribit, ejus rectæ motus circularis fiet contrarius motui axis ipſius, adeoque motui, quo ipſa axem comitatur, cui cum ibi & æqualis ſit, motu altero per alterum eliſo, ea recta quieſcet illo tempuſculo, & ſyſtema totum motu compoſito gyrabit circa ipſam. Nec erit difficile dato motu centri gravitatis, & binarum maſſarum non jacentium in eodem plano tranſeunte per axem rotationis, invenire poſitionem axis, & hujus rectæ immotæ pro quovis dato momento temporis.

Quæratur jam in ejusmodi ſyſtemate punctum aliquod, cujus motus, ſi per externam vim impediatur, debeat mutuis actionibus ſiſti motus totius ſyſtematis, quod punctum, ſi uspiam fuerit, dicatur centrum percuſſionis. Concipiantur autem maſſæ omnes translatæ per rectas parallelas rectæ illi manenti immotæ tempuſculo, quo motus ſiſtitur, quam rectam hic appellabimus axem rotationis, in planum ipſi perpendiculare tranſiens per centrum gravitatis, & in Figura 64 exprimatur id planum ipſo plano ſchematis; ſit autem ibidem P centrum rotationis, per quod tranſeat axis ille, ſit G centrum gravitatis, & A una ex maſſis. Conſideretur quoddam punctum Q aſſumptum in ipſa recta PQ, & aliud extra ipſam, ac ſingularum maſſarum motus concipiatur reſolutus in duos, alterum perpendicularem rectæ PG agentem directione A*a*, alterum ipſi parallelum agentem directione PG, ac velocitas abſoluta puncti Q dicatur V.

Erit

Erit PQ. PA::V. $\frac{PA \times V}{PQ}$, quæ erit velocitas abſoluta maſſæ A.

Erit autem PA . P*a*:: $\frac{PA}{QA} \times V$. $\frac{P\,a}{QA} \times V$, quæ erit velocitas ſecundum directionem A*a*, & PA. A*a*:: $\frac{PA}{PQ} \times V$. $\frac{A\,a}{PQ} \times V$, quæ erit velocitas ſecundum directionem PG. Nam in compoſitione & reſolutione motuum, ſi rectæ perpendiculares directionibus motus compoſiti, & binorum componentium, ſunt velocitates ut latera ejus trianguli ipſis reſpondentia, velocitas autem abſoluta eſt perpendicularis ad AP. Inde vero bini motus ſecundum eas duas directiones erunt $\frac{P\,a}{PQ} \times A \times V$, & $\frac{A\,a}{PQ} \times A \times V$.

Jam vero ſumma omnium $\frac{A\,a}{PQ} \times A \times V$ eſt *zero*, cum ob naturam centri gravitatis ſumma omnium ~~A*a* × A ſit æqualis *zero*~~, & $\frac{V}{PQ}$ ſit quantitas data. Quare ſi per vim externam applicatam cuidam puncto Q, & mutuas actiones ſiſtatur ſumma omnium motuum $\frac{P\,a}{PQ} \times A \times V$, ſiſtetur totus ſyſtematis motus, reliqua ſumma eliſa per ſolas vires mutuas, quarum nimirum ſumma eſt itidem *zero*.

Ut habeatur id ipſum punctum Q, concipiatur quævis maſſa A connexa cum eo, & cum puncto P, vel cum maſſis ibidem conceptis, & ſumma omnium motuum, qui ex nexu derivantur in Q, dum extinguitur is motus in omnibus A, debet elidi per vim externam; ſumma vero omnium provenientium in P, ubi nulla vis externa agit, debet elidi per ſe ſe. Hæc igitur poſterior ſumma erit inveſtiganda, & ponenda = o.

Porro poſito radio = 1 eſt ex Theoremate trium maſſarum ut P × PQ × 1 ad A × AQ × *ſin* QA*a*, ſive ut P × PQ ad A × Q*a*, ita actio in A ſecundum directionem perpendicularem ad PQ = $\frac{P\,a}{PQ} \times V$ ad actionem in P ſecundum eandem directionem, quæ evadit

A ×

Digitized by Google

$\frac{A \times QA \times Pa}{P \times PQ^2} \times V$, nimirum ob $Qa = PQ - Pa$, erit actio in $P = \frac{A \times PQ \times Pa - A \times Pa^2}{P \times PQ^2} \times V$. Cum harum ſumma debeat æquari *zero* demptis communibus $\frac{V}{P \times PQ^2}$, æquabuntur poſitiva negativis, nimirum poſita f pro characteriſtica ſummæ, habebitur $f. A \times PQ \times Pa = f. A \times Pa^2$, ſive $PQ = f.\frac{A + Pa^2}{f. A \times Pa}$ vel ob $f. A \times Pa = M \times PG$, poſito ut prius M pro ſumma maſſarum, fiet $PQ = \frac{f. A \times Pa^2}{M \times PG}$, qui valor datur ob datas omnes maſſas A, datas omnes rectas Pa, ac datam PG. *Q. E. F.*

Corollarium I. Quoniam aP ~~æquatur~~ diſtantiæ perpendiculari A a plano tranſeunte per P perpendiculari ad rectam PG, habebitur hujusmodi Theorema. *Diſtantia centri percuſſionis ab axe rotationis in recta ipſi axi perpendiculari tranſeunte per centrum gravitatis habebitur ducendo ſingulas maſſas in quadrata ſuarum diſtantiarum perpendicularium a plano perpendiculari eidem rectæ tranſeunte per axem ipſum rotationis, ac dividendo ſummam omnium ejusmodi productorum per factum ex ſumma maſſarum in diſtantiam perpendicularem centri gravitatis communis ab eodem plano.*

Corollarium II. Si maſſæ jaceant in eodem unico plano quovis tranſeunte per axem; A & a congruunt, adeoque diſtantiæ Pa fiunt ipſæ diſtantiæ ab axe. Quamobrem in hoc caſu formula hæc inventa pro centro percuſſionis congruit prorſus cum formula inventa pro centro oſcillationis, & ea duo centra ſunt idem punctum, ſi axis rotationis ſit idem, adeoque *in eo caſu transferenda ſunt ad centrum percuſſionis, quæcunque pro centro oſcillationis ſunt demonſtrata.*

Corollarium III. Si aliqua maſſa jaceat extra ejusmodi planum pertinens ad aliam quampiam, erit ibi Pa minor, quam PA, adeoque *centrum percuſſionis diſtabit minus ab axe rotationis, quam diſtet centrum oſcillationis.*

Co-

Digitized by Google

Corollarium IV. In formula generali $PG = f.\frac{A \times Pa^2}{M \times GP}$ habetur $Pa^2 = PG^2 + Ga^2 - 2PQ \times Ga$. Porro $f. A \times 2PG \times Ga$ evaneſcit ob evaneſcentem $f. A \times Ga$ & $f.\frac{A \times PG^2}{M \times PG}$ eſt PG. Quare fit $PQ = PG + f.\frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$ & $GQ = f.\frac{A \times Ga^2}{M + PG}$. Inde autem deducuntur ſequentia Theoremata affinia ſimilibus pertinentibus ad centrum oſcillationis deductis in ipſo opere.

Si impreſſio ad ſiſtendum motum fiat in recta perpendiculari axi rotationis tranſeunte per centrum gravitatis, centrum gravitatis jacet inter centrum percuſſionis, & axem rotationis. Nam PQ evaſit major quam PG.

Productum ſub binis diſtantiis illius ab his eſt conſtans, ubi axis rotationis ſit in eodem plano quovis tranſeunte per centrum gravitatis cum eadem directione in quacunque diſtantia ab ipſo centro gravitatis. Nam ob $GQ = f.\frac{A \times Ga^2}{M \times PG}$, erit $GQ \times PG = f.\frac{A \times Ga^2}{M}$.

In eo caſu punctum axis pertinens ad id planum, & centrum percuſſionis reciprocantur; cum nimirum productum ſub binis eorum diſtantiis a conſtanti centro gravitatis ſit conſtans.

Abeunte axe rotationis in infinitum, ubi nimirum totum ſyſtema movetur tantummodo motu parallelo, centrum percuſſionis abit in centrum gravitatis. Nam altera e binis diſtantiis excreſcente in infinitum, debet altera evaneſcere. Porro is caſus accidit ſemper etiam, ubi omnes maſſæ abeunt in unum punctum, quod erit tum ipſum gravitatis centrum totius ſyſtematis, & progredietur ſine rotatione ante percuſſionem.

Abeunte axe rotationis in centrum gravitatis, nimirum quieſcente ipſo gravitatis centro, centrum percuſſionis abit in infinitum, nec ulla percuſſione applicata unico puncto motus ſiſti poteſt. Nam e contrario altera diſtantia evaneſcente, altera abit in infinitum.

Corollarium V. Centrum percuſſionis debet jacere in recta perpendiculari ad axem rotationis tranſeunte per centrum gravitatis. Id evincitur per quartum e ſuperioribus Theorematis. Solutio problematis adhibita exhibet ſolam diſtantiam centri percuſſio-

Digitized by Google

nis ab axe illo rotationis. Nam demonſtratio manet eadem, ad quodcunque planum perpendiculare axi reducantur per rectas ipſi axi parallelas & maſſæ omnes, & ipſum centrum gravitatis commune, adeoque inde non haberetur unicum centrum percuſſionis, ſed ſeries eorum continua parallela axi ipſi, quæ abeunte axe rotationis ejus directionis in infinitum, nimirum ceſſante converſione reſpectu ejus directionis, tranſit per centrum gravitatis juxta id Theorema. Porro ſi concipiatur planum quodvis perpendiculare axi rotationis, omnes maſſæ reſpectu rectarum perpendicularium axi priori in eo jacentium rotationem nullam habent, cum diſtantiam ab eo plano non mutent, ſed ferantur ſecundum ejus directionem, adeoque reſpectu omnium directionum priori axi perpendicularium jacentium in eo plano res eodem modo ſe habet, ac ſi axis rotationis cujusdam ipſas reſpicientis in infinitum diſtet ab earum ſingulis, & proinde reſpectu ipſarum debet centrum percuſſionis abire ad diſtantiam, in qua eſt centrum gravitatis, nimirum jacere in eo planorum parallelorum omnes ejusmodi directiones continentium, quod tranſit per ipſum centrum gravitatis; adeoque ad ſiſtendum penitus omnem motum, & ne pars altera procurrat ultra alteram, & eam vincat, debet centrum percuſſionis jacere in plano perpendiculari ad axem tranſeunte per centrum gravitatis, & debent in ſolutione problematis omnes maſſæ reduci ad idipſum planum, ut præſtitimus, non ad aliud quodpiam ipſi parallelum; ac eo pacto habebitur æquilibrium maſſarum, hinc & inde poſitarum, quarum ductarum in ſuas diſtantias ab eodem plano ſummæ hinc & inde acceptæ æquabuntur inter ſe. Porro eo plano ad ſolutionem adhibito, patet ex ipſa ſolutione, centrum percuſſionis jacere in recta perpendiculari axi ducta per centrum gravitatis; jacet enim in recta, quæ a centro gravitatis ducitur ad illud punctum, in quo axis id planum ſecat, quæ recta ipſi axi perpendiculari toti illi plano perpendicularis eſſe debet.

Corollarium VI. Impactus in centro percuſſionis in corpus externa vi ejus motum ſiſtens eſt idem, qui eſſet, ſi ſingulæ maſſæ incurrerent in ipſum cum ſuis velocitatibus reſpectivis redactis ad directionem perpendicularem plano tranſeunti per axem rotationis, & centrum gravitatis, ſive ſi maſſarum ſumma in ipſum incurreret directione, & velocitate motus, qua fertur centrum gravitatis.

Patet primum, quia debet in Q haberi vis contraria directioni illius motus perpendicularis plano tranſeunti per axem, & PG, par extinguendis omnibus omnium maſſarum velocitatibus ad eam di-

Digitized by Google

directionem redactis, quæ vis itidem requireretur, ſi omnes maſſæ eo immediate devenirent cum ejuſmodi velocitatibus.

Patet ſecundum ex eo, quod velocitas illa pro maſſa A ſit $\frac{P\,a}{P\,Q} \times V$, adeoque motus $\frac{A \times P\,a}{P\,Q} \times V$, quorum motuum ſumma eſt $\frac{M \times P\,G}{P\,Q} \times V$. Eſt autem $\frac{P\,G}{P\,Q} \times V$ velocitas puncti G, quod punctum movetur ſolo motu perpendiculari ad PG, adeoque ſi maſſa totalis M incurrat in Q cum directione, & celeritate, qua fertur centrum gravitatis G, faciet impreſſionem eandem.

Corollarium VII. Poteſt motus ſiſti impreſſione facta etiam extra rectam PG, ſeu extra planum tranſiens per axem rotationis, & centrum gravitatis, nimirum ſi impreſſio fiat in quodvis punctum rectæ eidem plano perpendicularis, & tranſeuntis per Q directione rectæ ipſius. Nam per nexum inter id punctum, & Q ſtatim impreſſio per eam rectam transfertur ab eo puncto ad ipſum Q.

Corollarium VIII. Contra vero ſi imprimatur dato cuidam puncto ſyſtematis quieſcentis vis quædam motrix, invenietur facile motus inde communicandus ipſi ſyſtemati. Nam ejusmodi motus erit is, qui contrario æquali impactu ſiſteretur. Determinatio autem regreſſu facto per ipſam problematis ſolutionem erit hujusmodi. Centrum gravitatis commune movebitur directione, qua egit vis, & velocitate, quam ea poteſt imprimere maſſæ totius ſyſtematis, quæ ad eam, quam poteſt imprimere maſſæ cuivis, eſt ut hæc poſterior maſſa ad illam priorem, & ſi vis ipſa applicata fuerit ad centrum gravitatis, vel immediate, vel per rectam tendentem ad ipſum, ſyſtema ſine ulla rotatione movebitur eadem velocitate; ſin autem applicetur ad aliud punctum quodvis directione non tendente ad ipſum centrum gravitatis, præterea habebitur converſio, cujus axis, & celeritas ſic invenietur. Per centrum gravitatis G agatur planum perpendiculare rectæ, ſecundum quam fit impactus, & notetur punctum Q, in quo eidem plano occurrit eadem recta. Per ipſum punctum G ducatur in eo plano recta perpendicularis ad QG, quæ erit axis quæſitus. Per punctum Q concipiatur alterum planum perpendiculare rectæ GQ, capiantur omnes diſtantiæ perpendiculares omnium maſſarum A ab ejusmodi plano, æquales ni-

Digitized by Google

mirum ſuis aQ: ſingularum quadrata ducantur in ſuas maſſas, & factorum ſumma dividatur per ſummam maſſarum, tum in recta GQ producta capiatur GP æqualis ei quoto diviſo per ipſam QG, & celeritas puncti P revolventis circa axem inventum in circulo, cujus radius GP, erit æqualis celeritati inventæ centri gravitatis, directio autem motus contraria eidem. Unde habetur directio, & celeritas motus punctorum reliquorum ſyſtematis.

Patet conſtructio ex eo, quod ita motu compoſito movebitur ſyſtema circa axem immotum tranſeuntem per P, qui motus regreſſu facto a conſtructione tradita ad inventionem præmiſſam centri percuſſionis ſiſteretur impreſſione contraria & æquali impreſſioni datæ.

Scholium. Hoc poſtremo Corollario definitur motus vi externa impreſſus ſyſtemati quieſcenti. Quodſi jam ſyſtema habuerit aliquem motum progreſſivum, & circularem, novus motus externa vi inductus juxta Corollarium ipſum componendus erit cum priore, quod, quo pacto fieri debeat, hic non inquiram, ubi centrum percuſſionis perſequor tantummodo. Ea perquiſitio ex iisdem principiis perfici poteſt, & ejus ope patet aperiri aditum ad inquirendas etiam mutationes, quæ ab inæquali actione ſolis & lunæ in partes ſupra globi formam extantes inducuntur in diurnum motum; adeoque ad definiendam ex genuinis principiis præceſſionem æquinoctiorum, & nutationem axis; ſed ea inveſtigatio peculiarem tractationem requirit.

Interea gradum hic faciam ad aliam notionem quandam centri percuſſionis, nihilo minus, imo etiam magis aptam ipſi nomini. Ad eam perquiſitionem ſic progrediar.

Problema. Si ſyſtema datum gyrans data velocitate circa axem datum externa vi immotum incurrat in dato ſuo puncto in maſſam datam, delatam velocitate data in directione motus puncti ejusdem, quam maſſam debeat abripere ſecum; quæritur velocitas, quam ei maſſæ imprimet, & ipſum ſyſtema retinebit poſt impactum.

Concipiatur totum ſyſtema projectum in planum perpendiculare axi rotationis tranſiens per centrum gravitatis G, in quo plano punctum converſionis ſit P, maſſa autem in recta PG in Q. Velocitas puncti cujusvis ſyſtematis, quod diſtet ab axe per intervallum $= 1$ ante incurſum ſit $= a$, velocitas ab eodem amiſſa ſit $= x$,

Digitized by Google

$= x$, adeoque velocitas poſt impactum $= a - x$, velocitas autem maſſæ Q ante impactum ſit $= PQ \times b$. Erit ut 1 ad AP, ita x ad velocitatem amiſſam a maſſa A, quæ erit $AP \times x$. Erit autem ut 1 ad $a - x$ ita PQ ad velocitatem reſiduam in puncto ſyſtematis Q, quæ fiet $PQ \times (a - x)$, & ea erit itidem velocitas maſſæ Q poſt impactum, adeoque maſſa Q acquiret velocitatem $\frac{PQ \times}{a - b - x}$ ſive poſito $a - b = c$, habebitur $PQ \times (c - x)$. Porro ex mutuo nexu maſſæ A cum P & Q erit $Q \times PQ$ ad $A \times AP$, ut effectus ad velocitatem pertinens in $A = AP \times x$ ad effectum in Q $\frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x$. Summa horum effectuum provenientium e maſſis omnibus erit æqualis velocitati acquiſitæ in Q. Nimirum $f.\frac{A \times AP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c - QP \times x$, ſive $f.\frac{A \times AP^2 + Q \times QP^2}{Q \times QP} \times x = QP \times c$, & $x = \frac{Q \times QP^2}{f.A \times AP^2 + Q \times QP^2} \times c$. Dato autem x datur $a - x$, & is valor ductus in diſtantiam puncti cujusvis ſyſtematis, vel etiam maſſæ Q, exhibebit velocitatem quæſitam Q. E. F.

Scholium. Formula habet locum etiam pro caſu, quo maſſa Q quieſcat, vel quo feratur contra motum ſyſtematis, dummodo in primo caſu fiat $b = o$, & $c = a$, ac in ſecundo valor b mutetur in negativum, adeoque ſit $c = a + b$. Poſſet etiam facile applicari ad caſum, quo in conflictu ageret elaſticitas perfecta vel imperfecta. Determinatio tradita exhiberet partem effectus in colliſione facti tempore amiſſæ figuræ, ex quo effectus debitus tempori totius colliſionis usque ad finem recuperatæ figuræ colligitur facile, duplicando priorem, vel augendo in ratione data, uti fit in colliſionibus.

Itidem locum habet pro caſu, quo maſſa nova non jaceat in Q in recta PG, ſed in quovis alio puncto plani perpendicularis axi tranſeuntis per G; ex quo ſi intelligatur perpendiculum in PG ei occurrens in Q, idem prorſus erit impactus ibi, qui eſſet in Q, translata actione per illam ſyſtematis rectam. Quin imo ſi Q non jaceat in eo plano perpendiculari ad axem, quod tranſit per centrum gravitatis, ſed ubivis extra, res eodem redit, dummodo per id

Digitized by Google

punctum concipiatur planum perpendiculare axi illi immoto per vim externam ad quod planum reducatur centrum gravitatis, & quævis massa A; vel si ipsa massa Q cum reliquis reducatur ad quodvis aliud planum perpendiculare axi. Omnia eodem recidunt ob id ipsum, quod axis externa vi immotus sit. Sed jam ex generali solutione problematis deducemus plura Corollaria.

Corollarium I. Ei distantia centri oscillationis totius systematis ab axe P dicatur R, distantia centri gravitatis G, massa tota M, habebitur $x = \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, & $\frac{c}{x} = \frac{M \times G \times R}{Q \times PQ^2} + 1$. Patet ex eo, quod ex natura centri oscillationis habetur $R = f.\frac{A \times AP^2}{M \times G}$, adeoque $f.A \times AP^2 = M \times G \times R$.

Corollarium II. Velocitas acquisita a massa Q erit $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$. Est enim ea velocitas $PQ \times \overline{c - x}$ sive $PQ \times (c - \frac{Q \times PQ^2}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c)$, quod reductum ad eundem denominatorem elisis terminis contrariis eo redit.

Corollarium III. Si manente velocitate circulari systematis tota ejus massa concipiatur collecta in unico puncto jacente inter centra gravitatis, & oscillationis, cujus distantia a puncto conversionis sit media geometrice proportionalis inter distantias reliquorum punctorum, vel in eadem distantia ex parte opposita, velocitas eadem imprimeretur novæ massæ in quovis puncto sitæ. Tunc enim abiret in illud punctum utrumque centrum, & valor $G \times R$ esset idem, ac prius, nimirum æqualis quadrato ejus distantiæ ab axe, quod quadratum est positivum etiam, si distantia accepta ex parte opposita fiat negativa.

Corollarium IV. Si capiatur hinc vel inde in PG segmentum, quod ad distantiam ejus puncti ab axe sit in subduplicata ratione massæ totius systematis ad massam Q; ipsa massa Q in quatuor distantiis ab axe, binis hinc, & binis inde, quarum binarum producta æquentur singula quadrato ejus segmenti, acquiret velocitatem in omnibus eandem magnitudine, licet in binis directionis contrariæ,

Digitized by Google

tiæ, quæ fiet maxima, ubi ipſa maſſa ſit in fine ejus ſegmenti ex parte axis ultralibet. Erit enim velocitas acquiſita directe ut $\frac{M \times G \times R \times PQ}{M \times G \times R + Q \times PQ^2} \times c$, vel dividendo per conſtantem $\frac{M \times G \times R}{Q} \times c$, & ponendo illud ſegmentum $= \pm T$, cujus quadratum T^2 debet eſſe $= \frac{M}{Q} \times G \times R$, erit directe ut $\frac{\mp PQ}{T^2 + PQ^2}$, adeoque reciproce ut $\frac{T^2}{PQ} + PQ$. Is autem valor manet idem, ſi pro PQ ponantur bini valores, quorum productum æquetur T^2, migrante tantummodo altera binomii parte in alteram. Si enim alter valor ſit m, erit alter $\frac{T^2}{m}$; & poſito illo pro PQ habetur $\frac{T^2}{m} + m$; poſito hoc habetur $\frac{T^2 m}{T^2} + \frac{T^2}{m}$, ſive $m + \frac{T^2}{m}$. Sed cum eæ diſtantiæ abeunt ad partes oppoſitas, fiunt $-m$, & $\frac{T^2}{m}$, migrante in negativum etiam valore formulæ, quod oſtendit directionem motus contrariam priori, ſyſtemate nimirum hinc, & inde ab axe in partibus oppoſitis habente directiones motuum oppoſitas.

Quoniam autem aſſumpto quovis valore finito pro PQ, formula $\frac{T^2}{PQ} + PQ$ eſt finita, & evadit infinita facto PQ tam infinito, quam $= o$; patet in hisce poſtremis duobus caſibus velocitatem e contrario evaneſcere, in reliquis eſſe finitam, adeoque alicubi debere eſſe maximam. Non poteſt autem eſſe maxima, niſi ubi ad eandem magnitudinem redit, quod accidit in tranſitu PQ per utrumvis valorem $+T$, circa quem hinc & inde valores æquales ſunt. Ibi igitur id habetur maximum.

Scholium 2^dum. Libuit ſine calculo differentiali invenire illud maximum, quod ope calculi ipſius admodum facile definitur. Ponatur $T = t$, & $PQ = z$. Fiet formula $\frac{t^2}{z} + z$, & differentiando

$-t^2$

Digitized by Google

$-t^2 \frac{dz}{z} + dz = 0$, sive $-t^2 + z^2 = 0$, vel $z^2 = t^2$, & $z = \pm t$, sive $PQ + \frac{zz}{T}$, ut in Corollario 4to inventum est. Licebit autem jam ex postremis duobus Corollariis deducere alias duas notiones centri percussionis, cum suis eorundem determinationibus. Potest primo appellari centrum percussionis illud punctum, in quo tota systematis massa collecta eandem velocitatem imprimeret massæ eidem, incurrendo in eam eodem suo puncto cum eadem velocitate, quæ videtur omnium aptissima centri percussionis notio. Centrum percussionis in ea acceptione determinatur admodum eleganter ope Corollarii 3tii; jacet nimirum inter centrum gravitatis, & centrum oscillationis ita, ut ejus distantia ab axe rotationis sit media geometrice proportionalis inter illorum distantias, vel ubivis in recta axi parallela ducta per punctum ita inventum. Potest secundo appellari centrum percussionis illud punctum, per quod si fiat percussio, ~~imprimitur velocitas omnium maxima~~ massæ, in quam incurritur. In hac acceptione centrum percussionis itidem eleganter determinatur per Corollarium quartum, mutando eam distantiam in ratione subduplicata massæ, in quam incurritur, ad massam totius systematis.

In hoc secundo sensu acceptum, & investigatum esse centrum percussionis a summo Geometra Celeberrimo Pisano Professore Perrellio, nuper mihi significavit Vir itidem Doctissimus, & Geometra insignis Eques Mozzius, qui & suam mihi ejus centri determinationem exhibuit pro casu systematis continentis unicam massam in rectilinea virga inflexili.

Libuit rem longe alia methodo hic erutam generaliter, & cum superioribus omnibus conspirantem, ac ex iis sponte propemodum profluentem proponere, ut innotescat mira sane fœcunditas Theorematis simplicissimi pertinentis ad rationem virium compositarum in systemate massarum trium. Sed de his omnibus jam satis.

Dabam Florentiæ 17. Junii 1758.

611357
SBN
Digitized by Google

Digitized by Google

B

Digitized by Google

fig. 36.

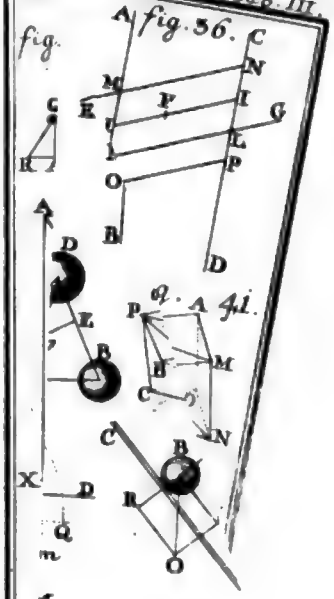


fig. 41.

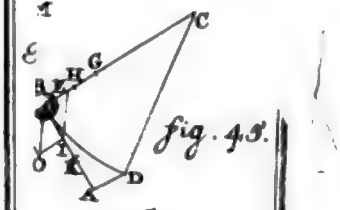


fig. 43.

Fig. 50.

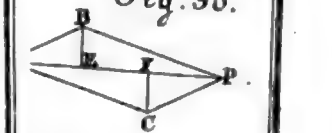
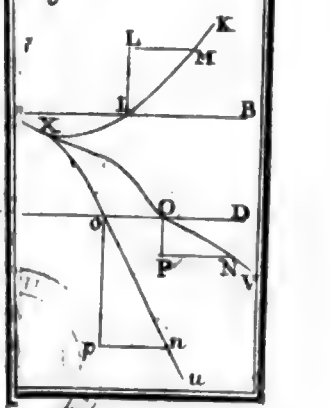


Fig. 55.



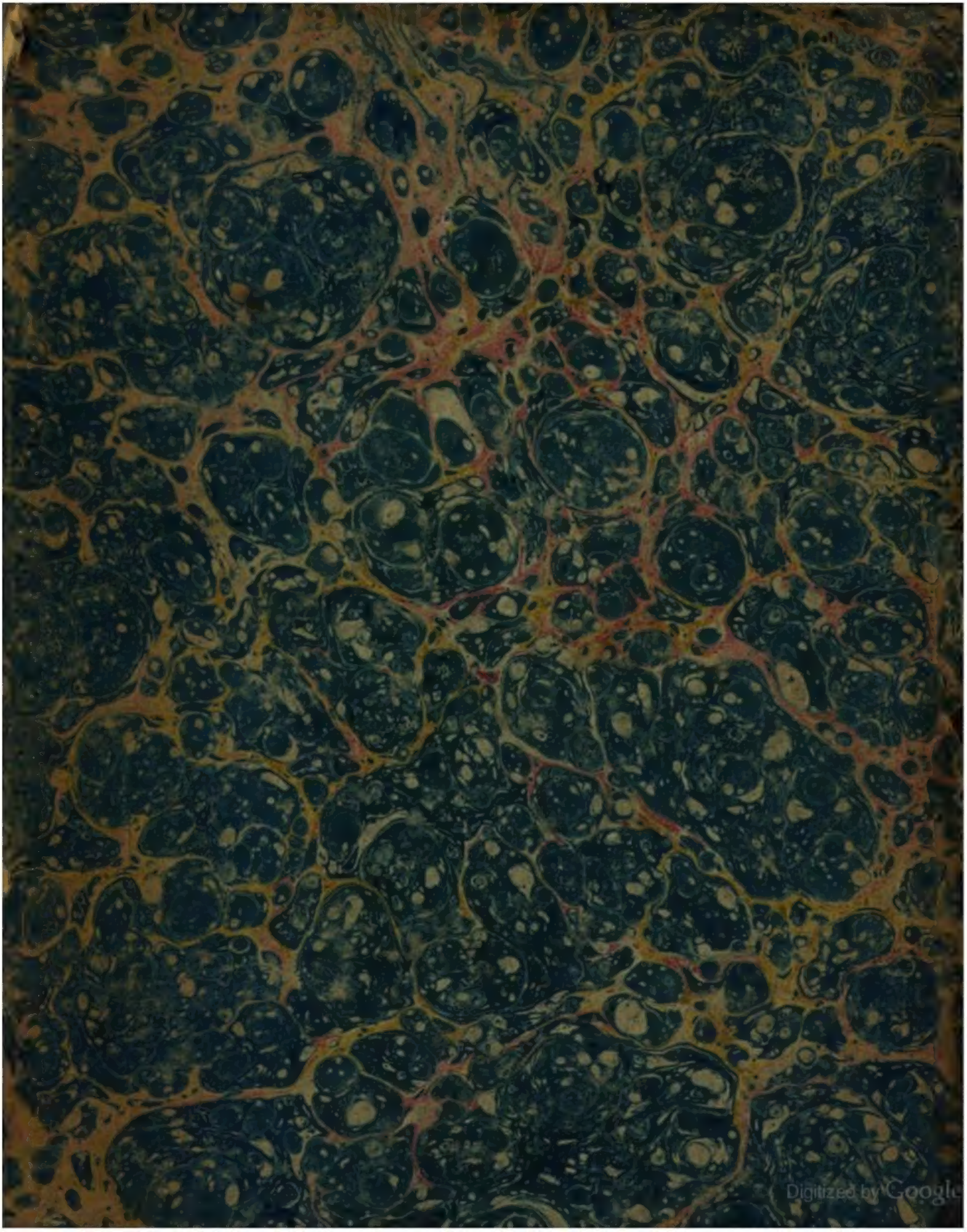
Digitized by Google

ab . IV.
d
C
M
B R
P Q
G
I
H
B

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google


Digitized by Google